DYNAMIKA WIRNIKÓW I ŁOŻYSK ŚLIZGOWYCH

MASZYNY PRZEPŁYWOWE

pod redakcją

Eustachego S. Burki

tom 28

Instytut Maszyn Przepływowych
im. R. Szewalskiego
Polskiej Akademii Nauk

Jan Kiciński

DYNAMIKA WIRNIKÓW I ŁOŻYSK ŚLIZGOWYCH



Gdańsk 2005

Komitet Redakcyjny serii wydawniczej MASZYNY PRZEPŁYWOWE

Eustachy S. Burka (redaktor naukowy), Brunon Grochal, Jan Kiciński, Jarosław Mikielewicz, Jerzy Mizeraczyk, Wiesław Ostachowicz

Recenzenci

prof. dr hab. inż. Wojciech Cholewa, Politechnika Śląska

prof. zw. dr hab. inż. Zbigniew Engel dr h.c.

Wydawnictwo zostało dofinansowane przez Ministerstwo Nauki i Informatyzacji w ramach Projektu Badawczego PB 0839/T07/2002/23

Wynagrodzenie autorskie wnioskodawcy dofinansowane zostało przez Stowarzyszenie Zbiorowego Zarządzania Prawami Autorskimi Twórców Dzieł Naukowych i Technicznych KOPIPOL w Kielcach

Redaktor książki

Edward Śliwicki

Skład komputerowy

Aleksandra Nowaczewska

© Copyright by the Szewalski Institute of Fluid-Flow Machinery

Wydawnictwo IMP PAN

Instytut Maszyn Przepływowych PAN, Fiszera 14, 80-952 Gdańsk,
tel.: +48(58)3411271 wew. 141, fax: +48(58)3416144,
e-mail: esli@imp.gda.pl http://www.imp.gda.pl/

ISBN 83-88237-06-3

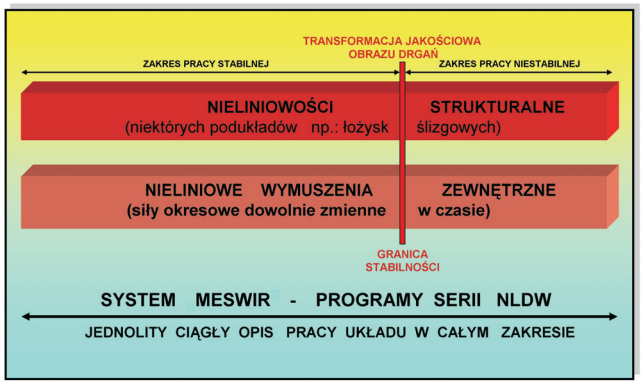
Od Autora

Maszyny wirnikowe, a zwłaszcza duże obiekty energetyczne, określane są często jako „maszyny krytyczne", tzn. maszyny, których awarie są niezwykle groźne dla życia człowieka i środowiska. Stąd też szczególną rolę przypisuje się nowoczesnym systemom nadzoru i diagnostyki, a w ostatnich latach systemom bazującym na rozbudowanych bazach wiedzy i sztucznej inteligencji. W tym kontekście opracowanie zaawansowanych narzędzi do opisu stanu dynamicznego tych maszyn stało się wyzwaniem dla wielu zespołów badawczych z całego świata. Prace takie zostały również podjęte w Instytucie Maszyn Przepływowych PAN w Gdańsku.

Niniejsza książka jest swego rodzaju podsumowaniem wieloletnich badań prowadzonych zarówno przeze mnie jak i zespół badawczy, którym bezpośrednio kieruję. Książka przedstawia przede wszystkim koncepcję i narzędzia badawcze w postaci spójnego środowiska komputerowego MESWIR do analizy stanu dynamicznego maszyn wirnikowych w zakresie liniowym, ale przede wszystkim nieliniowym.

Książka znamienna jest tym, iż zaproponowany tu został jednolity i ciągły opis pracy układu w całym zakresie prędkości obrotowych maszyny wirnikowej, również po przekroczeniu granicy stabilności. Możliwy zatem jest zarówno opis transformacji jakościowej obrazu drgań po przekroczeniu granicy stabilności, jak i emisja nieeliptycznych trajektorii przemieszczeń i złożonych widm drgań w stabilnym zakresie pracy za pomocą jednego narzędzia badawczego.

Pokazuje to w sposób poglądowy poniższy rysunek.



Oczywiście za pomocą systemu MESWIR możliwy jest opis stanu dynamicznego układu przy liniowym charakterze zmian sił wymuszających czy też braku w układzie nieliniowości strukturalnych. Ujawnianie się nieliniowości następuje w sposób automatyczny w jednym procesie obliczeniowym. Fakt ten ma kapitalne znaczenie z punktu widzenia diagnostyki według modelu, nowej i niezwykle szybko rozwijającej się dyscypliny wiedzy. Książka ta, jak i zaproponowane w niej narzędzia badawcze i metodologia obliczeń, mogła powstać na bazie istniejącej już wiedzy w tym zakresie, na którą składają się prace wielu wybitnych postaci. Chciałbym tu wymienić książki profesorów: R. Gascha, R. Nordmanna, H. Pfut-

znera [*Rotordynamik*, Springer-Verlag, 2002, 2. Auflage] oraz kilka jej wcześniejszych wydań, monografie J. M. Vance'a [*Rotordynamics of Turbomachinery*, Wiley, 1988], J.S. Rao [*Rotor Dynamics*, 2nd ed., Wiley, 1991] czy też M. Lalanne'a, G. Ferrari [*Rotordynamics Prediction in Engineering*, Wiley, 1997]. Na książkach tych, będących już swego rodzaju klasyką, uczyło się wielu inżynierów z całego świata.

Nie sposób też w tym miejscu nie wymienić olbrzymiego wkładu jaki wniosła firma Bently-Nevada i jej ośrodek badawczy Bently Pressurized Bearing Company wcześniej znany jako Bently Rotor Dynamics Research Corporation. Czasopismo techniczne tej firmy *Orbit* było swego rodzaju forum dyskusyjnym na którym wybitni specjaliści wymieniali swe doświadczenia. Zamieszczane tu prace D. Bently, A. Muszyńskiej i innych można uznać w wielu przypadkach za fundamentalne i przełomowe. Najbardziej prestiżową, międzynarodową imprezą naukową związaną z dynamiką wirników jest cykliczna konferencja IFToMM *(Inter. Conf. on Rotor Dynamics)*. Autorzy z całego świata publikują tu swe najnowsze prace. Warto tu też wspomnieć konferencję ISROMAC *(Inter. Symp. on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery)* a także stosunkowo nową inicjatywę, a mianowicie konferencję ISCORMA *(Inter. Symp. on Stability Control of Rotating Machinery)*. Imprez naukowych i technicznych oraz publikacji związanych z dynamiką wirników jest tak wiele, że nie sposób ich tu wymienić. Nie roszczę sobie pretensji do podania w tym miejscu obiektywnej oceny stanu wiedzy w tym zakresie. Wymieniam jedynie te pozycje, które wywarły największy wpływ na mój proces zdobywania wiedzy o dynamice wirników.

Z krajowych ośrodków chciałbym tu wymienić zespoły badawcze profesorów: T. Uhla, W. Cholewy, Z. Gosiewskiego, Z. Kozaneckiego, Z. Walczyka, R. Grybosia, R. Rządkowskiego oraz O. Olszewskiego, które także wywarły wpływ na prowadzone przeze mnie prace badawcze i wnoszą wkład do światowego dorobku w tej dziedzinie wiedzy.

Oddawana do rąk Czytelników książka zawiera obszerny materiał dotyczący badań eksperymentalnych na obiektach rzeczywistych. Możliwość zamieszczenia w niej tego rodzaju danych wynika z faktu współpracy autora z krajowym przemysłem energetycznym oraz z kilkunastoma zespołami badawczymi z całego kraju w ramach dużych, ogólnokrajowych Programów Badawczych Zamawianych.

Część systemu komputerowego MESWIR (do kompleksowego opisu linii wirników i łożysk ślizgowych w zakresie liniowym) udostępniona została Czytelnikom w formie dołączonego do książki dysku CD. Umożliwi to wszystkim zainteresowanym samodzielną budowę wybranych charakterystyk wirników i łożysk ślizgowych. Nowością książki jest również fakt, iż pełna jej wersja elektroniczna zamieszczona została na stronie internetowej : **www.dynamika-wirnikow.imp.gda.pl**. Zarówno zdaniem autora jak i Redakcji serii "Maszyny Przepływowe" przyczyni się to do jej popularyzacji w szerokich kręgach osób zainteresowanych tą problematyką i zdecydowanie ułatwi dostęp do niej.

Publikując tą monografię liczę na życzliwe i przychylne jej przyjęcie przez Czytelników, biorąc na siebie wszelką krytykę za niedoskonałości i braki merytoryczne i edytorskie.

Kontakt: kic@imp.gda.pl *Jan Kiciński*

Podziękowania

Chociaż książka ta jest dziełem autorskim, to na jej zawartość merytoryczną wpłynęła praca wielu osób. Chciałbym serdecznie podziękować moim najbliższym współpracownikom z Zakładu Dynamiki Wirników i Łożysk Ślizgowych IMP PAN w Gdańsku, a w szczególności: mgr Aleksandrze Markiewicz, dr Annie Prońskiej, dr. inż. Józefowi Rybczyńskiemu, dr. inż. Sławomirowi Banaszkowi, dr. inż. Marcinowi Łuczakowi oraz mgr. Bartoszowi Czosce. Współpracowałem z Nimi przez wiele lat i bez Ich pomocy napisanie tej książki w takiej postaci nie było by możliwe. Pragnę też podziękować prof. Markowi Krawczukowi za wieloletnią współpracę i konsultacje z zakresu metody elementów skończonych.

Wyrazy wdzięczności za pomoc merytoryczną i życzliwość winien jestem także wielu osobom z innych ośrodków naukowych w kraju. Nie sposób wszystkich tych osób wymienić. Niemniej jednak chciałbym tu, z prawdziwą satysfakcją, wspomnieć zespół prof. Wojciecha Cholewy z Politechniki Śląskiej oraz zespoły profesorów Tadeusza Uhla i Wojciecha Batko z Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie. Są to najbardziej renomowane ośrodki w tej dziedzinie w kraju, z którymi współpracuję już od kilkunastu lat.

Pragnę też podziękować koncernowi ALSTOM Power Sp. z o.o. w Elblągu, zwłaszcza inżynierom: B. Łuniewiczowi, R. Karpiukowi, A. Malcowi i W. Radulskiemu oraz Elektrowni „Kozienice" SA, a zwłaszcza inż. H. Soberze. Bez wsparcia technicznego tych firm i życzliwości osób wyżej wymienionych książka nie mogłaby zawierać tylu informacji natury praktycznej dotyczących obiektów rzeczywistych.

Wyrazy podziękowania należą się także pracownikom Redakcji: redaktorowi dr. Edwardowi Śliwickiemu, p. Aleksandrze Nowaczewskiej, p. Helenie Dudek oraz prof. Eustachemu S. Burce, redaktorowi naukowemu serii wydawniczej, za pomoc i wyjątkowe zaangażowanie się w opracowanie edytorskie książki.

Wyrazy podziękowania i szczerej sympatii kieruję też pod adresem opiniodawców tej książki, a mianowicie prof. Zbigniewa Engela i prof. Wojciecha Cholewy za trud opracowania recenzji.

Wreszcie słowa podziękowania chciałbym skierować pod adresem mojej najbliższej rodziny, a mianowicie żony Aleksandry i córki Beaty za cierpliwość, wyrozumiałość i wsparcie duchowe w okresie, kiedy książka ta powstawała.

Autor

Spis treści

CZĘŚĆ I. PODSTAWY TEORETYCZNE **13**

1 Metodologia opisu nieliniowego **15**
1.1 Uwagi wstępne 16
1.2 Sprecyzowanie problemu 19
1.3 Model konstrukcji podpierającej 30
1.3.1 Dynamiczna sztywność i podatność. Definicje 34
1.3.2 Ogólne zasady budowy zespolonej macierzy podatności dynamicznej 36
1.3.3 Przykład budowy macierzy podatności dynamicznej dla konstrukcji dwupodporowej 38
1.4 Transformacja charakterystyk 40
1.4.1 Transformacja przy jednej częstości wzbudzenia ω_1 42
1.4.2 Transformacja dla dwóch częstości wzbudzania ω_1 i ω_2 . . 44
1.4.3 Transformacja dla wielu częstości wzbudzania 45
1.5 Metodologia obliczeń nieliniowych 48
1.5.1 Metoda funkcji wagowych 48
1.6 Uwagi końcowe 56
Bibliografia do rozdziału 1 57

2 Modelowanie linii wirników i łożysk **63**
2.1 Model MES linii wirników 65
2.1.1 Uwagi wstępne 65
2.1.2 Macierze charakterystyczne w układzie lokalnym 67
2.1.3 Macierze charakterystyczne w układzie globalnym 92
2.2 Modele poprzecznych łożysk ślizgowych 101
2.2.1 Zagadnienia wstępne 102
2.2.2 Podstawowe równania 112
2.2.3 Algorytm obliczeń 144
2.3 Podstawowe równania dynamiki 148
2.3.1 Równania ruchu dla wirnika jednomasowego i symetrycznego 149
2.3.2 Drgania wymuszone 151
2.3.3 Drgania swobodne 154
2.4 Dyskusja modelu 156

Bibliografia do rozdziału 2 159

CZĘŚĆ II. NARZĘDZIA BADAWCZE 163

3 Narzędzia badawcze i ich weryfikacja 165
3.1 Środowisko MESWIR 166
3.1.1 Programy komputerowe serii NLDW – opis ogólny 170
3.1.2 Możliwości obliczeniowe programów serii NLDW 174
3.1.3 Programy serii NLDW – wyszczególnienie 175
3.2 Możliwości modelowania defektów i budowy relacji diagnostycznych 175
3.3 Weryfikacja eksperymentalna 179
3.3.1 Obiekt laboratoryjny – wirnik dwupodporowy 179
3.3.2 Obiekty rzeczywiste – duże jednostki energetyczne 193
3.3.3 Przypadek referencyjny 244
3.4 Przykłady aplikacji 266
3.5 Programy udostępnione Czytelnikom 272
3.5.1 Opis programów 272
3.5.2 Przykład obliczeniowy 274
Bibliografia do rozdziału 3 280

4 System oceny stanu dynamicznego maszyn wirnikowych 283
4.1 Metody pomiaru stanu dynamicznego maszyn wirnikowych 284
4.2 Ocena stanu dynamicznego maszyny na podstawie pomiarów drgań 286
4.3 Jednolity system oznaczeń 287
4.4 Miary sygnału dowolnego 288
4.5 Elementy systemu prezentacji wyników obliczeń za pomocą systemu MESWIR 292
4.6 Klasyfikacja stanu dynamicznego turbozespołów 299
4.7 Pasma analizy widmowej 305
4.8 Logarytmiczna skala poziomu intensywności drgań 310
4.9 Wartości graniczne wyznaczone metodą niezawodności symptomowej 314
4.10 Klasyfikacja defektów możliwych do oceny na podstawie symptomów 317
4.10.1 Możliwe do zamodelowania klasy defektów w oparciu o system MESWIR 320
4.10.2 Niestabilność hydrodynamiczna łożysk ślizgowych 321
4.11 Objaśnienie najważniejszych pojęć i terminów związanych z analizą dynamiki maszyn wirnikowych 326
4.11.1 Drgania, pomiary – pojęcia związane 326
4.11.2 Rodzaje drgań 328
4.11.3 Wielkości charakteryzujące drgania 329
4.11.4 Analiza drgań 330
4.11.5 Pojęcia związane z układem drgającym 332

4.12 Wykaz norm 334
4.12.1 Grupa I norm. Krajowe normy podstawowe PN 335
4.12.2 Grupa II norm. Normy międzynarodowe ISO 336
4.12.3 Grupa III norm. Normy pomocnicze PN 339
4.12.4 Grupa IV norm. Normy PN luźno związane 340
Bibliografia do rozdziału 4 341

CZĘŚĆ III. BADANIA 345

5 Niestabilność hydrodynamiczna 347
5.1 Istota zjawiska 348
5.1.1 Prosty układ wirnik-łożyska. Podstawowe charakterystyki dynamiczne 348
5.1.2 Prosty układ wirnik-łożyska. Mechanizm utraty stabilności 354
5.2 Układy złożone. Symulacje komputerowe 362
5.3 Rozwój wirów i bicia olejowego przy smarowaniu hybrydowym . . 371
5.4 Przypadek nierównoległości osi panwi i czopa 375
5.5 Badania laboratoryjne 376
Bibliografia do rozdziału 5 382

6 Pęknięcia wirnika 383
6.1 Uwagi wstępne 384
6.2 Model pęknięcia 385
6.3 Obiekt badań – wirnik laboratoryjny 388
6.3.1 Badania wpływu usytuowania i propagacji pęknięcia 390
6.3.2 Sprzężone formy drgań wywołane pęknięciem 392
6.3.3 Badania propagacji pęknięcia po przekroczeniu granicy stabilności 400
6.3.4 Znaczenie widm fazowych 404
6.3.5 Dyskusja uzyskanych wyników 404
6.4 Duża maszyna wirnikowa 406
6.4.1 Obiekt badań. Umiejscowienie pęknięć 406
6.5 Wpływ propagacji pęknięcia 411
6.5.1 Widma drgań 425
6.5.2 Kaskady 425
Bibliografia do rozdziału 6 432

7 Rozosiowania linii wirników 435
7.1 Uwagi wstępne. Obiekt badań 436
7.2 Przemieszczenia podpór łożyskowych 437
7.2.1 Mapy akceptowalnych przemieszczeń łożysk 438
7.2.2 Karty diagnostyczne 444
7.2.3 Analiza modalna 448
7.3 Nierównoległości panwi 449

Bibliografia do rozdziału 7 457

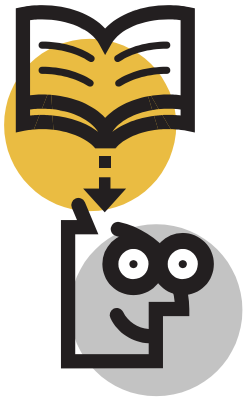
8 Przedziały adekwatności charakterystyk dynamicznych konstrukcji podpierającej 459
8.1 Uwagi wstępne 460
8.2 Wirnik laboratoryjny 461
8.2.1 Zespolona podatność dynamiczna – badania eksperymentalne i teoretyczne 462
8.2.2 Teoretyczna i eksperymentalna analiza modalna 476
8.2.3 Określenie przedziałów adekwatności 483
8.2.4 Metoda funkcji wagowych – przykłady zastosowania 490
8.3 Duża maszyna energetyczna 493
8.3.1 Charakterystyki dynamiczne fundamentu 493
8.3.2 Charakterystyki dynamiczne korpusu NP. Przedziały adekwatności 496
8.3.3 Przykład zastosowania metody funkcji wagowych 500
Bibliografia do rozdziału 7 508

9 Przykłady charakterystyk łożysk 511
9.1 Łożysko laboratoryjne 511
9.2 Łożysko turbinowe 520

CZĘŚĆ I

PODSTAWY TEORETYCZNE





ROZDZIAŁ 1

METODOLOGIA OPISU NIELINIOWEGO

- **IDENTYFIKACJA MODELI KONSTRUKCJI PODPIERAJĄCYCH**
- **TRANSFORMACJA CHARAKTERYSTYK**
- **PRZEDZIAŁY ADEKWATNOŚCI I FUNKCJE WAGOWE**

W rozdziale tym zajmiemy się zagadnieniem matematycznego opisu dwóch głównych podukładów maszyny wirnikowej, a mianowicie linii wirników z łożyskami i konstrukcji podpierającej. Są one wzajemnie sprzężone, co oznacza, że ich opis też musi być spójny. W przypadku kiedy podukłady te możemy traktować jako liniowe (tzn. kiedy przemieszczenia są proporcjonalne do sił wymuszających) zagadnienie staje się stosunkowo proste. Macierze podatności dynamicznej konstrukcji podpierającej stanowią fragment macierzy w zespolonym zapisie równań ruchu całego układu, realizując tym samym zasadę wzajemnych sprzężeń. Jest to elegancki zapis powszechnie stosowany w literaturze. Powyższe podejście, chociaż łatwe w zapisie matematycznym i interpretacji, niesie z sobą jednakże ograniczenia właściwe dla analizy liniowej, a mianowicie trajektorie przemieszczeń dowolnych węzłów układu będą zawsze elipsami a ich widma drgań posiadać będą tylko jeden prążek (synchroniczny). Możliwości oceny stanu dynamicznego układu, zwłaszcza pod kątem jego diagnostyki są zatem w tym przypadku ograniczone.

Chcąc uzyskać nieeliptyczne trajektorie, w których kształcie zakodowane są różnego rodzaju defekty w pracy układu i złożone widma drgań (stanowiące podstawę diagnostyki technicznej) musimy odnieść się do analizy nieliniowej i w innym układzie rozwiązać równania ruchu. Za podukład o naturze nieliniowej można uznać w wielu przypadkach linię wirników z imperfekcjami konstrukcyjnymi i eksploatacyjnymi (rozosiowania, pęknięcia wału) a z całą pewnością łożyska ślizgowe i uszczelnienia labiryntowe. Natomiast konstrukcję podpierającą z zadowalającym przybliżeniem uznać można jako podukład o właściwościach liniowych. Powstaje zatem kluczowe pytanie, jak połączyć w jedną spójną całość konstrukcję podpierającą o charakterystykach liniowych ze spoczywającą na niej linią wirników i łożysk o zdecydowanie nieliniowych własnościach? Tak zgrabny zabieg w postaci zespolonego zapisu macierzowego całej maszyny nie jest już możliwy. Z matematycznego punktu widzenia sytuacja komplikuje się dramatycznie.

Przedstawimy w niniejszym rozdziale propozycje rozwiązania tego zagadnienia w postaci tzw. przedziałów adekwatności charakterystyk dynamicznych konstrukcji podpierającej i odpowiedniej ich transformacji, a także przedstawimy oryginalną koncepcję udziału tych charakterystyk w dynamice linii wirników w oparciu o tzw. funkcje wagowe proporcjonalne do gęstości widmowej podpór. Zaproponowana koncepcja może mieć kapitalne znaczenie z punktu widzenia budowy relacji typu defekt-symptom, a więc z punktu widzenia nowej i szybko rozwijającej się dyscypliny wiedzy, a mianowicie diagnostyki według modelu.

W rozdziale 8 przedstawimy przykłady aplikacji tej metodologii zastosowane do małej i dużej maszyny wirnikowej.

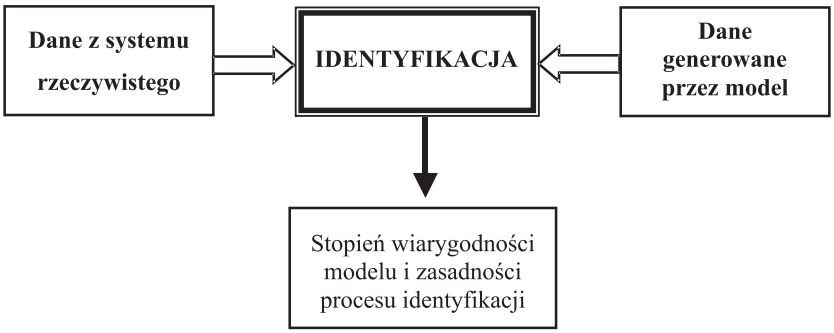
1.1 Uwagi wstępne

Zacznijmy nasze rozważania od sprecyzowania definicji pojęcia „identyfikacja". Trzeba stwierdzić na wstępie, iż definicji tych jest bardzo wiele [1.53]÷[1.56]. Za jedną z bardziej trafnych w odniesieniu do układów mechanicznych uznać można definicję podaną w pracy [1.54]:

„przez identyfikację rozumie się proces, w wyniku którego powstaje model matematyczny badanego układu uznany zgodnie z przyjętym kryterium jakości za wystarczająco dobrze opisujący zachowanie się układu, z drugiej strony na tyle prosty, że możliwa jest jego wszechstronna analiza".

Zdarza się jednakże tak, że w wyniku działań zwanych modelowaniem dysponujemy już modelem matematycznym i numerycznym interesującego nas układu, a problem jaki się wyłania związany jest z określeniem przedziałów adekwatności tego modelu do obiektu rzeczywistego, a więc z określeniem stopnia jego wiarygodności. **W tym kontekście pojęcie identyfikacji układu mechanicznego oznaczać będzie proces ustalania zależności pomiędzy układami rzeczywistymi a danymi generowanymi przez model, w wyniku którego uzyskujemy informacje o stopniu wiarygodności modelu i zasadności samego procesu identyfikacji.**

Powyższą definicję przedstawić można graficznie w postaci poniższego schematu.



W dalszych rozważaniach używać też będziemy pojęcia **transformacji cha-**

rakterystyk układu rozumianego jako przypadek szczególny procesu identyfikacji i odnoszącego się tylko do konkretnego obiektu i określonej klasy wejść i wyjść, czyli do konstrukcji podpierającej maszyny wirnikowej i wymuszeń harmonicznych.

Problem identyfikacji własności konstrukcji podpierającej należy do jednych z najbardziej złożonych zagadnień w dynamice maszyn wirnikowych. Zespół podpierający linię wirników jest na ogół konstrukcją bardzo złożoną składającą się z stojaków łożyskowych, fundamentu (lub ramy fundamentowej) i podłoża. Pełny opis matematyczny (lub numeryczny) takiego przestrzennego zespołu konstrukcyjnego o trudno definiowalnych warunkach brzegowych (wpływ podłoża) lub też parametrach materiałowych (np. stałe materiałowe żelazobetonu) jest praktycznie niemożliwy. Konieczne są zatem daleko idące uproszczenia. Typowym, najczęściej stosowanym w praktyce podejściem, jest próba określenia charakterystyk dynamicznych konstrukcji podpierającej (identyfikacji) na podstawie odpowiedzi na wymuszenia harmoniczne **tylko w tych punktach konstrukcji podpierającej, w których osadzone są panwie łożyskowe linii wirników**. Zbudowane w ten sposób zespolone dynamiczne charakterystyki podatnościowe stanowią punkt wyjścia do dalszych działań związanych z procedurą identyfikacji [1.1]÷[1.10]. W przypadku kiedy zakładamy w pełni liniową strukturę całego systemu: **linia wirników–łożyska ślizgowe–konstrukcja podpierająca** możliwa jest bezpośrednia implementacja zespolonych charakterystyk podatnościowych do równań ruchu systemu poprzez proste ich odwrócenie numeryczne [1.4]. Często jednak metoda bezpośredniej implementacji charakterystyk nie może być zastosowana w praktyce. Dotyczy to sytuacji, w których niektóre podukłady całego systemu chcemy opisać za pomocą związków nieliniowych, a więc związków dokładniej opisujących ich rzeczywiste charakterystyki.

Łożyska ślizgowe, a nawet wirnik w przypadku jego pęknięcia lub rozosiowania, można traktować jako człony liniowe tylko w określonych sytuacjach (np. bardzo małe drgania układu i stabilny zakres pracy). W pozostałych przypadkach problem identyfikacji konstrukcji podpierającej sprowadza się do transformacji zespolonych charakterystyk podatnościowych (łatwych do uzyskania drogą badań eksperymentalnych) do rzeczywistych charakterystyk masowo-tłumiąco-sztywnościowych w miejscach posadowienia wirnika (niezbędnych w równaniach ruchu). Bezpośrednia implementacja charakterystyk podatnościowych jest tu bowiem niezwykle trudna. Dochodzimy w ten sposób do głównego problemu tak rozumianej identyfikacji: jak za pomocą tylko kilku lub kilkunastu parametrów określających rzeczywiste charakterystyki w miejscach posadowienia wirnika skutecznie zidentyfikować własności całej konstrukcji, której model modalny opisują setki lub tysiące pozostałych parametrów związanych z ilością stopni swobody układu?

W dalszych rozważaniach przedstawimy metody, które z lepszym lub gorszym przybliżeniem problem ten próbują rozwiązać. Niezależnie jednak od przyjętej metody, musimy jednakże w tym miejscu stwierdzić, iż w pełni jednoznaczna identyfikacja konstrukcji podpierającej (transformacja charakterystyk zespolonych do rzeczywistych) w dowolnym zakresie częstości wzbudzania jest praktycznie niemożliwa. Jest to cena jaką musimy zapłacić za bardziej adekwatny do rzeczywistości opis pozostałych podukładów maszyny wirnikowej, czyli opis nieliniowy [1.5],

[1.15]÷[1.18],[1.35]÷[1.42]. Powyższy fakt, obok trudności związanych z budową bardziej złożonych modeli i czasem obliczeń numerycznych, jest zapewne główną przyczyną, dla której opis liniowy całego systemu tworzącego maszynę wirnikową jest tak popularny i tak często stosowany w praktyce [1.24], [1.26]÷[1.34]. Trzeba przyznać, iż w wielu sytuacjach jest on także bardzo użyteczny i wystarczająco trafnie przewidujący zachowanie się maszyny wirnikowej [1.2], [1.26]÷[1.34], [1.46]÷[1.48]. Z drugiej jednak strony, wyzwania jakie niesie z sobą np. diagnostyka według modelu, a więc dziedzina wiedzy, w której należy zamodelować różnego rodzaju defekty w pracy maszyny i powiązać je z ich symptomami, narzucają konieczność budowy bardziej zaawansowanych narzędzi badawczych [1.23], [1.15]÷[1.18], [1.35]÷[1.45]. Możliwie dokładna identyfikacja konstrukcji podpierającej staje się tu zagadnieniem kluczowym, bez rozwiązania którego bardziej zaawansowany opis pozostałych podukładów całego systemu nie jest w pełni zasadny.

Odrębny problem stanowi metodologia obliczeń nieliniowych całego systemu w sytuacji, kiedy proces identyfikacji konstrukcji podpierającej uznać już możemy za wystarczająco dokładny. Poza niektórymi przypadkami szczególnymi, stosunkowo prostymi do praktycznej aplikacji, na ogół mamy do czynienia z bardziej złożoną procedurą łączenia własności konstrukcji podpierającej z odpowiedzią pozostałych nieliniowych podukładów tworzących cały system maszyny wirnikowej.

Obserwowana w literaturze światowej tendencja rozwoju narzędzi badawczych do nieliniowego opisu tego rodzaju układów wydaje się być w tym kontekście dość oczywista [1.15]÷[1.18], [1.35]÷[1.45].

Warto też odnotować prace poświęcone różnego rodzaju imperfekcjom wirnika [1.26, 1.27, 1.29, 1.29, 1.30, 1.32] czy też niestabilności hydrodynamicznej. Jako pozycje już klasyczne z zakresu analizy wirów i bicia olejowego a następnie antywirów uznać można prace Muszynskiej [1.46]÷[1.49]. Imponującą karierę w dynamice wirników robi eksperymentalna i eksploatacyjna analiza modalna [1.1, 1.2, 1.31, 1.32].

Powyższy przegląd literatury pozwala uwydatnić dość oczywisty fakt, iż prace z zakresu identyfikacji samej konstrukcji podpierającej [1.3]÷[1.10] i prace z zakresu obliczeń linii wirników i łożysk ślizgowych [1.15]÷[1.18], [1.26]÷[1.49] muszą posiadać elementy wspólne, ponieważ maszyna wirnikowa tworzy jedną spójną całość. Nie można analizować jednego tylko podukładu w sytuacji kiedy zakładamy oddziaływania nieliniowe w pozostałych podukładach. **Zasada superpozycji rozwiązań w tych przypadkach nie obowiązuje.**

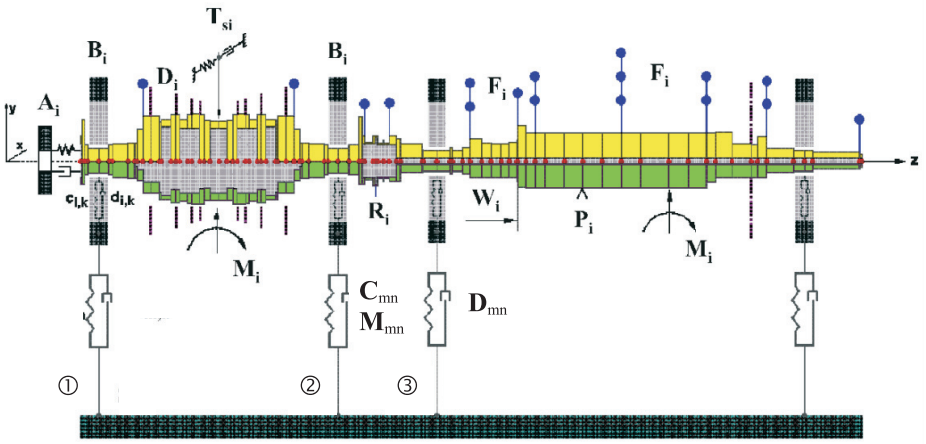
Przedstawimy w niniejszej monografii nowe, oryginalne propozycje pozwalające na wzajemnie sprzężoną analizę własności konstrukcji podpierającej oraz linii wirników i łożysk w zakresie nieliniowym.

Zacznijmy jednak od dokładniejszego sprecyzowania problemu, przyjęcia podstawowych definicji i założeń oraz opisu różnych możliwych metod identyfikacji konstrukcji podpierającej.

1.2 Sprecyzowanie problemu

Klasyczna maszyna wirnikowa – rys. 1.1, składa się z szeregu złożonych podzespołów konstrukcyjnych wzajemnie ze sobą sprzężonych. Z punktu widzenia mechaniki obiektu wyróżnić tu możemy przede wszystkim trzy główne podukłady:

- linię wirników wraz z imperfekcjami typu pęknięcia, rozosiowania, anizotropia przekroju itd.;
- łożyska ślizgowe i uszczelnienia labiryntowe;
- konstrukcję podpierającą na którą składają się podpory łożyskowe i fundament.



Rys. 1.1. Przykład złożonego układu typu linia wirników-łożyska nośne-konstrukcja podpierająca. Własności konstrukcji podpierającej opisują macierze współczynników sztywności $\mathbf{C}_{mn}$*, tłumienia* $\mathbf{D}_{mn}$ *i mas* $\mathbf{M}_{mn}$ *w miejscach posadowienia wirnika*

Każdy z powyższych podukładów, z uwagi na stopień komplikacji konstrukcyjnej i funkcjonalnej, stanowić może odrębny problem, jeśli chodzi o opis matematyczny jego własności. Zagadnienie znakomicie komplikuje fakt, iż co najmniej jeden podukład powinno się traktować jako człon nieliniowy. Dotyczy to łożysk ślizgowych i uszczelnień labiryntowych. Własności tych podukładów można opisać za pomocą tzw. współczynników sztywności i tłumienia. W rozdziale 2. przeprowadzimy obszerną dyskusję dotyczącą zasadności takiego opisu i sposobu wyznaczenia tych współczynników. Na obecnym etapie rozważań przyjmijmy, że współczynniki sztywności i tłumienia filmu olejowego c_{ik} oraz d_{ik} silnie zależą nie tylko od

chwilowego położenia czopa w obrębie szczeliny smarnej ε, γ, ale także od prędkości zmiany tego położenia $\dot{\varepsilon}$, $\dot{\gamma}$, czyli że mamy tu do czynienia z zależnościami typu: c_{ik} $(\varepsilon, \gamma, \dot{\varepsilon}, \dot{\gamma})$ oraz d_{ik} $(\varepsilon, \gamma, \dot{\varepsilon}, \dot{\gamma})$ w biegunowym układzie współrzędnych [1.19]÷[1.22]. Można łatwo wykazać, że powyższe zależności są równoważne chwilowym położeniom wirnika w miejscach jego posadowienia. W tych miejscach bowiem elementy wirnika są czopami łożyskowymi.

Załóżmy, że $\boldsymbol{\varphi}_k$ oznacza kształt kinetostatycznej linii ugięć wirnika (zbiór kątów ugięcia w węzłach) będący wynikiem obliczeń kinetostatycznych układu z uwzględnieniem aktualnego położenia podpór w stosunku do linii geodezyjnej i oczywiście aktualnych danych geometrycznych i eksploatacyjnych maszyny wirnikowej. Ustalając położenie dowolnego punktu zbioru $\boldsymbol{\varphi}_k$ względem linii geodezyjnej otrzymamy tzw. kinetostatyczną linię ugięć wirnika. Linia ta, jako niezależna od czasu, stanowi jednocześnie środkową (centralną) linię drgań w zagadnieniach dynamiki. Niech $\boldsymbol{\varphi}_d$ oznacza chwilowy, zależny od kąta obrotu wału, a więc i od czasu, zbiór kątów we wszystkich węzłach określających kształt dynamicznej linii przemieszczeń wirnika. Linia ta, zakodowana w zbiorze $\boldsymbol{\varphi}_d(\omega t)$, stanowi efekt obliczeń dynamicznych. Suma liczb znajdujących się w zbiorach $\boldsymbol{\varphi}_k$ i $\boldsymbol{\varphi}_d$ oznacza chwilowy całkowity kształt linii ugięć i przemieszczeń wirnika w stosunku do układu współrzędnych związanego z linią geodezyjną (odniesienia) wirnika, czyli

$$\boldsymbol{\varphi}(\omega t) = \boldsymbol{\varphi}_k + \boldsymbol{\varphi}_d(\omega t)\,. \tag{1.1}$$

Możemy teraz napisać, iż współczynniki sztywności i tłumienia filmu olejowego i uszczelnień labiryntowych są zależne od sumarycznego chwilowego położenia wału (wirnika) w miejscach jego posadowienia. A zatem

$$c_{ik} = f_c(\varphi) \quad \text{oraz} \quad d_{ik} = f_d(\varphi)\,, \tag{1.2}$$

gdzie φ stanowi odpowiedni element zbioru (1.1) związany z utwierdzeniem panwi.

Zależności funkcyjne f_c i f_d są bardzo złożone, a przede wszystkim silnie nieliniowe. Determinuje to nieliniowość całego rozpatrywanego układu.

Jeżeli w modelu teoretycznym maszyny wirnikowej chcemy uwzględnić imperfekcje typu pęknięcia lub rozosiowania wirnika, to okazuje się, iż wyrażenia opisujące te imperfekcje zależą również od chwilowego kształtu ugięć i przemieszczeń linii wirników $\boldsymbol{\varphi}$ określonego związkiem (1.1), co symbolicznie możemy zapisać jako

$$\mathbf{P}_i = f_p(\boldsymbol{\varphi}) \quad \text{oraz} \quad \mathbf{R}_i = f_r(\boldsymbol{\varphi})\,, \tag{1.3}$$

gdzie $\mathbf{P}_i$ i $\mathbf{R}_i$ stanowią symboliczną reprezentacje modeli elementów pękniętych i rozosiowanych wirnika, a f_p i f_r ich złożone zależności funkcyjne. Niestety zależności (1.3) mogą być nieliniowe, co oznacza, że w ogólnym przypadku również podukład linii wirników należy uważać jako człon nieliniowy.

Tak więc z trzech głównych podukładów maszyny wirnikowej – dwa (łożyska i linia wirników) należy traktować jako podukłady nieliniowe. Implikuje to wzajemne sprzężenia wszystkich podukładów tworzących dany obiekt i rzecz jasna narzuca konieczność nieliniowego opisu obiektu jako całości, pomimo istnienia

innych podukładów liniowych. Założenie liniowości charakterystyk statycznych i dynamicznych zasadne jest jedynie w odniesieniu do konstrukcji podpierającej. Możemy bowiem stwierdzić, na podstawie licznych badań teoretycznych i eksperymentalnych, iż współczynniki sztywności i tłumienia C_{mn} i D_{mn} oraz mas M_{mn} w wybranych punktach (więziach) konstrukcji podpierającej nie zależą ani od amplitudy wymuszeń i przemieszczeń, ani też od kierunku działania sił wymuszających, o ile oczywiście amplitudy te są wystarczająco małe. Oznacza to, wracając do naszej konwencji zapisu, iż współczynniki C_{mn}, D_{mn}, M_{mn} nie zależą również od kąta obrotu wału wirnika ωt (a zatem i od czasu) i tym samym można je traktować jako stałe dla danej prędkości obrotowej ω. A więc:

$$C_{mn}(\omega t) = const, \quad D_{mn}(\omega t) = const, \quad M_{mn}(\omega t) = const\,. \tag{1.4}$$

Jeżeli przyjmiemy założenie, iż obliczenia kinetostatyczne i dynamiczne prowadzimy dla ściśle określonego, uprzednio zidentyfikowanego, przedziału prędkości kątowych ω, to założenie wyrażone związkiem (1.4) jest zasadne.

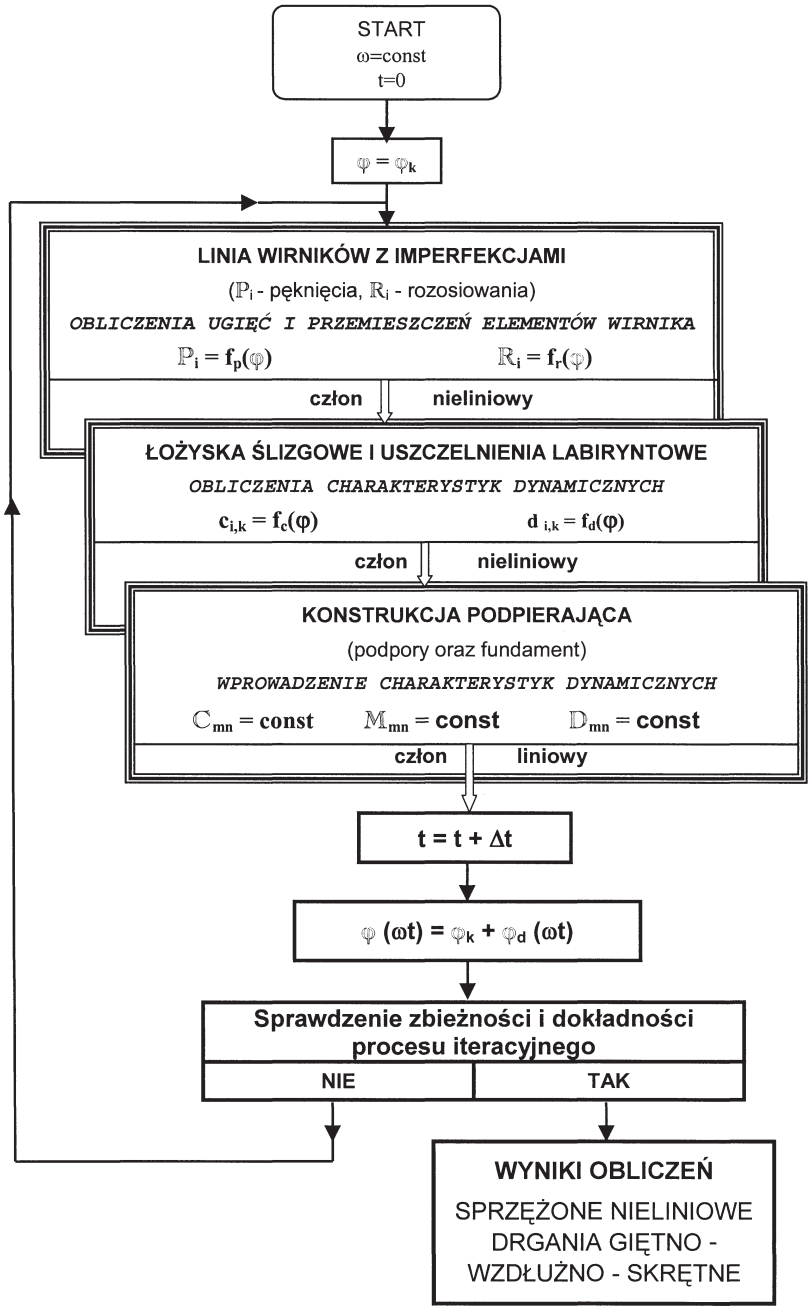
Ogólny algorytm obliczeń maszyny wirnikowej można więc przedstawić schematycznie tak jak na rys. 1.2.

Nieliniowość podukładów związanych z linią wirników i łożyskami ślizgowymi narzuca konieczność zastosowania czasochłonnej procedury iteracyjnej. Warto zwrócić tu uwagę na fakt, iż nieliniowość podukładów i ich wzajemne sprzężenia uniemożliwiają zastosowanie tak popularnej zasady superpozycji rozwiązań cząstkowych. Zasadę superpozycji stosować można jedynie w przypadku pełnej liniowości wszystkich podukładów tworzących rozpatrywany obiekt. W naszym przypadku oznaczałoby to niezależność związków (1.2) i (1.3) od kąta obrotu wału ωt a więc i od czasu, co fizycznie odpowiadać może sytuacji, w której chwilowe przemieszczenia linii wirników są wystarczająco małe. Wówczas to związki typu siła–przemieszczenia w równaniach ruchu uznać można za liniowe.

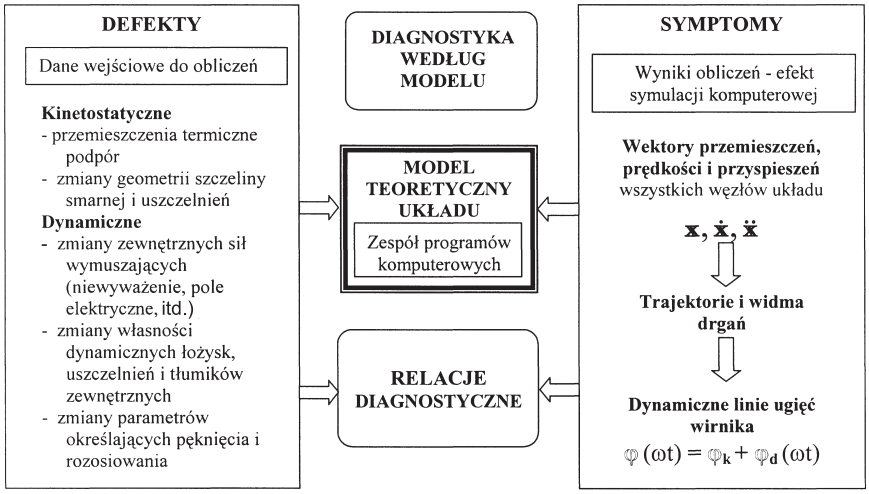
Założenie małych przemieszczeń i w konsekwencji założenie liniowych charakterystyk całego układu jest powszechną praktyką w obliczeniach dynamiki maszyn wirnikowych [1.24], [1.26]÷[1.34]. O ułatwieniach jakie niesie z sobą powyższe założenie wspomnimy na końcu niniejszego rozdziału.

Opis liniowy, chociaż zasadny w wielu zagadnieniach praktycznych, nie jest w stanie opisać zachowania się układu, np. po przekroczeniu granicy stabilności, a więc w warunkach występowania drgań samowzbudnych. Duże maszyny wirnikowe dość często pracują w warunkach, w których nastąpiło już formalne przekroczenie progu stabilności, a pomimo to pracują stabilnie. Z sytuacją taką mamy do czynienia, np. w przypadku wystąpienia małych drgań olejowych (wirów olejowych) w jednym z łożysk. Możliwość oceny stanu dynamicznego obiektu w tego rodzaju przypadkach stwarza jedynie opis nieliniowy.

Drugim obszarem, w którym opis nieliniowy staje się niezwykle użyteczny, jest tzw. diagnostyka według modelu. Jest to nowa, szybko rozwijająca się dziedzina wiedzy. Jej istota polega na modelowaniu różnego rodzaju defektów w pracy obiektu a następnie, drogą symulacji komputerowej pozyskiwaniu ich symptomów. Zbiory tak pozyskanych defektów i symptomów nazywane są relacjami diagnostycznymi – rys. 1.3.



Rys. 1.2. Schemat strukturalny maszyny wirnikowej i algorytm realizacji procedury iteracyjnej w obliczeniach dynamiki



Rys. 1.3. Diagnostyka maszyny wirnikowej według modelu. Koncepcja pozyskiwania relacji diagnostycznych

Gdybyśmy budowali relacje diagnostyczne jedynie w oparciu o model liniowy maszyny wirnikowej, to uzyskane informacje byłby bardzo skromne. Nawet najbardziej zaawansowane modele liniowe dają w efekcie jedynie eliptyczne trajektorie przemieszczeń, a w widmie drgań występuje jeden tylko „prążek" synchroniczny. Tymczasem opis nieliniowy umożliwia budowę nieeliptycznych trajektorii i „wieloprążkowych" widm drgań w których kształcie zakodowane są różnego rodzaju defekty. Stwarza to jakościowo nowe możliwości budowy relacji typu defekt-symptom, co poglądowo uwidacznia rys.1.4.

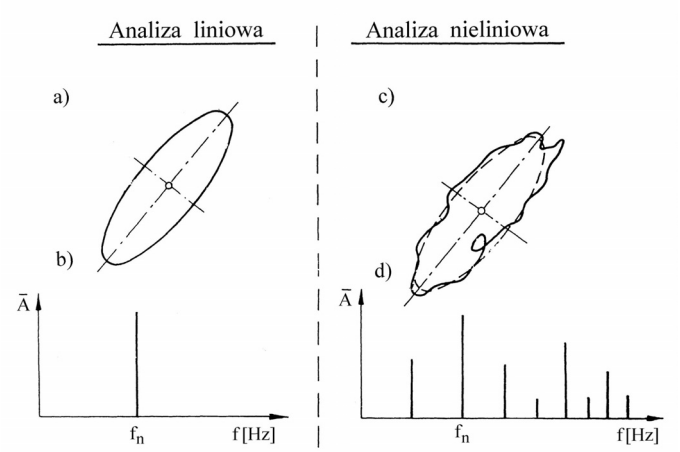
Z matematycznego punktu widzenia przestawiony na rys. 1.1 obiekt opisywać mogą następujące nieliniowe równania różniczkowe:

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbb{D}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\dot{\mathbf{x}} + \mathbb{K}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\,\mathbf{x} = \mathbb{P}(t)\ , \tag{1.5}$$

gdzie:

$\mathbb{M}$	–	globalna macierz bezwładności;
$\mathbb{D}$	–	globalna macierz tłumienia;
$\mathbb{K}$	–	globalna macierz sztywności;
$\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}}$	–	uogólnione wektory przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń;
$\mathbb{P}$	–	uogólniony wektor wymuszeń zewnętrznych;
t	–	czas.

Równanie (1.5) jest równaniem ruchu całego układu i stanowi zestaw dziesiątków lub setek (w zależności od stopni swobody) równań różniczkowych wzajemnie ze sobą sprzężonych. Zależność macierzy $\mathbb{D}$ i $\mathbb{K}$ od parametrów ruchu $\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}$ odzwierciedla tu nieliniowość strukturalną układu, która często może przyjąć charakter



Rys. 1.4. Możliwości opisu nieliniowego: nawet w stabilnym zakresie pracy maszyny umożliwia on wygenerowanie nieeliptycznego kształtu trajektorii (w którym zakodowane są defekty) i tym samym umożliwia wygenerowanie złożonych widm drgań.

nieliniowości silnej. Uogólniony wektor wymuszeń zewnętrznych $\mathbb{P}(t)$ może oczywiście opisywać dowolnie zmienne w czasie (a więc asynchroniczne i niesinusoidalne) siły działające na układ, urzeczywistniając tym samym możliwość uwzględnienia w modelu nieliniowości funkcjonalnych.

Macierze mas $\mathbb{M}$, tłumienia $\mathbb{D}$ i sztywności $\mathbb{K}$ zawierają w sobie wzajemnie powiązane charakterystyczne podmacierze (elementy) odnoszące się do głównych podukładów maszyny wirnikowej czyli linii wirników, łożysk i uszczelnień oraz konstrukcji podpierającej. Ich jawne wyodrębnienie, z uwagi na nieliniową postać równania (1.5) jest praktycznie niemożliwe. W postępowaniu iteracyjnym w każdym kroku czasowym globalne macierze tłumienia $\mathbb{D}$ i sztywności $\mathbb{K}$ są modyfikowane o nowe wartości współczynników sztywności c_{ik} i tłumienia d_{ik} łożysk ślizgowych i uszczelnień labiryntowych oraz o nowe dodatkowe sztywności wynikające z imperfekcji konstrukcyjnych typu pęknięcia wirnika lub rozosiowania $\mathbf{P}_i$, $\mathbf{R}_i$. W ten właśnie sposób wyraża się zależność macierzy globalnych $\mathbb{D}$ i $\mathbb{K}$ od parametrów ruchu $\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}$. Zależności te są na tyle złożone, iż bardziej konkretna prezentacja równań ruchu, poza ogólną formą zapisu jak w zw. (1.5), nie jest możliwa.

Odrębny problem stanowi kwestia numerycznego rozwiązania powyższego układu nieliniowych równań różniczkowych wzajemnie sprzężonych. Uzyskanie stabilnych i zbieżnych rozwiązań jest sprawą wieloletniego doświadczenia i doboru właściwych procedur i metod optymalizacji obliczeń.

W IMP PAN w Gdańsku opracowane zostały modele i programy komputerowe do analizy kinetostatycznej i dynamicznej maszyn wirnikowych bazujące na ogólnym algorytmie przedstawionym na rys. 1.2 i równaniu dynamiki (1.5)

[1.15]÷[1.18]. Tworzą one wzajemnie spójne środowisko o nazwie **MESWIR**, którego najistotniejszy element z uwagi na prowadzone tu rozważania stanowi zespół programów komputerowych o nazwie **NLDW** do analizy dynamiki złożonych układów typu linia wirników-konstrukcja podpierająca-łożyska **w zakresie nieliniowym** [1.25, 1.57]. Środowisko programowe MESWIR stanowi najnowsze i oryginalne osiągnięcie zespołu tworzącego Zakład Dynamiki Wirników i Łożysk Ślizgowych IMP PAN w Gdańsku. Zostanie ono szczegółowo zaprezentowane w rozdziale 3. niniejszej monografii.

Dla potrzeb niniejszego rozdziału ważne jest natomiast stwierdzenie, iż możliwość pozyskiwania w oparciu o programy serii NLDW nieeliptycznych trajektorii i złożonych widm drgań stwarza jakościowo nowe perspektywy badawcze w diagnostyce symulacyjnej maszyn wirnikowych. Postać równania (1.5) umożliwia nam wprowadzenie różnego rodzaju defektów w pracy obiektu jako danych wejściowych a wyniki obliczeń (wektory $\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}}$) stanowić tu będą symptomy tych defektów – rys. 1.3. Możemy więc bezpośrednio zrealizować główną zasadę diagnostyki według modelu:

$$\textbf{dane wejściowe} = \textbf{defekty}$$
$$\textbf{wyniki obliczeń} = \textbf{symptomy}$$

czyli:

$$\boxed{\text{defekt}} \Rightarrow \boxed{\text{model}} \Rightarrow \boxed{\text{symptom}}\,. \tag{1.6}$$

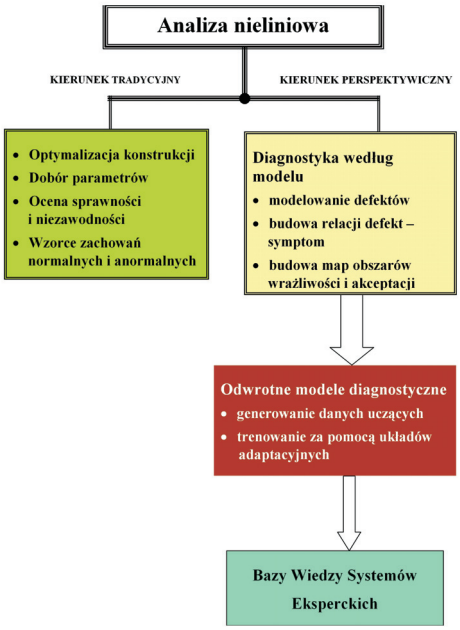
Łatwo zauważyć, iż ze względów praktycznych bardziej użyteczna byłaby informacja diagnostyczna, która dla znanego symptomu od razu określa defekt, czyli realizowana w takim przypadku winna być zasada odwrotna niż podana w związku (1.6). Oznacza to jednak konieczność odwrócenia modelu obiektu czyli

$$\boxed{\text{symptom}} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{c}\text{model}\\ \text{odwrócony}\end{array}} \Rightarrow \boxed{\text{defekt}}. \tag{1.7}$$

Model teoretyczny opisany równaniami (1.7), z uwagi na swą złożoność, a przede wszystkim nieliniowość, nie ma analitycznego odwzorowania odwrotnego. Stanowi to jeden z głównych problemów diagnostyki według modelu. Zasadę (1.7) zrealizować można jedynie stosując metody pośrednie, np. generując dane uczące według zasady (1.6), a następnie odwracając uzyskane relacje za pomocą trenowania sieci neuronalnych lub innych układów adaptacyjnych. Koncepcja taka przedstawiona została w pracy [1.23], a przede wszystkim w obszernym dziele stanowiącym podsumowanie prac kilkunastu zespołów badawczych z całego kraju w ramach Projektu Badawczego Zamawianego PBZ K015/T10/2001 [1.57].

Rysunki 1.5÷1.8 w sposób poglądowy przedstawiają zasadnicze problemy poruszane w tym rozdziale a mianowicie kwestie perspektywicznych zastosowań analizy nieliniowej, odwracania modeli diagnostycznych czy wreszcie ograniczeń i trudności związanych z praktyczną aplikacją diagnostyki według modelu.

Z powyższych rozważań wynika dość istotny wniosek, iż niezależnie od tego jaką zasadę diagnostyczną chcemy zrealizować (bezpośrednią czy odwrotną), to i tak w każdym przypadku rozwiązać musimy równanie w postaci (1.5), gdyż innej możliwości nie ma. Brak analitycznych modeli odwrotnych dla obiektów o



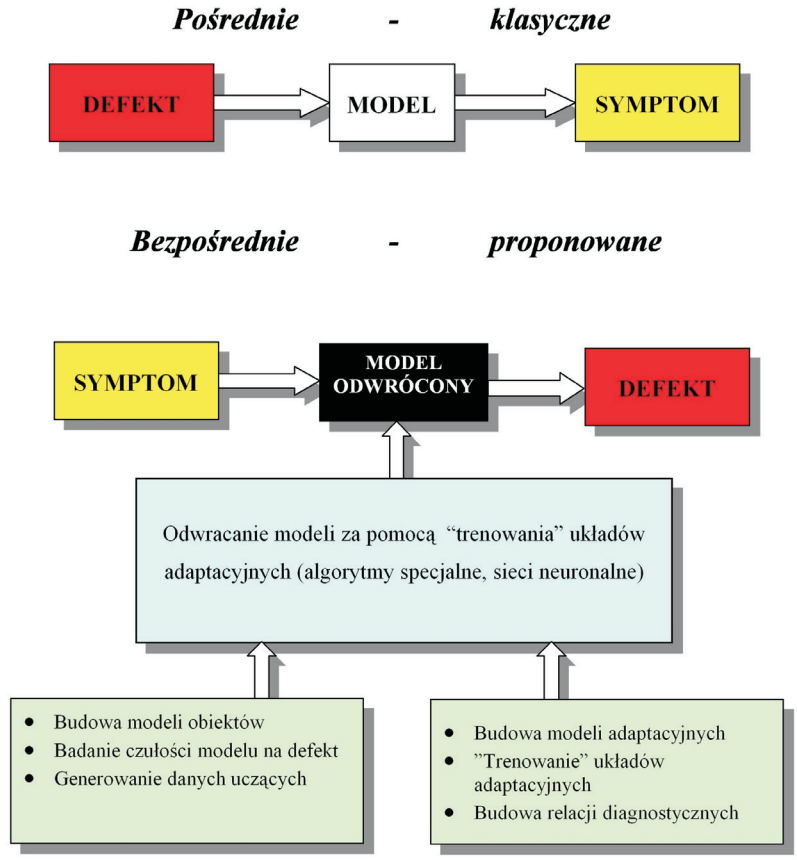
Rys. 1.5. Tradycyjne i perspektywiczne zastosowania analizy nieliniowej

strukturze nieliniowej i tym samym konieczność rozwiązywania równań ruchu w postaci (1.5) jest przyczyną m. in. wielu kłopotów z opisem własności konstrukcji podpierającej, pomimo, iż jest to jedyny podukład liniowy w rozpatrywanym obiekcie. Postać równania (1.5) narzuca bowiem konieczność podania charakterystyk masowo-tłumiąco-sztywnościowych konstrukcji podpierającej, czyli podania współczynników mas związanych z konstrukcją podpierającą M_{mn}, współczynników tłumienia D_{mn} i sztywności C_{mn} (rys.1.1). Współczynniki te muszą być liczbami **rzeczywistymi** wprowadzonymi do równań ruchu całego układu, ponieważ są one tu traktowane jako realne wielkości fizyczne (nie możemy tu wprowadzać np. urojonych, zespolonych mas).

Tymczasem, z przyczyn praktycznych, o których powiemy szerzej w następnych rozdziałach, własności konstrukcji podpierającej wygodnie jest przedstawić w postaci **zespolonych** charakterystyk podatnościowych. Zachodzi zatem potrzeba dokonania stosownej transformacji tych charakterystyk. Problem jaki się wyłania sformułować można też w postaci

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Zespolona}\\ \text{dynamiczna podatność}\end{array}} \quad \text{Transformacja} \Longrightarrow \quad \boxed{\begin{array}{l}\text{Rzeczywiste współczynniki}\\ \text{mas, tłumienia i sztywności}\end{array}} \; . \tag{1.8}$$

Okazuje się, iż realizacja przedstawionego wyżej schematu nie jest ani prosta, ani jednoznaczna pomimo liniowego charakteru związków typu siła–przemieszcze-

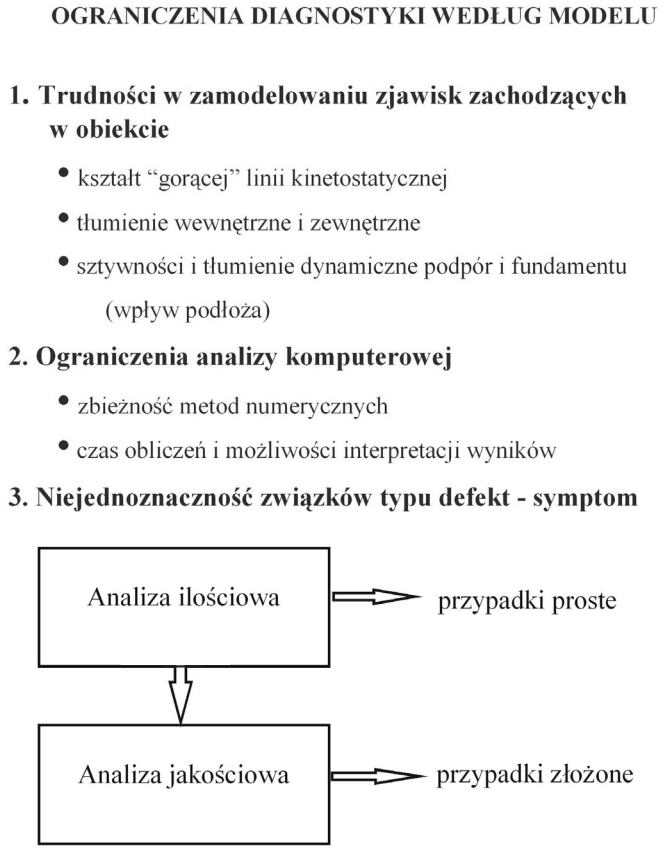


Rys. 1.6. Techniki pozyskiwania relacji diagnostycznych: klasyczne i za pomocą odwracania modeli

nie, który można przyjąć w odniesieniu do konstrukcji podpierającej.

Doszliśmy w ten sposób do sprecyzowania głównego zagadnienia będącego przedmiotem niniejszego rozdziału, a więc zagadnienia transformacji charakterystyk dynamicznych konstrukcji podpierającej maszyny wirnikowej wyrażonej związkiem (1.8).

Warto zauważyć, iż powyższy problem transformacji charakterystyk wynika przede wszystkim z faktu, iż własności maszyny wirnikowej chcemy opisać równaniami **nieliniowymi** postaci (1.5). Gdybyśmy założyli liniowy charakter wszystkich podukładów tworzących maszynę wirnikową (co się powszechnie zakłada w literaturze [1.26]÷[1.34]), to również równania opisujące tego rodzaju obiekt byłyby liniowe. Stosując znane założenia i podstawienia możliwa byłaby wówczas bezpośrednia integracja zespolonych charakterystyk konstrukcji podpierającej z

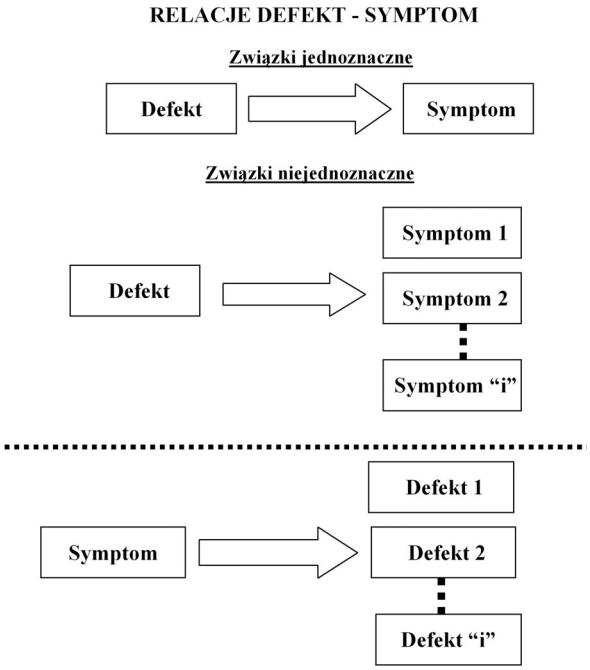


Rys. 1.7. Ograniczenia diagnostyki według modelu: analiza ilościowa i jakościowa

równaniami ruchu całego układu. Równania ruchu mogłyby przybrać elegancką formę jak np. w [1.4]

$$\begin{bmatrix} Z_{R,ii} & Z_{R,ib} & 0 \\ Z_{R,bi} & Z_{R,bb}+Z_B & -Z_B \\ 0 & -Z_B & Z_B+\overline{Z}_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_{R,i} \\ r_{R,b} \\ r_{F,b} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_u \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \qquad (1.9)$$

gdzie $\mathbf{Z}$ jest zespoloną macierzą sztywności dynamicznej, a indeksy b, i dotyczą stopni swobody łożysk i wewnętrznych wirnika, natomiast F, R, B odnoszą się do konstrukcji podpierającej, wirnika i łożysk odpowiednio. Wyraz r oznacza odpowiedź układu a f siły niewyważenia. Zauważmy, że sztywność dynamiczna konstrukcji podpierającej $\overline{Z}_F$ jest teraz wyraźnie wydzielona, a jej powiązania z innymi podukładami doskonale widoczne. Ponadto $\overline{Z}_F$ jest zespoloną sztywnością dynamiczną uzyskaną poprzez bezpośrednie odwrócenie zespolonej macierzy po-



Rys. 1.8. Niejednoznaczność związków typu defekt-symptom jako podstawowy problem diagnostyki według modelu

datności dynamicznej konstrukcji podpierającej. Bezpośrednia transformacja charakterystyk zespolonych do rzeczywistych jest w tym przypadku zbędna.

Niestety, w zagadnieniach nieliniowych tak elegancka i prosta reprezentacja równań ruchu jak w związku (1.9) nie jest możliwa.

Warto w tym miejscu zwrócić uwagę na jeszcze jeden, niezwykle ważny, aspekt zagadnienia. Otóż istnienie w analizowanym układzie członów nieliniowych może wywołać tzw. **sprzężone formy drgań giętno-wzdłużno-skrętnych.** Jeżeli nawet założymy, że na układ działają jedynie siły właściwe dla jednej formy drgań (np. siły związane z niewyważeniem wirujących mas) a film olejowy poprzecznych łożysk ślizgowych nie jest w stanie przenosić obciążeń wzdłużnych i skrętnych (co ma miejsce w przypadku założenia pełnej równoległości osi panwi do osi wirnika), to i tak sprzężone formy drgań mogą być wywołane poprzez imperfekcje konstrukcyjne samego wirnika, czyli np. pęknięcia lub rozosiowania. Jak wynika to z aktualnie prowadzonych badań [1.50]÷[1.52] pęknięcia poprzeczne wirników mogą wywołać drgania wzdłużne układu tego samego rzędu co drgania poprzeczne. W takich sytuacjach analiza stanu dynamicznego wymaga zastosowania niekonwencjonalnych narzędzi badawczych takich jak skojarzona analiza tradycyjnych widm

amplitudowych z widmami fazowymi [1.50]. Stwarza to nowe, interesujące możliwości diagnostyki według modelu. Zagadnienia te jednak są na tyle złożone, iż warto im poświęcić więcej uwagi w kolejnych publikacjach.

Przedstawimy teraz podstawowe definicje, założenia i równania umożliwiające dokonanie transformacji wg związku (1.8), a następnie wskażemy na możliwe przypadki niejednoznaczności tej procedury.

1.3 Model konstrukcji podpierającej

Konstrukcja podpierająca współczesnej dużej maszyny wirnikowej składa się z stojaków łożyskowych (podpór) montowanych bezpośrednio na fundamencie lub w korpusie zewnętrznym maszyny oraz z żelazobetonowego fundamentu współdziałającego z gruntem poprzez sztucznie wytworzone podłoże. Trudności w trafnym przewidywaniu własności dynamicznych tak złożonych konstrukcji podpierających metodą analizy teoretycznej zmuszają do szerokiego stosowania metod doświadczalnych. Konstrukcje podpierające są z reguły bardzo sztywne, a naprężenia w nich są niewielkie. Z tego powodu ich własności dynamiczne można opisać za pomocą związków liniowych. Uzasadnia to stosowanie metody wzbudzeń harmonicznych w badaniach eksperymentalnych.

Oddziaływanie konstrukcji podpierającej na elastyczny wirnik opisać można za pomocą dyskretnych więzi, z których każda odbiera wirnikowi w miejscu jej zaczepienia jeden stopień swobody. Więzi te występują wszędzie tam, gdzie przenoszone są zmienne siły z wirnika na konstrukcję podpierającą, a więc w miejscach jego posadowienia, czyli utwierdzenia panwi łożyskowych. Interesować nas zatem będą charakterystyki dynamiczne konstrukcji podpierającej **wyłącznie** w miejscach utwierdzenia panwi.

Zakładając, iż film olejowy poprzecznych łożysk ślizgowych nie przenosi sił wzdłużnych, oraz że panwie łożyskowe mają skończoną szerokość (co umożliwia pominięcie kątów pochylenia osi panwi w stosunku do osi wirnika), to oddziaływania konstrukcji podpierającej na wirnik w jednej podporze opisać można za pomocą dwóch więzi: poziomej i pionowej – tak jak to przedstawia rys. 1.9.

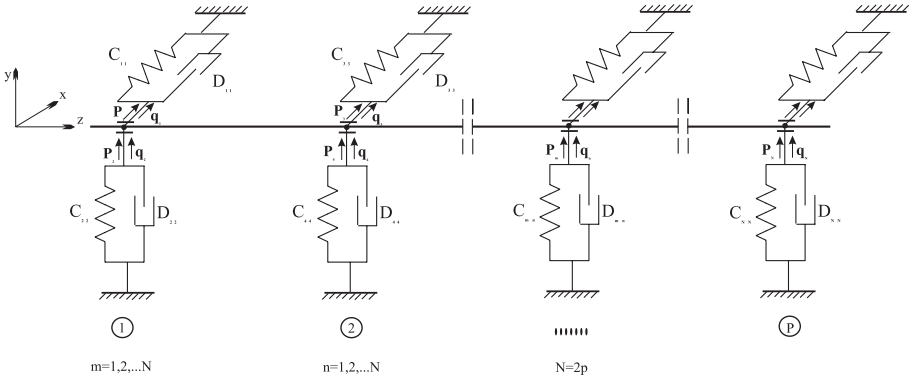
Jeżeli założymy, że układ posiada p podpór to wszystkie oddziaływania pomiędzy wirnikiem i konstrukcją nośną opisać można za pomocą $N = 2p$ więzi, które cechują liniowe (lub linearyzowane) związki pomiędzy siłami a przemieszczeniami.

Przyjmijmy następującą konwencję numeracji więzi:

podpora nr:	①		②			ⓟ		
kierunek więzi:	x	y	x	y	....	x	y	
numer więzi:	1	2	3	4	...	N-1	N	.

Własności dynamiczne konstrukcji podpierającej traktowane jako wyodrębniony podukład liniowy, w analogii do globalnych równań ruchu (1.5), możemy napisać w postaci:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\mathbf{q} = \mathbf{P}\,, \tag{1.10}$$



Rys. 1.9. Więzi i oddziaływania w przyjętym modelu konstrukcji podpierającej

gdzie:

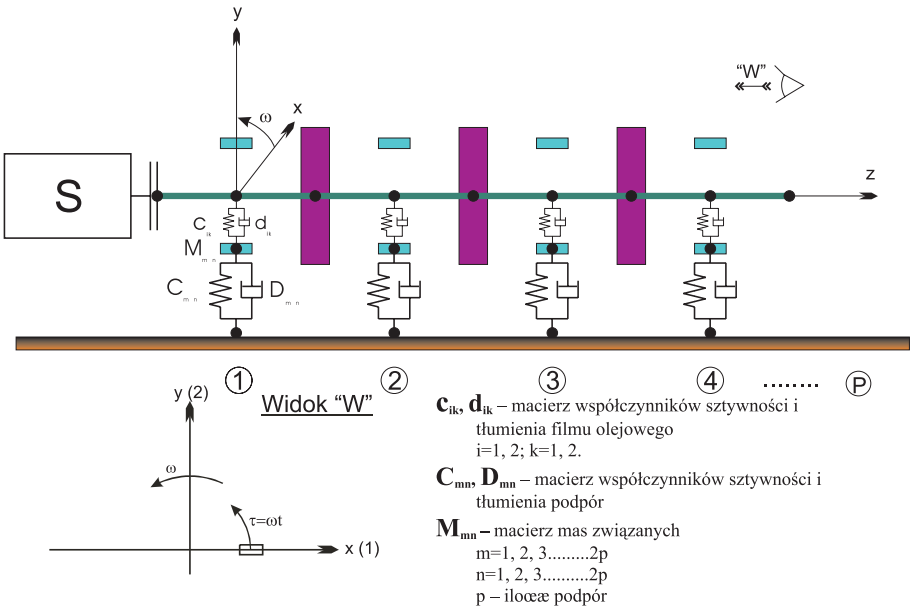
$\mathbf{M}, \mathbf{D}, \mathbf{C}$	–	rzeczywiste macierze bezwładności, tłumienia i sztywności;
$\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$	–	uogólnione, zespolone wektory przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń;
$\mathbf{P}$	–	uogólniony, zespolony wektor sił wymuszających (harmonicznych).

Jeżeli równania ruchu (1.10) odniesiemy wyłącznie do zdefiniowanych wyżej więzi i ponadto jeżeli przyjmiemy, że pierwszy indeks m oznacza numer więzi dla sił a drugi indeks n oznacza numer więzi dla przemieszczeń, to równanie (1.10) możemy napisać w postaci:

$$\mathbf{M}_{mn}\ddot{\mathbf{q}}_n + \mathbf{D}_{mn}\dot{\mathbf{q}}_n + \mathbf{C}_{mn}\mathbf{q}_n = \mathbf{P}_m. \tag{1.11}$$

Oczywiście zachodzi: $m = 1, 2, ..., N$ oraz $n = 1, 2, ..., N$, co oznacza, iż macierze $\mathbf{M}_{mn}$, $\mathbf{D}_{mn}$, $\mathbf{C}_{mn}$ są macierzami kwadratowymi o wymiarze $N \times N$. Zawierają one elementy M_{mn}, D_{mn} i C_{mn} zwane współczynnikami bezwładności (mas związanych), tłumienia i sztywności konstrukcji podpierającej – rys. 1.9. Współczynniki te dla $m = n$ określać będziemy jako **główne** (punktowe) natomiast dla $m \neq n$ jako współczynniki **przeniesione**, przy czym jeśli przeniesienie dotyczy jednej podpory (np. C_{12}, C_{34}, ..., $C_{N-1,N}$), to współczynniki te określimy jako **„skośne"**, a jeśli dwóch różnych podpór (np. C_{13}, C_{14}, C_{24}, C_{35}, C_{36}, C_{1N}, itd.) to jako **„sprzęgające"**. Rysunek 1.10 przedstawia ogólną konwencję zapisu indeksów dla współczynników sztywności i tłumienia filmu olejowego c_{ik}, d_{ik} oraz konstrukcji podpierającej C_{mn}, D_{mn}, M_{mn}.

Warto w tym miejscu zaznaczyć, iż macierze mas związanych $\mathbf{M}_{mn}$, tłumienia $\mathbf{D}_{mn}$ i sztywności $\mathbf{C}_{mn}$ opisują fizyczne, rzeczywiste własności dynamiczne konstrukcji podpierającej w pewnym ściśle określonym przedziale częstości wzbudzania ω. **Określenie przedziału adekwatności charakterystyk masowo-tłumiąco-sztywnościowych stanowi główny problem identyfikacji konstrukcji podpierającej.** Konstrukcja podpierająca, jako wydzielony podukład całego systemu, modelowana jest najczęściej w postaci układu dyskretnego o dużej



$\mathbf{c_{ik}}$, $\mathbf{d_{ik}}$ – macierz współczynników sztywności i tłumienia filmu olejowego
i=1, 2; k=1, 2.

$\mathbf{C_{mn}}$, $\mathbf{D_{mn}}$ – macierz współczynników sztywności i tłumienia podpór

$\mathbf{M_{mn}}$ – macierz mas związanych
m=1, 2, 3.....2p
n=1, 2, 3.....2p
p – iloœæ podpór

Definicja współczynników sztywności i tłumienia filmu olejowego

np.: $c_{11} = c_{xx} = \frac{\partial F_x}{\partial y}$ $c_{12} = c_{xy} = \frac{\partial F_x}{\partial y}$ $c_{21} = c_{yx} = \frac{\partial F_y}{\partial x}$ $c_{22} = c_{yy} = \frac{\partial F_y}{\partial y}$

Definicja współczynników sztywności i tłumienia podpór (numeracja więzi)

Dla kierunku x:	1	3	5	.....
Dla kierunku y:	2	4	6	.....
	①	②	③	

$\mathbf{C_{m\,n}}$

kierunek (i nr podpory) dla siły F

kierunek (i nr podpory) dla przemieszczeń x,y

np.: $\mathbf{C_{52}} = \frac{\partial \mathbf{F_5}}{\partial \mathbf{x_2}}$ oznacza współczynnik sztywności obliczony przy działaniu siły wymuszającej w kierunku poziomym (x) w podporze ③ i przemieszczeń pionowych (y) w podporze ①.

Rys. 1.10. Oznaczenia i konwencja zapisu indeksów współczynników sztywności i tłumienia filmu olejowego i więzi dla podpór

ilości stopni swobody, np. za pomocą metody MES. Tymczasem dla celów związanych z analizą własności dynamicznych linii wirników, łożysk i uszczelnień, czyli analizą całego systemu, potrzebne są informacje o konstrukcji podpierającej jedynie w miejscach posadowienia wirnika, czyli utwierdzenia panwi. Tak więc zachodzi konieczność identyfikacji konstrukcji podpierającej o wielu stopniach swobody na podstawie jedynie kilku lub kilkunastu stopni swobody w więziach bezpośrednio utwierdzających panwie łożyskowe. Sytuacja taka z natury rzeczy rodzić musi niejednoznaczne wyniki procedury identyfikacyjnej. Wyznaczone charakterystyki masowo-tłumiąco-sztywnościowe czyli macierze $\mathbf{M}_{mn}$, $\mathbf{D}_{mn}$ i $\mathbf{C}_{mn}$ obowiązywać będą jedynie w określonych przedziałach $< \omega_1, \omega_2 >$, $< \omega_2, \omega_3 >$,..., $< \omega_{r-1}, \omega_r >$ z rozpatrywanego zakresu $< \omega_1, \omega_r >$. Przedziały te zależne są od własności dynamicznych konstrukcji podpierającej (ilości rezonansów, postaci modalnej drgań itd.) a ich określenie jest kwestią wyczucia i doświadczenia a także dostępnych informacji (np. eksperymentalnych) o konstrukcji podpierającej. Sytuację dodatkowo komplikuje fakt, iż w rzeczywistych konstrukcjach dość często mamy do czynienia z nieproporcjonalnym tłumieniem materiałowym i konstrukcyjnym i nieliniową charakterystyką niektórych elementów konstrukcji podpierającej.

Współczynniki główne (punktowe) mas związanych w więziach M_{mn} i sztywności C_{mn} dla przyjętego liniowego modelu konstrukcji podpierającej nie mogą przyjmować wartości ujemnych czyli

$$M_{mn} > 0 \quad \text{i} \quad C_{mn} > 0 \ \text{ dla } \ m = n\,.$$

Współczynnik tłumienia D_{mn} może natomiast przyjmować zarówno wartości dodatnie jak i ujemne. Wielkość ta związana jest z procesem wymiany energii drgań i granicą stabilności układu. Ujemna wartość współczynnika tłumienia w więzi $D_{mn} < 0$ oznacza tłumienie drgań w stabilnych warunkach pracy i tym samym zmniejszenie energii drgań. Wartość dodatnia współczynnika $\mathrm{D}_{mn} > 0$ oznacza możliwość pobudzania drgań poprzez dostarczanie do układu energii z zewnątrz (z układu napędowego). Sytuacja taka zachodzi po przekroczeniu granicy stabilności a więc w sytuacji kiedy powstają i rozwijają się już nieliniowe drgania samowzbudne. Znak współczynnika tłumienia D_{mn} zależy od przyjętej konwencji znaku fazy podatności Ψ_{mn}. Współczynnik D_{mn} jest parametrem matematycznym. Jego ujemna wartość oznacza pod względem fizycznym dodatnie tłumienie w układzie. Interpretacja taka jest dość powszechnie przyjmowana w literaturze.

Współczynniki C_{mn} i D_{mn} z równania (1.11) korespondują z globalnym równaniem ruchu całego obiektu (1.5) i mogą tu być wprowadzone w sposób bezpośredni. Należy je jednak wcześniej wyznaczyć, co zgodnie z wcześniejszymi rozważaniami stanowić może pewien problem. Istotę problemu przedstawimy precyzując najpierw pojęcie dynamicznej sztywności i podatności konstrukcji podpierającej, a następnie opisując szczegóły związane z budową macierzy podatności na podstawie danych eksperymentalnych.

1.3.1 Dynamiczna sztywność i podatność. Definicje

W przypadku wzbudzenia harmonicznego, dla którego możemy przyjąć sinusoidalny przebieg sił wymuszających i przemieszczeń, całkę szczególną równania niejednorodnego (1.10) możemy wyznaczyć stosując znane podstawienie

$$\left.\begin{array}{l}\mathbf{P}=\mathbf{P}_0 e^{j\omega t}\\ \mathbf{q}=\mathbf{q}_0 e^{j\omega t}\end{array}\right\}, \tag{1.12}$$

gdzie

$\mathbf{q}_0, \mathbf{P}_0$	–	amplitudy przemieszczeń i sił;
$j=\sqrt{-1}$	–	jednostka urojona;
t	–	czas;
ω	–	prędkość kątowa wirnika.

Wstawiając (1.12) do (1.10) otrzymamy

$$[\mathbf{C}-\omega^2\mathbf{M}+j\omega\mathbf{D}]\mathbf{q}_0=\mathbf{P}_0\,, \tag{1.13}$$

a więc układ równań algebraicznych równoważny równaniom różniczkowym (1.10). Wyrażenie

$$\boxed{\mathbf{K}=\frac{\mathbf{P}_0}{\mathbf{q}_0}=\mathbf{C}-\omega^2\mathbf{M}+j\omega\mathbf{D}} \tag{1.14}$$

nosi nazwę zespolonej **macierzy sztywności dynamicznej** (*dynamic stiffness matrix* lub też *force influence coefficient matrix*) [1.1].

Zauważmy, iż sztywność dynamiczna konstrukcji podpierającej jest zawsze funkcją ω czyli zawsze zachodzi $\mathbf{K}(\omega)$, nawet jeśli same macierze $\mathbf{C}$, $\mathbf{M}$ i $\mathbf{D}$ od ω nie zależą (w pewnym przedziale).

Równanie (1.10) możemy też napisać w postaci (uwzględniając związek (1.14)):

$$\mathbf{K}\mathbf{q}_0=\mathbf{P}_0\,. \tag{1.15}$$

Odnosząc równanie (1.15) do interesujących nas więzi – rys. 1.4, to zgodnie z przyjętą konwencją ich zapisu – rys. 1.5, otrzymamy

$$\mathbf{K}_{mn}\mathbf{q}_n^0=\mathbf{P}_m^0\,. \tag{1.16}$$

Wektory $\mathbf{q}_n^0$ i $\mathbf{P}_m^0$ pozostają nadal zespolonymi amplitudami przemieszczeń w więziach n i wymuszeń w więziach m o następującej strukturze:

$$\left.\begin{array}{l}\mathbf{q}_n^0=\mathrm{col}\left\{\mathbf{q}_1^0,\mathbf{q}_2^0,...,\mathbf{q}_n^0\right\}\ \text{ gdzie } n=1,...,N\\ \mathbf{P}_n^0=\mathrm{col}\left\{\mathbf{P}_1^0,\mathbf{P}_2^0,...,\mathbf{P}_n^0\right\}\ \text{ gdzie } m=1,...,N\end{array}\right\}, \tag{1.17}$$

gdzie $\mathbf{q}_n^0$ i $\mathbf{P}_m^0$ to zespolone współrzędne tych wektorów – rys. 1.9.

Macierz sztywności dynamicznej $\mathbf{K}_{mn}$ zawiera odpowiednio uporządkowane zespolone elementy k_{mn} o strukturze:

$$k_{mn}=C_{mn}-\omega^2 M_{mn}+j\omega D_{mn}\,, \tag{1.18}$$

gdzie M_{mn}, D_{mn} i C_{mn} to rzeczywiste współczynniki mas związanych, tłumienia i sztywności konstrukcji podpierającej – rys. 1.9.

Postać równania (1.16) narzuca następującą interpretację fizyczną poszczególnych elementów k_{mn} macierzy sztywności dynamicznej: element k_{mn} jest reakcją utrzymania bez przemieszczenia m-tej więzi układu dla zadanego przemieszczenia w więzi n przy zerowych przemieszczeniach we wszystkich innych więziach. Chcąc w ten sposób wyznaczyć pełną macierz K_{mn} musielibyśmy mierzyć siły w poszczególnych więziach unieruchamiając wiele punktów układu.

W praktyce zdecydowanie łatwiej jest pomierzyć przemieszczenia we wszystkich więziach dla wymuszenia działającego w jednej wybranej więzi. Oznacza to, że równanie (1.16) winno być napisane w „odwróconej" postaci

$$\mathbf{K}_{mn}^{-1}\,\mathbf{P}_m^0 = \mathbf{q}_n^0\,. \tag{1.19}$$

Macierz

$$\boxed{\mathbf{L}_{mn} = \mathbf{K}_{mn}^{-1} = \frac{\mathbf{q}_n^0}{\mathbf{P}_m^0} = \left[\mathbf{C}_{mn} - \omega^2\mathbf{M}_{mn} + j\omega\mathbf{D}_{mn}\right]^{-1}} \tag{1.20}$$

nosi nazwę zespolonej **podatności dynamicznej** (*dynamic flexibility*, *dynamic receptance*, *dynamic compliance*) lub też **macierzy liczb wpływowych** (*displacement influence coefficient matrix*) [1.1]. Podobnie jak sztywność dynamiczna, podatność dynamiczna jest funkcją częstości wzbudzania ω, czyli zachodzi $\mathbf{L}(\omega)$. Stąd też macierz podatności $\mathbf{L}$ nazywana jest również **funkcją odpowiedzi częstotliwościowej układu** (*frequency response functions* – FRF) [1.1].

Pomiar podatności konstrukcji podpierającej jest stosunkowo łatwy i stanowi obecnie rutynową procedurę badawczą.

Warto zauważyć, że np. macierz podatności układu dwupodporowego jest podmacierzą układu trójpodporowego, a trójpodporowego z kolei podmacierzą układu p-podporowego. Tego typu zależności nie zachodzą w przypadku macierzy sztywności dynamicznej. Fakt ten ma istotne znaczenie praktyczne.

Podatność dynamiczna i sztywność dynamiczna są wielkościami wzajemnie odwrotnymi. Oznacza to, iż dysponując macierzą podatności dynamicznej $\mathbf{L}_{mn}$ (łatwą do uzyskania metodą badań eksperymentalnych) możemy wyznaczyć sztywność dynamiczną $\mathbf{K}_{mn}$ potrzebną w równaniu (1.16) stosując rutynową procedurę odwracania macierzy:

$$\mathbf{K}_{mn} = \mathbf{L}_{mn}^{-1} \tag{1.21}$$

Już teraz widać, analizując postać związków (1.14) lub (1.20), że dysponując pomierzoną wartością podatności dynamicznej $\mathbf{L}_{mn}$ i w konsekwencji macierzą sztywności $\mathbf{K}_{mn}$, jednoznaczne określenie rzeczywistych macierzy mas $\mathbf{M}_{mn}$, tłumienia – $\mathbf{D}_{mn}$ i sztywności – $\mathbf{C}_{mn}$ niezbędnych w globalnych równaniach ruchu (1.5), nie jest możliwe. Zmiennych do określenia jest tu bowiem więcej niż zależności funkcyjnych którymi dysponujemy.

Zanim przejdziemy do dalszych rozważań związanych z transformacją zespolonych charakterystyk podatnościowych do rzeczywistych, przedstawimy więcej

szczegółów dotyczących budowy macierzy podatności dynamicznej konstrukcji podpierającej. Macierz ta w każdym przypadku stanowi punkt wyjścia do kolejnych zagadnień związanych z analizą własności konstrukcji podpierającej.

1.3.2 Ogólne zasady budowy zespolonej macierzy podatności dynamicznej

Nie zawężając ogólności rozważań możemy przyjąć, iż wektor sił wymuszających $\mathbf{P}_m^0$ określony związkiem (1.17) posiada wyłącznie współrzędne rzeczywiste, co oznacza brak przesunięć fazowych w przypadku przykładania tych sił do kolejnych więzi. Założenie to jest powszechnie stosowane w badaniach eksperymentalnych konstrukcji podpierającej.

Równanie (1.19), uwzględniając definicję (1.20) możemy napisać w postaci:

$$\mathbf{L}_{mn}\mathbf{P}_m^0 = \mathbf{q}_n^0 \tag{1.22}$$

lub też

$$\mathbf{L}_{mn}\mathbf{P}_m = \mathbf{q}_n\,, \tag{1.23}$$

gdzie

$$\mathbf{P}_m = \mathbf{P}_m^0 e^{j\omega t} \;\text{ oraz }\; \mathbf{q}_n = \mathbf{q}_n^0 e^{j\omega t}\,.$$

Efektem badań eksperymentalnych są rzeczywiste parametry ruchu w określonych więziach, a mianowicie amplitudy i kąty fazowe przemieszczeń harmonicznych. Parametry te możemy powiązać z zespolonym równaniem ruchu (1.23) rozpatrując tylko części rzeczywiste tego równania. Jeżeli l_{mn} oznacza zespolony element macierzy $\mathbf{L}_{mn}$ to dla n-tego przemieszczenia możemy napisać stosując kolejne przekształcenia [1.1, 1.11]:

$$\begin{aligned}\mathrm{Re}[q_n^0 e^{j\omega t}] &= \mathrm{Re}\left[\sum_{m=1}^{N} l_{mn}P_m^0 e^{j\omega t}\right] = \sum_{m=1}^{N} P_m^0 \mathrm{Re}[l_{mn}e^{j\omega t}] \\ &= A_{1n}\sin(\omega t) + A_{2n}\cos(\omega t) = A_n \sin(\omega t + \Psi_n)\,,\end{aligned} \tag{1.24}$$

gdzie A_n i Ψ_n to rzeczywista amplituda i kąt fazowy przemieszczeń dla n-tej więzi.

Wobec powyższych przekształceń możemy teraz napisać

$$\mathrm{Re}|q_n e^{j\omega t}| = A_n e^{j(\omega t+\Psi_n)} = A_n e^{j\Psi_n} e^{j\omega t}\,;$$

zatem:

$$\boxed{q_n^0 = A_n e^{j\Psi}}. \tag{1.25}$$

Wyprowadziliśmy w ten sposób ważny związek pozwalający połączyć rzeczywiste parametry ruchu A_n, Ψ_n będące wynikiem pomiarów eksperymentalnych z zespoloną postacią elementów tworzących równanie (1.22) i stanowiących bazę do wyprowadzenia dynamicznej macierzy podatności $\mathbf{L}_{mn}$.

Załóżmy teraz, że w jednej więzi „m" działa siła wymuszająca sinusoidalnie zmienna o częstotliwości ω

$$P_m = P_m^0 \sin(\omega t)\,. \tag{1.26}$$

Macierz kolumnowa (1.17) będzie miała zatem wszystkie składowe zerowe z wyjątkiem jednej, którą jest liczba rzeczywista

$$\mathbf{P}_m^0 = \mathrm{col}\left\{0, 0, ..., P_m^0, 0, ...0\right\} . \tag{1.27}$$

Postać wektora (1.27) z jednym niezerowym czynnikiem uwidacznia sensowność przyjęcia założenia, iż siła wymuszająca P_m nie jest przesunięta w fazie i ma postać (1.26).

Przyłożona w jednej, konkretnej więzi m sinusoidalnie zmienna siła wzbudzająca P_m powoduje rzeczywiste przemieszczenia we wszystkich pozostałych więziach. Przemieszczenia te stanowią oczywiście odpowiedź układu na zadane wymuszenia i wyrażają się w postaci następujących pomierzonych amplitud i kątów fazowych:

$$u_{mn} = A_{mn} \sin(\omega t + \Psi_{mn}) , \tag{1.28}$$

gdzie $n = 1, 2, ..., N$.

Uwzględniając zw. (1.25) wektor uogólnionych amplitud, dla wymuszenia działającego w więzi m, przyjmie postać

$$\mathbf{q}_n^0 = \left\{A_{m1}e^{j\Psi_{m1}}, A_{m2}e^{j\Psi_{m2}}, ..., A_{mn}e^{j\Psi_{mn}}, A_{mN}e^{j\Psi_{mN}}\right\} . \tag{1.29}$$

Uwzględniając (1.27) i (1.29) równanie (1.22) możemy napisać w postaci

$$\begin{bmatrix} l_{11} & l_{21} & ... & l_{m1} & ... & l_{N1} \\ l_{12} & l_{22} & ... & l_{m2} & ... & l_{N2} \\ & \cdots\cdots\cdots & & & & \\ & \cdots\cdots\cdots & & & & \\ l_{1n} & l_{2n} & ... & l_{mn} & ... & l_{Nn} \\ & \cdots\cdots\cdots & & & & \\ l_{1N} & l_{2N} & ... & l_{mN} & ... & l_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ P_m^0 \\ . \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{m1}e^{j\Psi_{m1}} \\ A_{m2}e^{j\Psi_{m2}} \\ . \\ . \\ A_{mn}e^{j\Psi_{mn}} \\ . \\ A_{mN}e^{j\Psi_{mN}} \end{bmatrix} . \tag{1.30}$$

$\uparrow$ m-ta kolumna

W takim przypadku m-ta kolumna macierzy podatności $\mathbf{L}_{mn}$ może być wyznaczona z zależności

$$\begin{bmatrix} l_{m1} \\ l_{m2} \\ . \\ . \\ l_{mn} \\ . \\ l_{mN} \end{bmatrix} = \frac{1}{P_m^0} \begin{bmatrix} A_{m1}e^{j\Psi_{m1}} \\ A_{m2}e^{j\Psi_{m2}} \\ . \\ . \\ A_{mn}e^{j\Psi_{mn}} \\ . \\ A_{mN}e^{j\Psi_{mN}} \end{bmatrix} . \tag{1.31}$$

W analogiczny sposób obliczamy pozostałe kolumny przykładając siłę wymuszającą P_m^0 w kolejnych więziach m i otrzymując nowe wartości przemieszczeń (1.28) w wszystkich więziach.

Procedura ta umożliwia budowę pełnej, zespolonej dynamicznej macierzy podatności $\mathbf{L}_{mn}$ dysponując jedynie rzeczywistymi, pomierzonymi amplitudami wymuszeń P_m^0 oraz amplitudami przemieszczeń A_{mn} i kątów fazowych Ψ_{mn}.

Z zależności (1.30) i (1.31) widać, iż każdy element l_{mn} macierzy podatności dynamicznej ma postać:

$$\boxed{l_{mn} = \frac{A_{mn}}{P_m^0} e^{j\Psi_{mn}} = |l_{mn}|\, e^{j\Psi_{mn}}} \tag{1.32}$$

lub też

$$\boxed{l_{mn} = \frac{A_{mn}}{P_m^0} (\cos\Psi_{mn} + j \sin\Psi_{mn}) = l_{mn}^{*} + j l_{mn}^{**}\,.} \tag{1.33}$$

Przedstawiony w rów. (1.32) stosunek amplitud:

$$|l_{mn}| = \frac{A_{mn}}{P_m^0}$$

nosi nazwę **modułu zespolonej podatności** a kąt Ψ_{mn} **fazy podatności.** Postać ta jest wygodna z uwagi na interpretację fizyczną i graficzną, natomiast postać (1.33) jest stosowana w obliczeniach numerycznych (np. przy numerycznym odwracaniu).

Macierz podatności $\mathbf{L}_{mn}$ musi być odwracalna, co oznacza, iż drogą badań eksperymentalnych wyznaczyć musimy **wszystkie** jej elementy (wzbudzenie musi być przykładane kolejno do wszystkich więzi). Macierz podatności $\mathbf{L}_{mn}$ dla liniowych układów mechanicznych jest macierzą symetryczną.

Opisana wyżej procedura budowy zespolonej macierzy podatności dynamicznej odnosi się rzecz jasna do jednej konkretnej częstości wzbudzenia ω. Powtarzając całą procedurę postępowania dla kolejnych częstości ω otrzymamy stabelaryzowane funkcje macierzy $\mathbf{L}(\omega)$ i pełny obraz zachowań dynamicznych konstrukcji podpierającej.

1.3.3 Przykład budowy macierzy podatności dynamicznej dla konstrukcji dwupodporowej

Załóżmy, iż konstrukcja podpierająca składa się tylko z dwóch podpór czyli $p = 2$, co oznacza liczbę więzi $N = 2p = 4$. Macierz podatności $\mathbf{L}_{mn}$ będzie miała wymiar 4×4 i zawierać będzie 16 elementów.

Załóżmy, iż siła wymuszająca $P_m = P_m^0 \sin\omega t$ została przyłożona do pierwszej podpory w kierunku poziomym x czyli do więzi nr 1. Wtedy jest

$$P_1 = P_1^0 \sin\omega t\,.$$

Siła P_1 powoduje przemieszczenia poziome i pionowe zarówno w podporze pierwszej jak i drugiej a wiec we wszystkich więziach układu – rys. 1.4, czyli otrzymamy:

$$u_{11} = A_{11} \sin(\omega t + \Psi_{11})\,,$$

$$u_{12} = A_{12} \sin(\omega t + \Psi_{12})\,,$$

$$u_{13} = A_{13}\sin(\omega t + \Psi_{13})\,,$$
$$.u_{14} = A_{14}\sin(\omega t + \Psi_{14})\,.$$

Równanie (1.30) możemy teraz napisać w postaci

$$\begin{bmatrix} l_{11} & l_{21} & l_{31} & l_{41} \\ l_{12} & l_{22} & l_{32} & l_{42} \\ l_{13} & l_{23} & l_{33} & l_{43} \\ l_{14} & l_{24} & l_{34} & l_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}e^{j\Psi_{11}} \\ A_{12}e^{j\Psi_{12}} \\ A_{13}e^{j\Psi_{13}} \\ A_{14}e^{j\Psi_{14}} \end{bmatrix}.$$

Wykonując mnożenie otrzymamy:

$$\begin{array}{llllllll} l_{11}P_1^0 + l_{21}0 + l_{31}0 + l_{41}0 & & & & & & & = A_{11}e^{j\Psi_{11}}\,, \\ l_{12}P_1^0 + & 0 & + & 0 & + & 0 & & = A_{12}e^{j\Psi_{12}}\,, \\ l_{13}P_1^0 + & 0 & + & 0 & + & 0 & & = A_{13}e^{j\Psi_{13}}\,, \\ l_{14}P_1^0 + & 0 & + & 0 & + & 0 & & = A_{14}e^{j\Psi_{14}}\,. \end{array}$$

co określa nam pierwszą kolumnę macierzy **L**

$$\begin{bmatrix} l_{11} \\ l_{12} \\ l_{13} \\ l_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A_{11}}{P_1^0}e^{j\Psi_{11}} \\ \frac{A_{12}}{P_1^0}e^{j\Psi_{12}} \\ \frac{A_{13}}{P_1^0}e^{j\Psi_{13}} \\ \frac{A_{14}}{P_1^0}e^{j\Psi_{14}} \end{bmatrix}.$$

Przykładając teraz siłę P_m do drugiej więzi

$$P_2 = P_2^0\,\sin\omega t$$

otrzymamy nowy zestaw parametrów charakterystyk odpowiedzi układu

$$u_{21} = A_{21}\sin(\omega t + \Psi_{21})\,,$$
$$u_{22} = A_{22}\sin(\omega t + \Psi_{22})\,,$$
$$u_{23} = A_{23}\sin(\omega t + \Psi_{23})\,,$$
$$u_{24} = A_{24}\sin(\omega t + \Psi_{24})\,.$$

i w konsekwencji drugą kolumnę macierzy podatności

$$\begin{bmatrix} l_{21} \\ l_{22} \\ l_{23} \\ l_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A_{21}}{P_2^0}e^{j\Psi_{21}} \\ \frac{A_{22}}{P_2^0}e^{j\Psi_{22}} \\ \frac{A_{23}}{P_2^0}e^{j\Psi_{23}} \\ \frac{A_{24}}{P_2^0}e^{j\Psi_{24}} \end{bmatrix}.$$

Przykładając siłę P_m w kolejnych więziach, czyli

$$P_3 = P_3^0\,\sin\omega t \quad \text{i} \quad P_4 = P_4^0\,\sin\omega t$$

otrzymamy kolejne odpowiedzi układu i w konsekwencji pełną zespoloną macierz podatności dla konkretnego wymuszenia ω.

$$L_{mn}(\omega) = \begin{bmatrix} \frac{A_{11}}{P_1^0} e^{j\Psi_{11}} & \frac{A_{21}}{P_2^0} e^{j\Psi_{21}} & \frac{A_{31}}{P_3^0} e^{j\Psi_{31}} & \frac{A_{41}}{P_4^0} e^{j\Psi_{41}} \\ \frac{A_{12}}{P_1^0} e^{j\Psi_{12}} & \frac{A_{22}}{P_2^0} e^{j\Psi_{22}} & \frac{A_{32}}{P_3^0} e^{j\Psi_{32}} & \frac{A_{42}}{P_4^0} e^{j\Psi_{42}} \\ \frac{A_{13}}{P_1^0} e^{j\Psi_{13}} & \frac{A_{23}}{P_2^0} e^{j\Psi_{23}} & \frac{A_{33}}{P_3^0} e^{j\Psi_{33}} & \frac{A_{43}}{P_4^0} e^{j\Psi_{43}} \\ \frac{A_{14}}{P_1^0} e^{j\Psi_{14}} & \frac{A_{24}}{P_2^0} e^{j\Psi_{24}} & \frac{A_{34}}{P_3^0} e^{j\Psi_{34}} & \frac{A_{44}}{P_4^0} e^{j\Psi_{44}} \end{bmatrix} . \tag{1.34}$$

1.4 Transformacja charakterystyk

Przejdźmy teraz do zagadnień związanych z transformacją zespolonych charakterystyk podatnościowych konstrukcji podpierającej do rzeczywistych charakterystyk masowo–tłumiąco–sztywnościowych. Problem ten symbolicznie wyraża związek (1.8).

Punktem wyjścia do naszych dalszych rozważań będzie oczywiście macierz podatności dynamicznej $\mathbf{L}_{mn}$ uzyskana drogą pomiarów eksperymentalnych (lub stosownej symulacji komputerowej). Możemy teraz z łatwością, stosując rutynowe procedury numeryczne, odwrócić macierz $\mathbf{L}_{mn}$ otrzymując w ten sposób zespoloną macierz sztywności dynamicznej

$$\mathbf{K}_{mn} = \mathbf{L}_{mn}^{-1} . \tag{1.35}$$

W efekcie odwrócenia część rzeczywista i urojona każdego elementu macierzy sztywności jest nam znana czyli znamy:

$$\mathrm{Re}(k_{mn}) \;\; \text{oraz} \;\; \mathrm{Im}(k_{mn}) .$$

Możemy też w równie prosty sposób wyznaczyć moduły i kąty fazowe elementów macierzy sztywności:

$$|k_{mn}| = \sqrt{\mathrm{Re}\,(k_{mn})^2 + \mathrm{Im}\,(k_{mn})^2} \tag{1.36}$$

oraz

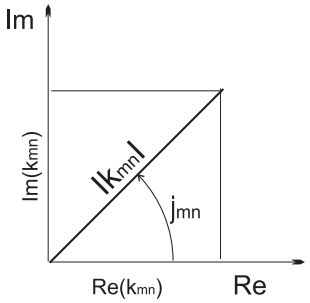
$$\varphi_{mn} = \mathrm{arc\,tg} \left[\frac{\mathrm{Im}\,(k_{mn})}{\mathrm{Re}\,(k_{mn})} \right] \tag{1.37}$$

lub lepiej za pomocą funkcji sinus lub cosinus (nie ma wówczas konieczności sprawdzania znaku funkcji)

$$\varphi_{mn} = \mathrm{arc\,sin} \left[\frac{\mathrm{Im}\,(k_{mn})}{|k_{mn}|} \right] \quad \text{lub} \;\; \varphi_{mn} = \mathrm{arc\,cos} \left[\frac{\mathrm{Re}\,(k_{mn})}{|k_{mn}|} \right] .$$

Warto zauważyć, iż otrzymane wyżej moduły i kąty fazowe φ_{mn} są inne niż moduły i kąty fazowe Ψ_{mn} w zw. (1.32, 1.33).

Zachodzą tu oczywiste zależności



$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{Re}\,(k_{mn}) = |k_{mn}|\cos\varphi_{mn} \\ \mathrm{Im}\,(k_{mn}) = |k_{mn}|\sin\varphi_{mn} \end{array}\right\}. \tag{1.38}$$

Zauważmy, iż moduł sztywności $|k_{mn}|$ i faza φ_{mn} nie mają tak jednoznacznej interpretacji fizycznej jak moduł podatności $|l_{mn}|$ i faza podatności Ψ_{mn}. Moduł podatności, zgodnie z wyprowadzonymi związku (1.32), zawsze będzie stosunkiem amplitud przemieszczeń i sił wzbudzających konstrukcję podpierającą a faza Ψ_{mn} kątem opóźnienia pomiędzy wymuszeniem i odpowiedzią układu w każdej więzi, czyli

$$|l_{mn}| = \frac{A_{mn}}{P_m^0}\,.$$

Jeżeli mamy do czynienia ze sprzężonym wpływem jednej podpory na pozostałe, czyli jeśli macierz podatności $\mathbf{L}_{mn}$ jest macierzą pełną lub też zawiera elementy poza główną przekątną, to analogiczny, odwrotny związek niestety nie zachodzi w przypadku modułu sztywności, czyli

$$|k_{mn}| \neq \frac{P_m^0}{A_{mn}}\,.$$

Jedynie w przypadku układów w pełni rozsprzężonych czyli braku wzajemnych oddziaływań skośnych i sprzęgających w więziach, co oznacza istnienie wyłącznie współczynników głównych l_{11},l_{22}, l_{33}, ..., l_{NN}, możemy napisać, iż zachodzi w pełni odwrotna zależność stosunków amplitud z głównej przekątnej macierzy podatności i sztywności, czyli

$$|l_{mn}| = \frac{A_{mn}}{P_m^0} \quad \text{natomiast} \quad |k_{mn}| = \frac{P_m^0}{A_{mn}}\,,$$

gdzie $m = n = 1, 2, 3, ..., N$.

Taki przypadek w praktyce zachodzi jednak niezbyt często. Z tego względu pojęcie modułu i fazy sztywności wykorzystywane jest w badaniach eksperymentalnych konstrukcji podpierającej znacznie rzadziej niż te same pojęcia w odniesieniu do podatności dynamicznej.

Dalszy tok postępowania zależeć będzie od tego czy dysponujemy macierzą podatności dynamicznej $\mathbf{L}_{mn}$ pomierzoną tylko dla jednej częstości wzbudzenia

ω_1, czy też dysponujemy charakterystykami podatnościowymi dla dwóch lub więcej częstości wzbudzenia ω_1, ω_2, ..., ω_r czyli:

$$\mathbf{L}_{mn}(\omega_1), \mathbf{L}_{mn}(\omega_2), ...\mathbf{L}_{mn}(\omega_r)$$

a w konsekwencji uwzględniając (1.35) i (1.38)

$$\mathrm{Re}[k_{mn}(\omega_1)], \quad \mathrm{Re}[k_{mn}(\omega_2)], ..., \mathrm{Re}[k_{mn}(\omega_r)]$$

$$\mathrm{Im}[k_{mn}(\omega_1)], \quad \mathrm{Im}[k_{mn}(\omega_2)], ..., \mathrm{Im}[k_{mn}(\omega_r)].$$

1.4.1 Transformacja przy jednej częstości wzbudzenia ω_1

Punktem wyjścia jest w tym przypadku znana charakterystyka podatnościowa układu $\mathbf{L}_{mn}(\omega_1)$. Poprzez odwrócenie macierzy $\mathbf{L}_{mn}(\omega_1)$ otrzymamy w efekcie macierz sztywności $\mathbf{K}_{mn}(\omega_1)$ co oznacza, iż znamy część rzeczywistą i urojoną każdego elementu tej macierzy, a więc mamy do dyspozycji: $\mathrm{Re}[k_{mn}(\omega_1)]$ oraz $\mathrm{Im}[k_{mn}(\omega_1)]$.

Zauważmy, iż z jednej strony części rzeczywiste i urojone poszczególnych elementów macierzy sztywności opisują zw. (1.38), a z drugiej strony zw. (1.18) wyprowadzone z definicji dynamicznej macierzy sztywności. Poprzez porównanie otrzymamy:

$$\left.\begin{aligned} C_{mn} - \omega_1^2 M_{mn} &= |k_{mn}| \cos\varphi_{mn} = \mathrm{Re}\left[k_{mn}(\omega_1)\right] \\ \omega_1 D_{mn} &= |k_{mn}| \sin\varphi_{mn} = \mathrm{Im}\left[k_{mn}(\omega_1)\right] \end{aligned}\right\}. \tag{1.39}$$

Powyższy układ dwóch równań zawiera trzy poszukiwane rzeczywiste wielkości a mianowicie M_{mn}, D_{mn} i C_{mn} i pomimo, iż drugie równanie wyznacza jednoznacznie tłumienie D_{mn}w więzi, to nadal nie możemy jednoznacznie określić współczynników rozkładu mas związanych M_{mn} i sztywności C_{mn}.

Wprowadźmy teraz pojęcie tzw. **sztywności równoważnej** R_{mn} rozumianej jako część rzeczywista elementu k_{mn} czyli

$$R_{mn} = C_{mn} - \omega_1^2 M_{mn}. \tag{1.40}$$

Termin „sztywność równoważna" zaproponował Gerlach w [1.12, 1.13]. Uwzględniając (1.40) w równaniach (1.39) możemy napisać:

$$\boxed{\begin{aligned} R_{mn} &= |k_{mn}| \cos\varphi_{mn} \\ D_{mn} &= \tfrac{1}{\omega_1} |k_{mn}| \sin\varphi_{mn} \end{aligned}}, \tag{1.41}$$

gdzie moduł $|k_{mn}|$ i fazę φ_{mn} określamy według zw. (1.36) i (1.37) znając uprzednio części rzeczywiste i urojone poszczególnych elementów macierzy sztywności $\mathrm{Re}[k_{mn}(\omega_1)]$ i $\mathrm{Im}[k_{mn}(\omega_1)]$. Stosując powyższą procedurę do wszystkich pozostałych elementów macierzy sztywności otrzymamy w efekcie macierz sztywności równoważnej $\mathbf{R}_{mn}$ i macierz tłumienia $\mathbf{D}_{mn}$. Macierze $\mathbf{R}_{mn}$ i $\mathbf{D}_{mn}$ są macierzami rzeczywistymi.

Tak więc procedura transformacji zespolonych charakterystyk podatnościowych do charakterystyk rzeczywistych określona działaniami wg zw. (1.35), (1.36), (1.37), (1.41), dla przypadku wzbudzenia układu jedną tylko częstością ω_1, pozwala na jednoznaczne wyznaczenie jedynie sztywności równoważnej $\mathbf{R}_{mn}$ i tłumienia $\mathbf{D}_{mn}$. Niestety sztywności równoważnej $\mathbf{R}_{mn}$ nie możemy bezpośrednio wprowadzić do globalnych nieliniowych równań ruchu (1.5) i tym samym do programów komputerowych serii NLDW. Nadal konieczne pozostaje określenie macierzy mas związanych (bezwładności) $\mathbf{M}_{mn}$ i sztywności $\mathbf{C}_{mn}$. Sztywność równoważna R_{mn} w danej więzi związana jest z współczynnikiem mas M_{mn} i sztywności C_{mn} następującą zależnością (patrz zw. (1.39) i (1.41)

$$R_{mn} = C_{mn} - \omega_1^2 \, M_{mn} \, . \tag{1.42}$$

Teoretycznie zatem, dla danej wartości R_{mn} i ω_1, dowolna kombinacja wartości współczynników C_{mn}i M_{mn} spełniająca równość (1.42) winna w tym samym stopniu spełniać warunki formalne i odwzorowywać własności konstrukcji podpierającej w globalnych równaniach ruchu (1.5). Musimy tu jednak nałożyć dodatkowe dwa warunki, które wynikają z fizyki zjawiska a mianowicie: rzeczywiste masy związane i sztywności w więziach nie mogą być ujemne, czyli

$$M_{mn} > 0 \;\text{ i }\; C_{mn} > 0 \, . \tag{1.43}$$

Spełniając równanie (1.42) i warunki (1.43) pozostają nam zatem dwie możliwości [1.14]:

1. przyjęcie dowolnej wartości M_{mn} spełniającej nierówność:

$$M_{mn} > -R_{mn}/\omega_1^2 \tag{44a}$$

   i obliczenie C_{mn} z relacji

$$C_{mn} = R_{mn} + \omega_1^2 M_{mn} \, ; \tag{44b}$$

2. przyjęcie dowolnej wartości C_{mn} spełniającej nierówność

$$C_{mn} > R_{mn} \tag{45a}$$

   i obliczenie M_{mn} z zależności:

$$M_{mn} = \left(C_{mn} - R_{mn}\right) / \omega_1^2 \, . \tag{45b}$$

Każda para C_{mn} i M_{mn}o jednakowych indeksach związana zależnością (1.42) i warunkami (1.43) oraz D_{mn} określona zw. (1.41) spełnia pod względem fizycznym ogólne równania dynamiki konstrukcji podpierającej (1.11) dla danej częstości wzbudzania ω_1.

W praktyce jednak może się zdarzyć iż np. zbyt duże wartości mas związanych w macierzy $\mathbf{M}_{mn}$ przy wielokrotnym ich wymnażaniu w procesie obliczeń numerycznych mogą generować błędy. Ponadto rozsądnie jest przyjąć jednakowe

wartości mas dla podpór o tej samej konstrukcji w przyjętym zakresie wartości wzbudzania. Masy te winny odpowiadać chociażby w przybliżeniu masom podpór i części fundamentu biorącym faktycznie udział w procesie wymiany energii w trakcie drgań. Jeśli uda się takie masy oszacować, które jednocześnie spełniają warunki (44a), to do dalszych rozważań można je przyjąć jako optymalne. Nie zawsze jednak tego rodzaju szacunki są możliwe z uwagi na bardzo złożoną konstrukcję podpór i fundamentu w większości maszyn wirnikowych, zwłaszcza dużej mocy.

W każdym jednak przypadku dobór rzeczywistych wartości mas związanych M_{mn} i sztywności C_{mn} w poszczególnych więziach nie jest jednoznaczny o ile dysponujemy jedną tylko macierzą podatności $\mathbf{L}_{mn}(\omega_1)$. Transformacja charakterystyk zespolonych do rzeczywistych w tego typu przypadkach, pomimo, iż jest ona poprawna pod względem matematycznym, w praktyce może być zawodna.

1.4.2 Transformacja dla dwóch częstości wzbudzania ω_1 i ω_2

Załóżmy, że wyznaczone wg przedstawionego powyżej algorytmu macierze podatności dynamicznej $\mathbf{L}_{mn}(\omega_1)$ i $\mathbf{L}_{mn}(\omega_2)$ znajdują się w liniowym zakresie widma częstotliwości przyjętej konstrukcji podpierającej. W praktyce może to oznaczać niewiele różniące się od siebie częstości ω_1 i ω_2 i tym samym ograniczony przedział adekwatności wyprowadzonych związków. Algorytm przejścia od charakterystyk podatnościowych do charakterystyk masowo–tłumiąco–sztywnościowych jest w tego przypadkach następujący [1.1, 1.3, 1.10]:

1. Odwrócenie macierzy podatności $\mathbf{L}_{mn}(\omega_1)$ i $\mathbf{L}_{mn}(\omega_2)$ w efekcie czego otrzymujemy zespolone macierze sztywności dynamicznej $\mathbf{K}_{mn}(\omega_1)$ i $\mathbf{K}_{mn}(\omega_2)$. Każdy element tych macierzy ma swoją część rzeczywistą $\mathrm{Re}[k_{mn}(\omega_1)]$, $\mathrm{Re}[k_{mn}(\omega_2)]$ i urojoną $\mathrm{Im}[k_{mn}(\omega_1)]$ i $\mathrm{Im}[k_{mn}(\omega_2)]$.
2. Poszukiwane elementy macierzy $\mathbf{M}_{mn}$, $\mathbf{D}_{mn}$, $\mathbf{C}_{mn}$ wyznaczamy z zależności typu (1.39):

$$C_{mn} - \omega_1^2 M_{mn} = \mathrm{Re}\left[k_{mn}\left(\omega_1\right)\right]$$
$$C_{mn} - \omega_2^2 M_{mn} = \mathrm{Re}\left[k_{mn}\left(\omega_2\right)\right] .$$

Mamy więc dwa równania i dwie niewiadome, a zatem:

$$\left.\begin{aligned} M_{mn} &= \frac{\mathrm{Re}[k_{mn}(\omega_1)] - \mathrm{Re}[k_{mn}(\omega_1)]}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \\ C_{mn} &= \mathrm{Re}\left[k_{mn}\left(\omega_1\right)\right] + \omega_1^2 M_{mn} \\ &\text{lub} \\ C_{mn} &= \mathrm{Re}\left[k_{mn}\left(\omega_2\right)\right] + \omega_2^2 M_{mn} \\ &\text{oraz} \\ D_{mn} &= \frac{\mathrm{Im}\left[k_{mn}\left(\omega_1\right)\right]}{\omega_1} \\ &\text{lub} \\ D_{mn} &= \frac{\mathrm{Im}\left[k_{mn}\left(\omega_2\right)\right]}{\omega_2} \end{aligned}\right\} . \tag{1.46}$$

Związek (1.46) pozwalają nam już na **jednoznaczne** określenie mas związanych M_{mn}, sztywności C_{mn} i tłumienia D_{mn} we wszystkich więziach układu. Warto zwrócić uwagę, iż w przyjętym przedziale częstości wzbudzania układu $< \omega_1, \omega_2 >$ wyznaczone wartości M_{mn}, C_{mn} i D_{mn} są stałe (niezależne od ω).

Problem jaki się tu może wyłonić związany jest z doborem właściwego przedziału częstości ω_1 i ω_2. Nie zawsze można wyodrębnić liniowe odcinki z złożonego na ogół widma częstotliwościowego konstrukcji podpierającej. Często też zdarza się tak, iż dysponujemy dwiema charakterystykami $\mathbf{L}_{mn}(\omega_1)$ i $\mathbf{L}_{mn}(\omega_2)$ ale uzyskanymi dla częstości ω_1 i ω_2 zbyt odległych od siebie. Przedział $< \omega_1, \omega_2 >$ zawierać może jeden lub kilka nawet rezonansów, co praktycznie uniemożliwia stosowanie procedury transformacji wg zależności (1.46).

1.4.3 Transformacja dla wielu częstości wzbudzania

Załóżmy, iż dysponujemy r charakterystykami podatnościowymi $\mathbf{L}_{mn}(\omega_1)$, $\mathbf{L}_{mn}(\omega_2)$, ... $\mathbf{L}_{mn}(\omega_r)$ konstrukcji podpierającej uzyskanymi dla wartości wzbudzania z przedziału $< \omega_1, \omega_r >$. W tego rodzaju przypadkach możliwe są co najmniej dwa podejścia do zagadnienia transformacji charakterystyk.

1.4.3.1 Podział przedziału

Przedział $< \omega_1, \omega_r >$ dzielimy na $r-1$ odcinków $< \omega_1, \omega_2 >, < \omega_2, \omega_3 >, \ldots,$ $< \omega_{r-1}, \omega_r >$ i wyznaczamy wartości współczynników M_{mn}, D_{mn} i C_{mn} dla każdego odcinka według procedury dla dwóch częstości wzbudzania, czyli wg zależności (1.46). Otrzymamy w efekcie $r-1$ macierzy $\mathbf{M}_{mn}$, $\mathbf{C}_{mn}$ i $\mathbf{D}_{mn}$ adekwatnych dla określonego przedziału częstości wzbudzania.

Powyższa metoda jest najczęściej stosowana w praktyce [1.4]. Skuteczność identyfikacji rzeczywistych charakterystyk masowo-tłumiąco-sztywnościowych konstrukcji podpierającej zależy tu w głównej mierze od trafności doboru przedziałów częstości wzbudzania. Niemniej jednak, metoda ta, jak wynika z danych literaturowych, daje najlepsze wyniki.

1.4.3.2 Budowa równania regresji

Odwracając macierze podatności otrzymamy następujące zespolone macierze sztywności dynamicznej $\mathbf{K}_{mn}(\omega_1)$, $\mathbf{K}_{mn}(\omega_2)$, ... $\mathbf{K}_{mn}(\omega_r)$. Znamy zatem części rzeczywiste i urojone każdego elementu tych macierzy:

$$\mathrm{Re}[k_{mn}(\omega_1)], \mathrm{Re}[k_{mn}(\omega_2)], ..., \mathrm{Re}[k_{mn}(\omega_r)]\,,$$

$$\mathrm{Im}[k_{mn}(\omega_1)], \mathrm{Im}[k_{mn}(\omega_2)], ..., \mathrm{Im}\,[k_{mn}(\omega_r)]\,.$$

Tym samym znamy moduły sztywności każdego elementu określone zw. (1.36) czyli znamy: $|k_{mn}(\omega_1)|$, $|k_{mn}(\omega_2)|$, ..., $|k_{mn}(\omega_r)|$.

Uwzględniając zw. (1.38) lub też zw. (1.39) dla każdej częstości wzbudzania ω z przedziału $< \omega_1, \omega_r >$ możemy napisać

$$\left.\begin{aligned} C_{mn} - \omega^2 M_{mn} &= |k_{mn}| \cos\varphi_{mn} \\ \omega D_{mn} &= |k_{mn}| \sin\varphi_{mn} \end{aligned}\right\}, \tag{1.47}$$

gdzie moduł sztywności $|k_{mn}|$ opisuje związek (1.36).

Podnosząc równania (1.47) do kwadratu i dodając stronami otrzymujemy [1.9]

$$\left[C_{mn} - \omega^2 M_{mn}\right]^2 + \omega^2 D_{mn}^2 = |k_{mn}|^2 \,.$$

Po uporządkowaniu otrzymamy następujące równania regresji

$$a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 = y \,, \tag{1.48}$$

gdzie

$$\left.\begin{aligned} a_0 &= C_{mn}^2 & x_1 &= \omega^2 \\ a_1 &= D_{mn}^2 - 2C_{mn}M_{mn} & x_2 &= \omega^4 \\ a_2 &= M_{mn}^2 & y &= |k_{mn}|^2 \end{aligned}\right\}. \tag{1.49}$$

Analogiczne równania regresji możemy napisać dla każdej częstości wzbudzenia

$$\omega_1, \omega_2, ..., \omega_i, ..., \omega_r \,,$$

co daje w efekcie równania postaci (1.48)

$$y_1, y_2, ..., y_i, ..., y_r \,.$$

Jeżeli teraz zastosujemy metodę najmniejszych kwadratów

$$S = \sum_{i=1}^{r} \left(y_i - a_0 - a_1 x_{1i} - a_2 x_{2i}\right)^2 , \tag{1.50}$$

to suma S w związku (1.50) winna dążyć do minimum.
Nastąpi to dla:

$$\begin{aligned} \frac{\partial s}{\partial a_0} &= -\sum_{i=1}^{r} y_i + r a_0 + a_1 \sum_{i=1}^{r} x_{1i} + a_2 \sum_{i=1}^{r} x_{2i} = 0 \,, \\ \frac{\partial s}{\partial a_1} &= -\sum_{i=1}^{r} y_i x_{1i} + a_0 \sum_{i=1}^{r} x_{1i} + a_1 \sum_{i=1}^{r} x_{1i}^2 + a_2 \sum_{i=1}^{r} x_{2i} x_{1i} = 0 \,, \\ \frac{\partial s}{\partial a_2} &= -\sum_{i=1}^{r} y_i x_{2i} + a_0 \sum_{i=1}^{r} x_{2i} + a_1 \sum_{i=1}^{r} x_{1i} x_{2i} + a_2 \sum_{i=1}^{r} x_{2i}^2 = 0 \,. \end{aligned}$$

Powyższy układ równań możemy napisać w postaci macierzowej uwzględniając oznaczenia (1.49)

$$\begin{bmatrix} r & \sum_{i=1}^{r} \omega_i^2 & \sum_{i=1}^{r} \omega_i^4 \\ \sum_{i=1}^{r} \omega_i^2 & \sum_{i=1}^{r} \omega_i^4 & \sum_{i=1}^{r} \omega_i^6 \\ \sum_{i=1}^{r} \omega_i^4 & \sum_{i=1}^{r} \omega_i^6 & \sum_{i=1}^{r} \omega_i^8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{r} y_i \\ \sum_{i=1}^{r} y_i \omega_i^2 \\ \sum_{i=1}^{r} y_i \omega_i^4 \end{bmatrix} . \tag{1.51}$$

Ponieważ znamy wartości ω_i z przedziału $< \omega_1, \omega_r >$, a także znamy wartości y_i jako kwadrat modułu sztywności – zw. (1.49)

$$y_i = |k_{mn}(\omega_i)|^2 , \tag{1.52}$$

jedynymi niewiadomymi pozostają wielkości a_0, a_1, a_2 i tym samym, zgodnie z oznaczeniami (1.49), poszukiwane wartości C_{mn}, D_{mn} i M_{mn} czyli

$$\begin{aligned} C_{mn} &= \sqrt{a_0} M_{mn} = \sqrt{a_2} , \\ D_{mn} &= \sqrt{a_1 + 2 C_{mn} M_{mn}} . \end{aligned} \tag{1.53}$$

Równanie (1.51) i zw. (1.53) pozwalają nam zatem na **jednoznaczne** wyznaczenie rzeczywistych charakterystyk masowo-tłumiąco-sztywnościowych dla danej serii r pomiarów drgań konstrukcji podpierającej.

Zauważmy, iż w procedurze tej wyznaczone wartości współczynników mas związanych M_{mn}, tłumienia D_{mn} i sztywności C_{mn} są stałe (niezależne od ω) dla całego przedziału $< \omega_1, \omega_r >$ częstości wzbudzania układu.

W przypadku układów w pełni rozsprzężonych, tzn. w przypadku konstrukcji podpierającej dla której można przyjąć iż oddziaływania w więziach zarówno skośne (w obrębie jednej podpory) jak i sprzęgające (w obrębie różnych podpór) są pomijalnie małe, to procedurę wyznaczania rzeczywistych charakterystyk C_{mn}, D_{mn}, M_{mn} można nieco uprościć. W takim przypadku w macierzy podatności $\mathbf{L}_{mn}$ występuje jedynie główna przekątna czyli elementy l_{11}, l_{22}, l_{33}, ..., l_{NN}, z których moduł ma następującą strukturę

$$|l_{mn}| = \frac{A_{mn}}{P_m^0} \quad \text{gdzie} \;\; m = n = 1, 2, ..., N .$$

Macierz sztywności $\mathbf{K}_{mn}$ (jako efekt odwrócenia macierzy $\mathbf{L}_{mn}$) będzie również macierzą diagonalną, której moduły na głównej przekątnej mają postać

$$|k_{mn}| = \frac{P_m^0}{A_{mn}} , \;\; \text{gdzie} \;\; m = n = 1, 2, ..., N .$$

W obu powyższych wyrażeniach P_m^0 oznacza amplitudę siły wymuszającej w więzi m a A_{mn} amplitudę przemieszczenia w tej więzi.

Jeżeli dysponujemy serią r pomiarów czyli mamy

$$P_m^0(\omega_i) \;\; \text{oraz} \;\; A_{mn}(\omega_i) , \;\; \text{gdzie} \;\; i = 1, 2, ..., r; \quad m = n = 1, 2, ..., N ,$$

to moduł sztywności $|k_{mn}(\omega_i)|$ możemy od razu przedstawić jako

$$|k_{mn}(\omega_i)| = \frac{P_m^0(\omega_i)}{A_{mn}(\omega_i)} . \tag{1.54}$$

Związek (1.52) przyjmie więc postać

$$y_i = \left[\frac{P_m^0(\omega_i)}{A_{mn}(\omega_i)} \right]^2 . \tag{1.55}$$

Odpada w takim przypadku konieczność budowy macierzy podatności, ich odwracania i wyznaczania modułów sztywności wg zależności (1.36). Pozostały tok postępowania jest identyczny jak dla przypadku układów sprzężonych tzn. rozwiązujemy równanie (1.51) i wyznaczamy poszukiwane wartości charakterystyk M_{mn}, D_{mn}, C_{mn} z zależności (1.53).

Warto zaznaczyć, iż powyższa metoda jest w istocie metodą poszukiwania pewnych uśrednionych wartości rzeczywistych charakterystyk masowo–tłumiąco–sztywnościowych z całego rozpatrywanego przedziału $< \omega_1, \omega_r >$. W złożonych konstrukcjach metoda ta może być zawodna.

1.5 Metodologia obliczeń nieliniowych

Otrzymane w oparciu o metody przedstawione w poprzednim rozdziale jako efekt identyfikacji rzeczywiste charakterystyki masowo–tłumiąco–sztywnościowe konstrukcji podpierającej $\mathbf{M}_{mn}$, $\mathbf{D}_{mn}$, $\mathbf{C}_{mn}$ pozwalają nam już na rozwiązanie równań ruchu całego sytemu w postaci (1.5). Rozwiązaniem tych równań są między innymi trajektorie przemieszczeń i widma drgań we wszystkich więziach utwierdzających panwie łożyskowe. Ponieważ trajektorie te są nieeliptyczne (co jest efektem opisu nieliniowego), ich widma mają w dziedzinie częstotliwości strukturę złożoną tzn. wieloprążkową która odpowiadać może części lub całemu zakresowi analizowanych częstości wzbudzania konstrukcji podpierającej $< \omega_1, \omega_r >$. Oczywiście chodzi tu o zakresy częstotliwości które wyznaczają tylko znaczące (wysokoenergetyczne) prążki w strukturze widma, a nie tzw. „szum".

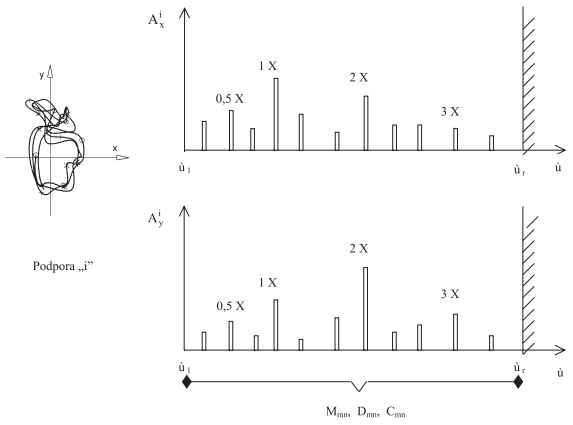
Zagadnienie jest jednoznaczne, jeżeli z jednej strony w wyniku procedury identyfikacyjnej udało nam się określić rzeczywiste charakterystyki $\mathbf{M}_{mn}$, $\mathbf{D}_{mn}$, $\mathbf{C}_{mn}$ które uznać można za stałe i adekwatne dla całego rozpatrywanego przedziału częstości wzbudzania $< \omega_1, \omega_r >$, a z drugiej strony, otrzymane jako wynik rozwiązania równań ruchu, zakresy częstotliwości widm drgań dla wszystkich podpór mieszczą się w tym samym przedziale $< \omega_1, \omega_r >$. Sytuację taką, dla przykładowej podpory „i", ilustruje rys. 1.11.
Niestety, sytuacja przedstawiona na rys. 1.11 zachodzi w praktyce stosunkowo rzadko. Na ogół wyznaczone przedziały adekwatności charakterystyk masowo-tłumiąco-sztywnościowych są znacznie mniejsze niż zakresy częstotliwościowe widm drgań poszczególnych podpór. Ponadto, dla każdej analizowanej podpory sytuacja może być odmienna. Metodologia obliczeń nieliniowych w takich przypadkach staje się o wiele bardziej złożona.

Przedstawimy teraz pewne nowe propozycje postępowania w tego rodzaju przypadkach.

1.5.1 Metoda funkcji wagowych

Załóżmy, iż dysponujemy dynamicznymi macierzami podatności konstrukcji podpierającej

$$\mathbf{L}_{mn}(\omega_1), \mathbf{L}_{mn}(\omega_2), \mathbf{L}_{mn}(\omega_3), ..., \mathbf{L}_{mn}(\omega_{r-1}), \mathbf{L}_{mn}(\omega_r)$$



Rys. 1.11. Przykład jednoznaczności zagadnienia – zakresy znaczących składowych widm drgań podpory „i" mieszczą się w zakresie identyfikacji charakterystyk masowo-tłumiąco-sztywnościowych konstrukcji podpierającej $< \omega_1, \omega_r >$.
1X – oznaczenie linii spektralnej widma odniesionej do prędkości obrotowej wirnika (prążek „synchroniczny")
$A_x^i,\ A_y^i$ *– amplitudy składowych poziomych i pionowych widm drgań w podporze „i"*

z analizowanego przedziału częstości wzbudzania $< \omega_1, \omega_r >$.

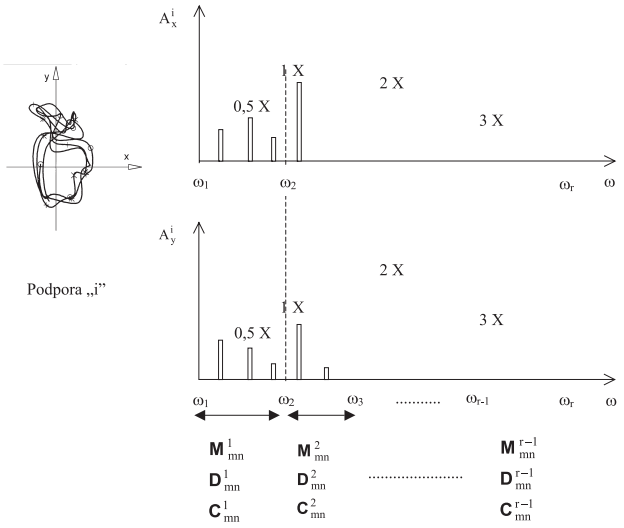
Na ich podstawie, w wyniku procesu identyfikacji otrzymujemy następujące charakterystyki masowo-tłumiąco- sztywnościowe obowiązujące tylko w ściśle określonych przedziałach:

$$\begin{array}{ccc} < \omega_1, \omega_2 > & < \omega_2, \omega_3 > & < \omega_{r-1}, \omega_r > \\ \mathbf{M}_{mn}^1 & \mathbf{M}_{mn}^2 & \mathbf{M}_{mn}^{r-1} \\ \mathbf{D}_{mn}^1 & \mathbf{D}_{mn}^2 & \mathbf{D}_{mn}^{r-1} \\ \mathbf{C}_{mn}^1 & \mathbf{C}_{mn}^2 & \mathbf{C}_{mn}^{r-1} \, . \end{array}$$

Tymczasem równania ruchu całego systemu (1.5) mogą być rozwiązane tylko dla jednego zestawu powyższych charakterystyk. Oznacza to konieczność postępowania krokowego, co szczegółowo wyjaśnimy w dalszych rozważaniach.

Celem rozwiązania równań ruchu (1.5) i uzyskania odpowiedzi układu w postaci widm drgań dla wszystkich podpór, przyjmujemy w pierwszym kroku wartości charakterystyk masowo-tłumiąco-sztywnościowych z dowolnego powyższego przedziału. W efekcie uzyskamy składowe widm $A_x^i\ (\omega)$, $A_y^i\ (\omega)$ dla każdej podpory „i". Załóżmy, że zakres częstotliwości widm drgań, chociaż znacznie większy od poszczególnych podprzedziałów adekwatności charakterystyk, nie przekracza górnej

granicy częstości ω_r. Mamy więc do czynienia z sytuacją, którą ilustruje rys. 1.12.



Rys. 1.12. Przykład typowej sytuacji, w której zakres częstotliwości składowych widma dla podpory „i” jest większy niż poszczególne zakresy adekwatności charakterystyk masowo-tłumiąco-sztywnościowych konstrukcji podpierającej

Powtarzając obliczenia dla innego zestawu charakterystyk masowo-tłumiąco-sztywnościowych adekwatnych do innego przedziału częstości wzbudzania, otrzymamy oczywiście inne widma drgań podpór, co oznacza inne rozwiązania równania (1.5). Powstaje zatem uzasadnione pytanie: który z powyższych zestawów charakterystyk lub jaką ich kombinację uznać za najbardziej wiarygodną dla równań ruchu całego systemu?

Odpowiedź na to pytanie nie jest łatwa, chociaż wydawać by się mogło, iż przyjęcie zakresu, w którym mieści się prędkość znamionowa wirnika (lub aktualnie rozpatrywana) powinno być zabiegiem wystarczającym. Sytuacja jest jednak tego rodzaju, że pomimo realizacji obliczeń kinetostatycznych i dynamicznych dla jednej konkretnej prędkości obrotowej wirnika, to w wyniku otrzymujemy wymuszenie konstrukcji podpierającej w szerokim paśmie częstotliwości, a nie tylko wymuszenia synchroniczne odpowiadające prędkości znamionowej czyli typu 1X.

Jak zatem rozwiązać ten problem? **Rozsądnym pomysłem wydaje się tu powiązanie procedury doboru charakterystyk masowo-tłumiąco-sztywnościowych konstrukcji podpierającej ze strukturą widma drgań podpór stanowiącą odpowiedź układu na wymuszenia synchroniczne.**

Jednym z możliwych sposobów realizacji tego pomysłu jest **koncepcja funkcji**

wagowych, którą można zapisać w następujący sposób (dla podpory „i")

$$\left\{\begin{array}{c}\mathbf{M}^z_{mn}\\ \mathbf{D}^z_{mn}\\ \mathbf{C}^z_{mn}\end{array}\right\} = a^i_{1x}\left\{\begin{array}{c}\mathbf{M}^1_{mn}\\ \mathbf{D}^1_{mn}\\ \mathbf{C}^1_{mn}\end{array}\right\} + a^i_{2x}\left\{\begin{array}{c}\mathbf{M}^2_{mn}\\ \mathbf{D}^2_{mn}\\ \mathbf{C}^2_{mn}\end{array}\right\} + ... + a^i_{r-1,x}\left\{\begin{array}{c}\mathbf{M}^{r-1}_{mn}\\ \mathbf{D}^{r-1}_{mn}\\ \mathbf{C}^{r-1}_{mn}\end{array}\right\}, \quad (1.56)$$

gdzie: $m = 1, 2, 3, ..., 2p$, natomiast: $\mathbf{n = 2i - 1}$ oraz

$$\left\{\begin{array}{c}\mathbf{M}^z_{mn}\\ \mathbf{D}^z_{mn}\\ \mathbf{C}^z_{mn}\end{array}\right\} = a^i_{1y}\left\{\begin{array}{c}\mathbf{M}^1_{mn}\\ \mathbf{D}^1_{mn}\\ \mathbf{C}^1_{mn}\end{array}\right\} + a^i_{2y}\left\{\begin{array}{c}\mathbf{M}^2_{mn}\\ \mathbf{D}^2_{mn}\\ \mathbf{C}^2_{mn}\end{array}\right\} + ... + a^i_{r-1,y}\left\{\begin{array}{c}\mathbf{M}^{r-1}_{mn}\\ \mathbf{D}^{r-1}_{mn}\\ \mathbf{C}^{r-1}_{mn}\end{array}\right\}, \quad (1.57)$$

gdzie: $m = 1, 2, ..., 2p$, natomiast: $\mathbf{n = 2i}$.

W związkach (1.56) i (1.57) poszczególne indeksy oznaczają:

z	–	charakterystyki zastępcze;
i	–	numer podpory;
p	–	ilości podpór;
$1, 2, ..., r-1$	–	numery przedziałów częstości wzbudzania;
x, y	–	składowe poziome i pionowe odpowiednio;
m, n	–	indeksy dla sił i przemieszczeń odpowiednio (zgodnie z definicją podaną na rys. 1.10),

natomiast symbol a oznacza tu **funkcje wagowe** określone według następującej propozycji:

$$\left.\begin{array}{rcl} a^i_{1x} &=& \dfrac{\frac{1}{\omega_2 - \omega_1}\int\limits_{\omega_1}^{\omega_2} A^i_x(\omega)\ d\omega}{\frac{1}{\omega_r - \omega_1}\int\limits_{\omega_1}^{\omega_r} A^i_x(\omega)\ d\omega} \\ a^i_{2x} &=& \dfrac{\frac{1}{\omega_3 - \omega_2}\int\limits_{\omega_2}^{\omega_3} A^i_x(\omega)\ d\omega}{\frac{1}{\omega_r - \omega_1}\int\limits_{\omega_1}^{\omega_r} A^i_x(\omega)\ d\omega} \\ - - - - - - - - - - - - - - - - \\ a^i_{r-1,x} &=& \dfrac{\frac{1}{\omega_r - \omega_{r-1}}\int\limits_{\omega_{r-1}}^{\omega_r} A^i_x(\omega)\ d\omega}{\frac{1}{\omega_r - \omega_1}\int\limits_{\omega_1}^{\omega_r} A^i_x(\omega)\ d\omega} \end{array}\right\} \quad (1.58)$$

i analogicznie dla składowej y

$$\left.\begin{aligned}
a^i_{1y} &= \frac{\frac{1}{\omega_2-\omega_1}\int\limits_{\omega_1}^{\omega_2} A^i_y(\omega)\ d\omega}{\frac{1}{\omega_r-\omega_1}\int\limits_{\omega_1}^{\omega_r} A^i_y(\omega)\ d\omega} \\
a^i_{2y} &= \frac{\frac{1}{\omega_3-\omega_2}\int\limits_{\omega_2}^{\omega_3} A^i_y(\omega)\ d\omega}{\frac{1}{\omega_r-\omega_1}\int\limits_{\omega_1}^{\omega_r} A^i_y(\omega)\ d\omega} \\
&- - - - - - - - - - - - - - \\
a^i_{r-1,y} &= \frac{\frac{1}{\omega_r-\omega_{r-1}}\int\limits_{\omega_{r-1}}^{\omega_r} A^i_y(\omega)\ d\omega}{\frac{1}{\omega_r-\omega_1}\int\limits_{\omega_1}^{\omega_r} A^i_y(\omega)\ d\omega}
\end{aligned}\right\}. \tag{1.59}$$

Związki (1.56)÷(1.57) oznaczają, iż dobór charakterystyk zastępczych jest zależny w sposób wprost proporcjonalny od gęstości widmowej odpowiedzi układu w miejscach posadowienia wirnika.

Otrzymane ze zw. (1.56) i (1.57) charakterystyki zastępcze $\mathbf{M}^z_{mn}$, $\mathbf{D}^z_{mn}$, $\mathbf{C}^z_{mn}$ pozwalają nam na uruchomienie drugiego kroku, tzn. powtórzenie obliczeń z uwzględnieniem w równaniach (1.5) ich nowych wartości. W efekcie otrzymamy nowe widma drgań oraz nowe funkcje wagowe i tym samym kolejne charakterystyki zastępcze konstrukcji podpierającej. Postępowanie powyższe kontynuujemy tak długo, aż charakterystyki zastępcze w kolejnych iteracjach będą się różniły wystarczająco mało, a cały proces przyjmie charakter postępowania zbieżnego.

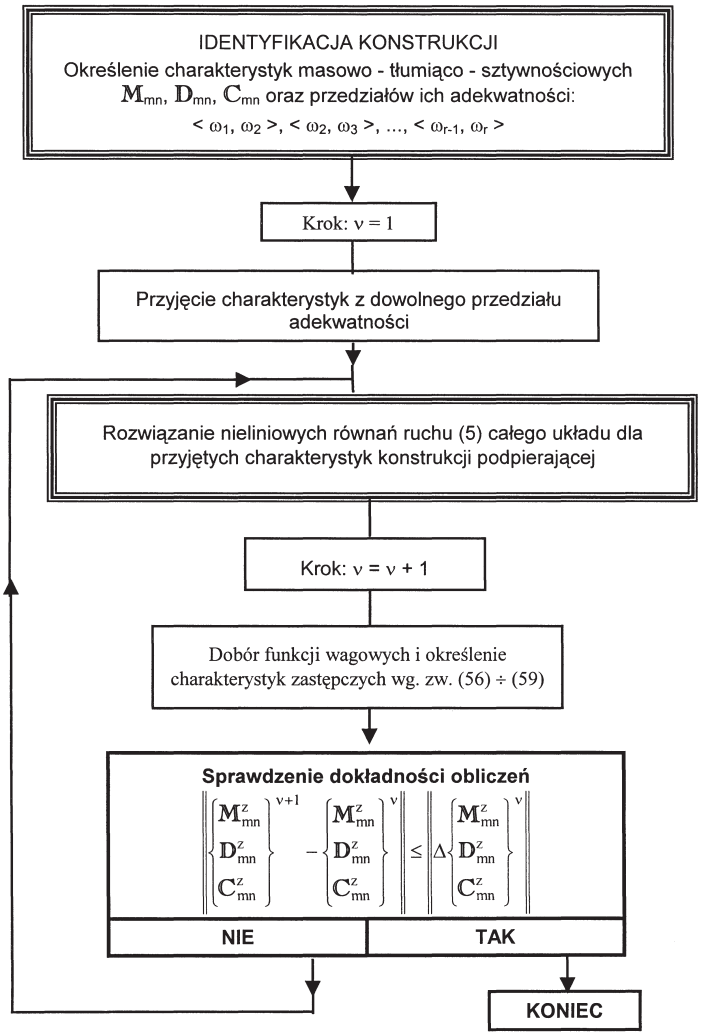
Opisane wyżej postępowanie przedstawić można w postaci algorytmu jak na rys. 1.13.

Jeśli powyższy proces będzie zbieżny, to uzyskane wyniki będą niezależne od przyjętych w pierwszym kroku wartości charakterystyk z dowolnego przedziału adekwatności, a całe postępowanie uznać będzie można za wiarygodne.

Celem ułatwienia zrozumienia istoty zaproponowanej metodologii obliczeń rozważmy kilka prostych przypadków szczególnych Załóżmy, iż w wyniku procesu identyfikacji otrzymaliśmy charakterystyki adekwatne tylko dla dwóch zakresów częstotliwości, czyli:

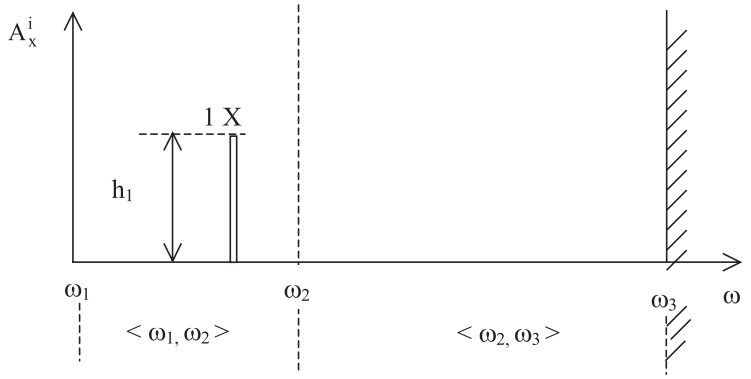
$$\begin{array}{cc}
<\omega_1,\omega_2> & <\omega_2,\omega_3> \\
\mathbf{M}^1_{mn} & \mathbf{M}^2_{mn} \\
\mathbf{D}^1_{mn} & \mathbf{D}^2_{mn} \\
\mathbf{C}^1_{mn} & \mathbf{C}^2_{mn}\,.
\end{array}$$

Przyjmijmy następnie, iż w wyniku rozwiązania równań ruchu (1.5), po przyjęciu jednego z powyższych zestawów, otrzymaliśmy następujące wyniki:



Rys. 1.13. Algorytm obliczeń nieliniowych układu: linia wirników – konstrukcja podpierająca z uwzględnieniem modyfikacji charakterystyk masowo-tłumiąco-sztywnościowych według koncepcji funkcji wagowych

I. Składowa pozioma lub pionowa drgań jednej z podpór zawiera tylko jeden „prążek" synchroniczny typu 1X, co ilustruje poniższy szkic.



Całki w wyrażeniach (1.59) przyjmują teraz postać:

$$\frac{1}{\omega_2 \ - \omega_1} \int\limits_{\omega_1}^{\omega_2} A_x^i(\omega)\, d\omega = h_1\,,$$

$$\frac{1}{\omega_3 \ - \omega_2} \int\limits_{\omega_2}^{\omega_3} A_x^i(\omega)\, d\omega = 0\,,$$

$$\frac{1}{\omega_3 \ - \omega_1} \int\limits_{\omega_1}^{\omega_3} A_x^i(\omega)\, d\omega = h_1\,,$$

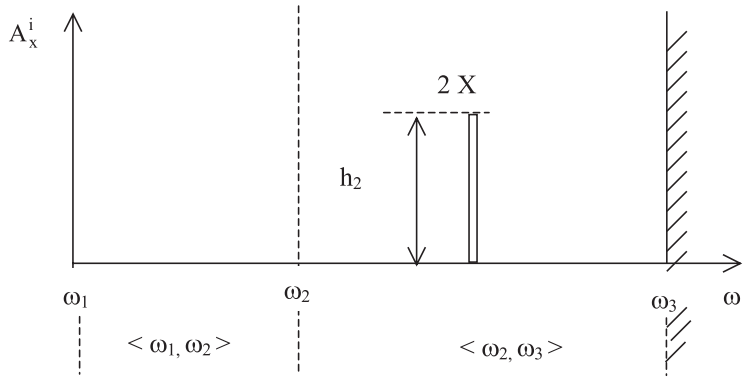
co wyznacza następujące funkcje wagowe

$$a_{1x}^i = 1 \ \text{ oraz } \ a_{2x}^i = 0\,.$$

Wobec powyższego, jak wynika to z zw. (1.56), charakterystyki zastępcze możemy określić jako

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M}_{mn}^z \\ \mathbf{D}_{mn}^z \\ \mathbf{C}_{mn}^z \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M}_{mn}^1 \\ \mathbf{D}_{mn}^1 \\ \mathbf{C}_{mn}^1 \end{array} \right\}.$$

II. Składowa widma drgań jednej z podpór zawiera tylko jeden „prążek" asynchroniczny typu 2X. Zilustrowano to na poniższym rysunku.



Otrzymamy w tym przypadku

$$\frac{1}{\omega_2 \ - \omega_1} \int\limits_{\omega_1}^{\omega_2} A_x^i(\omega)\, d\omega = 0\,,$$

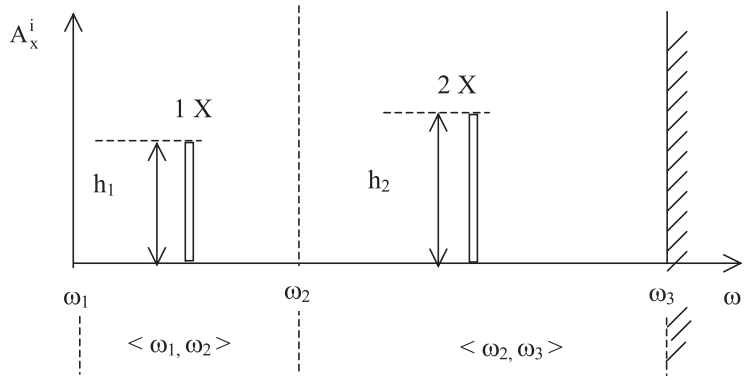
$$\frac{1}{\omega_3 \ - \omega_2} \int\limits_{\omega_2}^{\omega_3} A_x^i(\omega)\, d\omega = h_2\,,$$

$$\frac{1}{\omega_3 \ - \omega_1} \int\limits_{\omega_1}^{\omega_3} A_x^i(\omega)\, d\omega = h_2\,,$$

$$a_{1x}^i = 0 \quad a_{2x}^i = 1\,,$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \mathbf{M}_{mn}^z \\ \mathbf{D}_{mn}^z \\ \mathbf{C}_{mn}^z \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{M}_{mn}^2 \\ \mathbf{D}_{mn}^2 \\ \mathbf{C}_{mn}^2 \end{array} \right\}.$$

III. Składowa widma drgań jednej z podpór zawiera jeden „prążek” synchroniczny 1X i jeden „prążek” asynchroniczny 2X (patrz rysunek).



Jeżeli założymy, że prążki 1X i 2X znajdują się w środku równych przedziałów adekwatności to możemy napisać:

$$\frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \int_{\omega_1}^{\omega_2} A_x^i(\omega)\, d\omega = h_1 \,,$$

$$\frac{1}{\omega_3 - \omega_2} \int_{\omega_2}^{\omega_3} A_x^i(\omega)\, d\omega = h_2 \,,$$

$$\frac{1}{\omega_3 - \omega_1} \int_{\omega_1}^{\omega_3} A_x^i(\omega)\, d\omega = h_1 + h_2 \,,$$

$$a_{1x}^i = \frac{h_1}{h_1 + h_2} \quad a_{2x}^i = \frac{h_2}{h_1 + h_2} \,;$$

zatem

$$\left\{ \begin{array}{c} \mathbf{M}_{mn}^z \\ \mathbf{D}_{mn}^z \\ \mathbf{C}_{mn}^z \end{array} \right\} = \frac{h_1}{h_1 + h_2} \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{M}_{mn}^1 \\ \mathbf{D}_{mn}^1 \\ \mathbf{C}_{mn}^1 \end{array} \right\} + \frac{h_2}{h_1 + h_2} \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{M}_{mn}^2 \\ \mathbf{D}_{mn}^2 \\ \mathbf{C}_{mn}^2 \end{array} \right\} .$$

1.6 Uwagi końcowe

Trudno na obecnym etapie jednoznacznie ocenić, która z prezentowanych metod transformacji charakterystyk konstrukcji podpierającej oraz obliczeń nieliniowych całego systemu może być najbardziej użyteczna w praktyce. Zależy to bowiem od własności samej konstrukcji a ściślej od stopnia złożoności jej modelu modalnego, dostępnych danych pomiarowych lub symulacyjnych oraz od możliwości oddziaływania tych elementów konstrukcji podpierającej które mogą mieć charakterystyki nieliniowe. Ostatecznym kryterium użyteczności tych metod mogą być tylko

pozytywne wyniki dużej ilości testów numerycznych i oczywiście weryfikacji eksperymentalnej. Mimo wszystko, najbardziej rokująca powodzenie wydaje się być metoda odpowiedniego podziału całego zakresu częstości wzbudzania na mniejsze podzakresy o ile dysponujemy odpowiednią ilością danych pomiarowych oraz metoda funkcji wagowych w odniesieniu do obliczeń nieliniowych. Wskazują na to niektóre dane literaturowe [1.4, 1.6, 1.8]. W każdym jednak przypadku właściwa identyfikacja własności konstrukcji podpierającej dużych maszyn wirnikowych pozostaje poważnym problemem. Stąd też zagadnienia identyfikacji i transformacji charakterystyk konstrukcji podpierającej są przedmiotem badań w wielu ośrodkach naukowych i przemysłowych [1.1]÷[1.10], [1.24]. Również metodologia obliczeń nieliniowych całego systemu dla znanych już charakterystyk konstrukcji podpierającej pozostaje zagadnieniem złożonym. Realizacja tego rodzaju obliczeń wymaga dużego doświadczenia zespołu badawczego a także sprzętu komputerowego najnowszej generacji.

W rozdziale 8 niniejszej monografii przedstawione zostaną próby obliczeń charakterystyk dynamicznych małej i dużej maszyny wirnikowej według zaproponowanej metodologii. Dokonana zostanie odpowiednia transformacja charakterystyk i wyznaczone zostaną właściwe przedziały adekwatności wychodząc z pomiarów eksperymentalnych podatności dynamicznej konstrukcji podpierającej wirnika laboratoryjnego i obiektu rzeczywistego (turbozespołu o mocy 200 MW). Uzyskane wyniki pozwolą na ocenę wpływu zaproponowanego opisu na stan dynamiczny analizowanych obiektów.

Bibliografia do rozdziału 1

[1.1] Ewins D. J.: *Model Testing: Theory and Practice,* RSP Ltd, John Wiley& Sons Inc., New York-Toronto-Singapore 1995.

[1.2] Uhl T.: *Eksploatacyjna analiza modalna,* Wydawnictwo Katedry Dynamiki Maszyn i Robotyki, AGH, Kraków 1999.

[1.3] Uhl T.: *Komputerowo wspomagana identyfikacja modeli konstrukcji mechanicznych*, WNT, Warszawa, Wspomaganie komputerowe CAD/CAM.

[1.4] Sinha J. K., Friswell M. I., Lees A. W.: *The identification of the unbalance and the foundation model of a flexible rotating machine from a single rundown,* Vibration Laboratory, Atomic Research Centre, Mumbai, India.

[1.5] Krodkiewski J. M., Ding J., Zhang N.: *Identification of unbalance change using a non-linear mathematical model for multi-bearing rotor systems,* J. of Sound and Vibration (1994) **169**(5), 685-698.

[1.6] Lees A. W., Friswell M. I.: *The evaluation of rotor imbalance in flexibly mounted machines,* J. of Sound and Vibration (1997) **208**(5), 671-683.

[1.7] Gnielka P.: *Modal balancing of flexible rotors without test runs: an experimental investigation,* J. of Sound and Vibration (1983) **90**(2), 157-172.

[1.8] Feng N. S., Hahn E. J.: *Including foundation effects on the vibration behaviour of rotating machinery,* Mechanical Systems and Signal Processing, (1995) **9**(3), 243-256.

[1.9] Krawczuk M.: *Identyfikacja parametrów konstrukcji podpierającej łożyska wielkogabarytowych wirników maszyn energetycznych*, Opr. wewn. IMP PAN, Gdańsk 1998.

[1.10] Krawczuk M., Ostachowicz W.: *Metoda obliczania parametrów masowo-tłumiąco-sztywnościowych podpór w oparciu o dane eksperymentalne*, Opr. wewn. IMP PAN, nr arch. 210/2000, Gdańsk 2000.

[1.11] Walczyk Z.: *Metody określania danych wejściowych do programów obliczania giętnych drgań linii okrętowych wałów napędowych i wirników maszyn energetycznych oraz strategii przeprowadzania takich obliczeń*, raport z pracy badawczej nr 45632/97, Pol. Gdańska, Gdańsk 1997.

[1.12] Gerlach T., Rybczyński J., Makowiecki L.: *Doświadczenia w eksperymentalnym wyznaczaniu własności dynamicznych wybranych konstrukcji*, Opr. wewn. IMP PAN, Gdańsk 1998.

[1.13] Gerlach T.: *Analiza wyników eksperymentalnych badań własności drganiowych nośnych konstrukcji maszyn*, Opr. wewn. IMP PAN, nr arch. 376/97, Gdańsk 1997.

[1.14] RybczyńskiJ. : *Wyznaczanie współczynników dynamicznych podparcia stanowiska badawczego dynamiki wirników w oparciu o macierze podatności uzyskane metodą wymuszeń harmonicznych*, Opr. wewn. IMP PAN, Gdańsk 1998.

[1.15] Kiciński J.:*Nonlinear model of vibration in rotor/bearings system - calculation algorithm*, Machine Dynamics Problems, Vol. 15, 1996, 45-60.

[1.16] Kiciński J.: *Nonlinear model of vibration in rotor/bearings system - calculation results,* Machine Dynamics Problems, Vol. 15, 1996, 61-73.

[1.17] Kiciński J., Drozdowski R., Materny P.: *The non-linear analysis of the effect of support construction properties on the dynamic properties of multi-support rotor systems*, J. of Sound & Vibration (1997) **206**(4), 523-539.

[1.18] Kiciński J., Drozdowski R., Materny P.: *Nonlinear model of vibrations in a rotor-bearings system*, J. of Vibrat. & Control, Vol. 4, No. 5, 1998, 519-540.

[1.19] Kiciński J.: *Influence of Thermal Phenomena in the Slide Bearings on the Dynamics of a Simple Rotor-Bearings System,* Machine Dynamics Problems, Vol. 6, 1993, 37-60.

[1.20] Kiciński J., Haller R.: *Computer Optimization on External Fixings and Preliminary Cramp of a Bush with Respect to Static and Dynamic Properties of J ournal Bearings*, Trans. ASME, J. of Tribology, Vol. 116, Oct. 1994.

[1.21] Kiciński J.: *Teoria i badania hydrodynamicznych poprzecznych łożysk ślizgowych,* Ossolineum 1994.

[1.22] Kiciński J.: *New Method of Description of Dynamic Properties of Slider Bearings*, Wear, No. 132, 1989, 205-220.

[1.23] Cholewa W., Kiciński J.: *Diagnostyka techniczna – odwrotne modele diagnostyczne*, Wyd. Politechniki Śląskiej, Gliwice 1997.

[1.24] Walczyk Z.: *Dynamika wirnikowych maszyn energetycznych,* Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej, Mechanika nr 64, 1992.

[1.25] Kiciński J., Markiewicz-Kicińska A.: *Programy NLDW-70 do obliczeń sprzężonych form drgań giętno-wzdłużno-skrętnych z imperfekcjami typu pęknięcie wału i rozosiowania elementów*, Opr. zew. IMP PAN, nr arch. 357/2000, Gdańsk 2000.

[1.26] Nandi A., Neogy S.: *Dynamic response of cracked beams and beams with an imperfect support,* Proc. of VETOMAC-1 Conference, Bangalore, India, 2000, (na CD, poz. CP 114).

[1.27] Rao J. S., Sreenivas R.: *Dynamic Analysis of Misaligned rotor systems*, Proc. of VETOMAC-1 Conf., Bangalore, India, 2000, (na CD, CP 048).

[1.28] Raghavendra Rao B., Padmanabhan Ch.: *Dynamic sensivity analysis for mechanical systems with localized nonlinearities,* Proc. of VETOMAC-1 Conf., Bangalore, India, 2000, (na CD, poz. CP 029).

[1.29] Rao J. S., Sharma M.: *Dynamic analysis of bowed rotors,* Proc. of VETOMAC-1 Conf., Bangalore, India, 2000, (na CD, poz. CP 022).

[1.30] Vyas, N. S., Jain N., Pandey S.: *Fault identification in rotating machinery using neural networks,* Proc. of VETOMAC-1 Conf., Bangalore, India, 2000, (na CD, poz. CP 020).

[1.31] Irretier H. D.: *History and development of experimental modal analysis,* Proc. of VETOMAC-1 Conf., Bangalore, India, 2000, (na CD, PP 2).

[1.32] Lee Chong-Won, Won Kye-Si, Kim Si-Kyoung: *Modal testing of rotors with rotating asymmetry,* Proc. of VETOMAC-1 Conf., Bangalore, India, 2000, (na CD, poz. IP 13).

[1.33] Gaganis B. J., Zisimopoulos A. K., Nikolakopoulos, P. G. Papadopoulos C. A.: *Modal Analysis of rotor on piecewise linear journal bearing under seismic excitation,* Trans. of the ASME, J. of Vibration and Acoustics, Vol. 121, April 1999, 190-196.

[1.34] El-Shafei A.: *Modeling fluid inertia forces of short journal bearings for rotor dynamic applications,* Trans. of the ASME, J. of Vibration and Acoustics, Vol. 117, October 1995, 462-469.

[1.35] Chan D. S. H.: *Nonlinear analysis of rotor dynamic instabilities in high-speed turbomachinery,* Trans. of the ASME, J. of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 118, Jan. 1996, 122-129.

[1.36] A. R., Adiletta G.: *Dynamics of a rigid unbalanced rotor with nonlinear elastic restoring forces. Part I: Theoretical Analysis,* Nonlinear Dynamics, 1999, **19**, 359-385 .

[1.37] Guido A. R., Adiletta G.: *Dynamics of a rigid unbalanced rotor with nonlinear elastic restoring forces. Part II: Experimental Analysis,* Nonlinear Dynamics, 1999, **19**, 387-397.

[1.38] Adiletta G., Guido A. R., Rossi C.: *Nonlinear dynamics of a rigid unbalanced rotor in journal bearings. Part I: Theoretical Analysis,* Nonlinear Dynamics, 1997, **14**, 57-87.

[1.39] Adiletta G., Guido A. R., Rossi C.: *Nonlinear dynamics of a rigid unbalanced rotor in journal bearings. Part II: Experimental Analysis,* Nonlinear Dynamics, 1997, **14**, 157-189.

[1.40] Sundararajan P., Noah S. T.: *Dynamics of forced nonlinear systems using shooting/arc-length continuation method – application to rotor systems,* Trans. ASME, J. of Vibration and Acoustics, Vol. 119, Jan. 1997, 9-20.

[1.41] Chu C. S., Wood K. L., Busch-Vishniac I. J.: *A nonlinear dynamic model with confidence bounds for hydrodynamic bearings,* Trans. of the ASME, J. of Tribology, Vol. 120, July 1998, 595-604.

[1.42] Lahmar M., Haddad A., Nicolas D.: *An optimised short bearing theory for nonlinear dynamic analysis of turbulent bearings,* Eur. J. Mech. A/Solids, 19 (2000), 151-177.

[1.43] Ding J., Krodkiewski M.: *Inclusion of static indetermination in the mathematical model for non-linear dynamic analyses of multi-bearing rotor system,* J. of Sound and Vibration, 1993, **164**, 267-280.

[1.44] Khonsari M. M., Chang Y. J.: *Stability boundary of non-linear orbits within clearance circle of journal bearings,* Trans. of the ASME, J. of Vibration and Acoustics, 1993, Vol. 115, 303-307.

[1.45] Adams M. L., Adams M. L., Guo J. S.: *Simulation and experiments of non-linear hysteresis loop for rotor-bearing instability,* IMechE Conference Transactions, Vibrations in Rotating Machinery, 1996, 309-319.

[1.46] Muszynska A.: *Improvements in lightly loaded rotor/bearing and rotor/seal models,* Trans. of the ASME, J. of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, 1988, Vol. 110, 129-136.

[1.47] Muszynska A., Franklin W. D., Bently D. E.: *Rotor active „anti-swirl" control,* Trans. of the ASME, J. of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, 1988, Vol. 110, 143-150.

[1.48] Muszynska A., Bently D. E.: *Anti-swirl arrangements prevent rotor/seal instability,* Trans. of the ASME, J. of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, 1989, Vol. 111, 156-162.

[1.49] Muszynska A., Bently D. E.: *Fluid-induced instabilities of rotors: whirl and whip,* Bently Rotor Dynamics Research Corporation Report No. 3, 1995.

[1.50] Kiciński J., Markiewicz-Kicińska A.: *Coupled non-linear vibrations in multi-support rotors founded on slide bearings*, Proc. of VETOMAC-1 Conf., Bangalore, India, 2000, (na CD, poz. CP 047).

[1.51] Kiciński J.: *Coupled non-linear vibrations in multisupported rotors,* Polish Maritime Research, no 3, September 2000, 9-13.

[1.52] Kiciński J., Rybczyński J., Krawczuk M., Markiewicz-Kicińska A., Banaszek S., Łuczak M., Bagińska M.: *Sprzężone formy drgań zachodzących w wielopodporowych wirnikach maszyn energetycznych*, Opr. wewn. IMP PAN, nr arch. 577/1999, Gdańsk 1999.

[1.53] Giergiel J., Uhl T.: *Identyfikacja układów mechanicznych,* PWN, Warszawa 1990.

[1.54] Wicher J.: *Problemy identyfikacji systemów technicznych ze szczególnym uwzględnieniem układów mechanicznych,* Prace IPPT PAN, nr. 67, 1975.

[1.55] Sage A. P.,. Melsa J. L: *System identification,* New York, Academic Press, 1971.

[1.56] Zeigler B. P.: *Teoria modelowania i symulacji,* PWN, Warszawa, 1984.

[1.57] *Modelowanie i diagnostyka oddziaływań mechanicznych, aerodynamicznych i magnetycznych w turbozespołach energetycznych*, praca zbiorowa pod red. J. Kicińskiego, PAN Wydział IV Nauk Technicznych, Wydawnictwo IMP PAN, Gdańsk 2005, 1326 str.

ROZDZIAŁ 2

MODELOWANIE LINII WIRNIKÓW I ŁOŻYSK

- MODEL MES LINII WIRNIKÓW
- MODELE CIEPLNE ŁOŻYSK ŚLIZGOWYCH
- PODSTAWOWE RÓWNANIA DYNAMIKI

Linia wirników skupia na sobie oddziaływania wszystkich podukładów maszyny wirnikowej. Szczególnie istotne są tu oczywiście oddziaływania łożysk ślizgowych i konstrukcji podpierającej wyrażone w formie współczynników sztywności i tłumienia filmu olejowego i macierzy współczynników sztywności, tłumienia i mas konstrukcji podpierającej. Stanowią one główne elementy globalnych macierzy bezwładności, tłumienia i sztywności w równaniach ruchu linii wirników. Warto zauważyć, że z matematycznego punktu widzenia współczynniki te spinają w jedną logiczną całość równania różniczkowe zwyczajne opisujące ruch całego układu z równaniami różniczkowymi cząstkowymi opisującymi rozkłady przestrzenne ciśnienia hydrodynamicznego lub deformacji termosprężystych. Współczynniki sztywności i tłumienia łożysk ślizgowych i tym samym globalne macierze tłumienia i sztywności równań ruchu są modyfikowane w każdym kroku czasowym postępowania iteracyjnego realizując tym samym zasadę analizy układu w zakresie nieliniowym, a wiec w zakresie niezwykle pożądanym z punktu widzenia diagnostyki według modelu, o czym szczegółowo mówiliśmy w rozdziale 1.

W przyjętym modelu, jeśli chodzi o linię wirników zastosowana została Metoda Elementów Skończonych (MES) z typowym, doskonale znanym z literatury, belkowym elementem skończonym Timoshenki o sześciu stopniach swobody w każdym węźle. Również jeśli chodzi o modelowanie imperfekcji wału typu pęknięcia czy rozosiowania przyjęte zostały znane z literatury modele. Macierze podatności dynamicznej konstrukcji podpierającej określane są w oparciu o znane i dostępne w kraju światowe programy komercyjne (np.: ABAQUS, ADINA i inne). Największy problem stwarza jednakże konieczność określenia współczynników sztywności i tłumienia łożysk ślizgowych w każdym kroku czasowym postępowania iteracyjnego. Nawet najbardziej zaawansowane programy komercyjne nie oferują takich rozwiązań, stąd też nie można ich zastosować w formie gotowych wzorców w prezentowanym modelu. W niniejszym rozdziale przedstawiona zostanie własna, oryginalna metoda określania współczynników sztywności i tłumienia łożysk ślizgowych oparta zarówno na prostych jak i bardzo zaawansowanych modelach cieplnych łożysk ślizgowych i zmodyfikowanej metodzie perturbacji.

Wszystko to razem stanowi bardzo zaawansowany, kompleksowy i wzajemnie spójny **model dynamiczny złożonego układu typu: linia wirników z imperfekcjami–łożyska ślizgowe–konstrukcja podpierająca**, do analizy zarówno w zakresie liniowym, ale przede wszystkim w **zakresie nieliniowym**. Autorowi niniejszej monografii nie są znane inne krajowe odpowiedniki takiego modelu.

*

W niniejszym rozdziale rozważania dotyczące modelowania łożysk ślizgowych zaczniemy od wyjaśnienia istoty pracy łożyska i spraw związanych z wymianą ciepła. Szczególną uwagę poświęcimy jednakże wzajemnym **związkom jakie zachodzą pomiędzy maszyną i jej łożyskami**. Związki te nie zawsze są wystarczająco wyraźnie zaznaczane w publikacjach na temat łożysk ślizgowych i maszyn wirnikowych. Specjaliści zajmujący się głównie łożyskami ślizgowymi często stosują zbyt uproszczone modele maszyny wirnikowej bez analizy oddziaływań sprzężonych i odwrotnie; specjaliści od dynamiki wirników często traktują łożyska jako element układu o stałych, liniowych współczynnikach sztywności i tłumienia, co w istocie oznacza przyjęcie zasady superpozycji w analizie pracy całego układu. W rzeczywistości tego rodzaju podejście jest zasadne tylko w określonych przypadkach. Postaramy się wskazać te przypadki, ale głównie wskażemy zakresy, gdzie tego rodzaju tradycyjne podejście do zagadnienia generuje błędy czasami nawet o charakterze jakościowym.

*

Warto w kontekście prowadzonych w niniejszym rozdziale rozważań podnieść też kwestię zaawansowanych modeli złożonych i modeli prostych: które i kiedy stosować? Pytanie to wbrew pozorom jest zasadne, albowiem w dobie tak zaawansowanej techniki komputerowej i łatwego dostępu do programów komercyjnych o imponujących wręcz możliwościach, wielu współczesnych badaczy, zwłaszcza młodego pokolenia, jest tak zafascynowanych tą techniką, że często proste czy wręcz analityczne modele z dawnych lat nie uzyskują należnej pozycji w ich warsztacie pracy i pozostają w cieniu. Tymczasem modele te stanowić mogą doskonałe uzupełnienie i szybkie narzędzie weryfikacji tradycyjnej i ciągle niezastąpionej intuicji inżynierskiej i zdrowego rozsądku. Modele zaawansowane mają oczywiście swoje ogromne zalety wynikające z ich możliwości, ale mają niestety także wady spowodowane często trudnościami w interpretacji wyników czy uzależnieniem od stabilności i zbieżności metod numerycznych. **Rozsądnym wyjściem wydaje się tu być jednakowy dystans badacza do modeli złożonych i prostych i stosowanie ich w miarę możliwości równolegle lub stosowanie ich wzajemnych kombinacji**. Wychodząc z tej przesłanki przedstawimy w tym rozdziale również pakiet podstawowych równań dynamiki wyprowadzonych **z prostego modelu wirnika (jednomasowego i symetrycznego)**. Powyższe stwarza nam bardzo interesującą możliwość kombinacji modeli. Współczynniki sztywności i tłumienia łożysk ślizgowych możemy określić bazując zarówno na prostym (izotermicznym) jak i złożonym (diatermicznym) modelu łożyska i tak określone współczynniki wprowadzić do prostego modelu wirnika. Wbrew pozorom taki model nie zawsze musi odbiegać zbyt mocno od modelu rzeczywistego. Wyobraźmy sobie sytuację, kiedy mamy do czynienia z bardzo sztywnym i w miarę symetrycznym wirnikiem oraz niewielkimi siłami zewnętrznymi wymuszającymi drgania układu. Taki układ dość dobrze opisują wspomniane powyżej modele kombinowane: prosty lub złożony model łożyska – prosty model wirnika. Również w przypadkach, kiedy chcemy głównie analizować własności samych łożysk ślizgowych (np. nowo zaprojektowanych) to zawsze lepiej jest to uczynić w powiązaniu z wirnikiem, nawet prostym, niż zupełnie go pomijając (co jest niestety powszechną praktyką). Wynika to z faktu oczywistych związków jakie zachodzą pomiędzy łożyskami i maszyną, o czym pisaliśmy wcześniej.

2.1 Model MES linii wirników

2.1.1 Uwagi wstępne

Przejdziemy teraz do zagadnień związanych ze szczegółowym opisem poszczególnych podukładów tworzących maszynę wirnikową. Punktem wyjścia będą rozważania przeprowadzone w rozdziale 1 a zwłaszcza nieliniowe równania ruchu (1.5) i ogólny algorytm ich rozwiązania (rozdział 1 – rys. 1.2). Z matematycznego punktu widzenia mamy tu do czynienia z nieliniowymi równaniami różniczkowymi **zwyczajnymi** (równania ruchu całego układu) skojarzonymi (powiązanymi) z zestawem równań różniczkowych **cząstkowych** opisującym własności łożysk ślizgowych i konstrukcji podpierającej. Skojarzenie to odbywa się za pośrednictwem współczynników sztywności i tłumienia łożysk ślizgowych z jednej strony i za pomocą współczynników podatności dynamicznej (macierzy podatności) konstrukcji podpierającej z drugiej strony. Oczywiście współczynniki te są obliczane poprzez rozwiązanie równań różniczkowych cząstkowych w każdym punkcie czasowym postępowania iteracyjnego. Współczynniki te z kolei modyfikują globalne macierze sztywności i tłumienia umożliwiając tym samym rozwiązanie nieliniowych równań różniczkowych zwyczajnych w postępowaniu iteracyjnym. Schemat powyższych skojarzeń przedstawia rys. 2.1. Przyjęte zostało rozwiązanie, w którym zaprezentowane na rys. 2.1 poszczególne podukłady maszyny wirnikowej opisywane są za pomocą następujących metod:

- linia wirników z imperfekcjami – **M**etoda **E**lementów **S**kończonych (MES),
- równania ruchu układu – zmodyfikowana metoda New Marka,
- łożyska ślizgowe i uszczelnienia labiryntowe – **M**etoda **R**óżnic **S**kończonych (MRS),
- konstrukcja podpierająca – metoda MES (programy komercyjne).

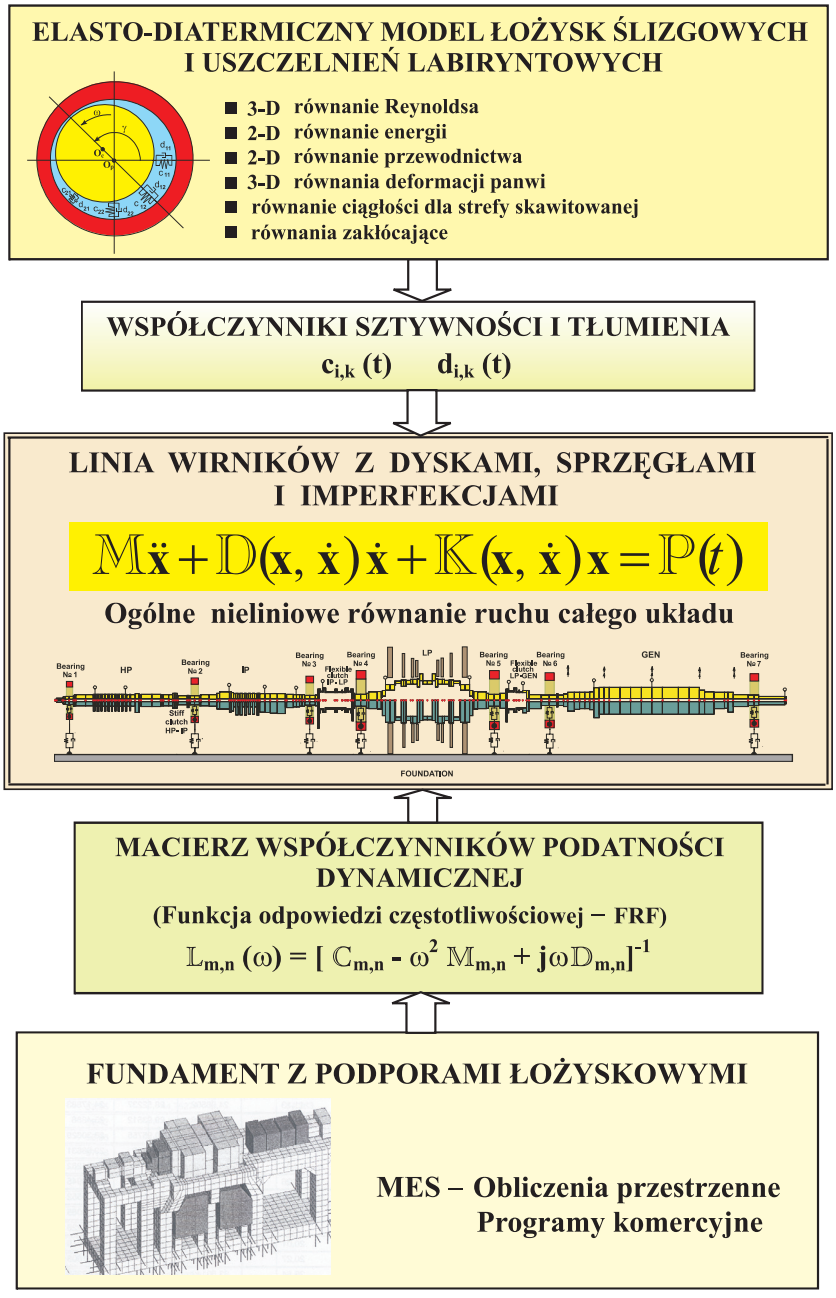
Przejdziemy teraz do szczegółowego opisu elementów tworzących globalne macierze bezwładności **M**, tłumienia **D** i sztywności **K** w równaniu (1.5) z rozdziału 1 (i z rys. 2.1) i tym samym do szczegółowego opisu modeli MES układu wirnik-podpory. Zaczniemy od opisu macierzy charakterystycznych w układzie lokalnym, a następnie przejdziemy do zasad budowy macierzy w układzie globalnym.

Dla celów związanych z opisem struktury poszczególnych macierzy przyjmijmy uproszczony schemat obiektu z rys. 1.1, a mianowicie przyjmijmy typowy model dyskretny wraz z numeracją wirnika np. trójpodporowego – rys. 2.2.

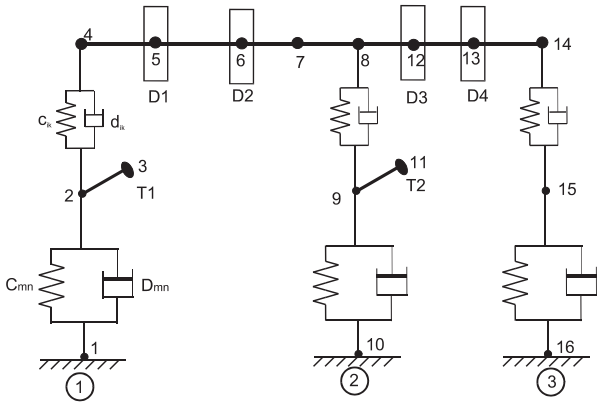
Prezentowany poniżej model, opracowany został zarówno w oparciu o znane zagadnienia klasycznej teorii MES [2.35, 2.10, 2.36] jak i zagadnienia wybrane, dotyczące teorii elementów pękniętych i rozosiowanych [2.4]-[2.7], [2.12, 2.37, 2.38].

Na model ten składają się :

- **Wał wirnika z uwzględnieniem również elementów z pęknięciem i rozosiowaniem**. Do węzłów wału mogą być mocowane dyski sztywne oraz



Rys. 2.1. Zmienne w czasie współczynniki sztywności i tłumienia łożysk ślizgowych oraz macierze podatności dynamicznej konstrukcji podpierającej jako elementy łączące główne podukłady maszyny wirnikowej i tym samym elementy umożliwiające rozwiązanie wzajemnie sprzężonych nieliniowych równań różniczkowych zwyczajnych i cząstkowych



Rys. 2.2. Model dyskretny wirnika trójpodporowego – przykład numeracji

węzły: 1-2, 10-9, 16-15	–	*konstrukcja podpierająca;*
węzły: 2, 9, 15	–	*panwie łożyskowe;*
węzły: 2-4, 9-8, 15-14	–	*film olejowy łożysk ślizgowych;*
węzły: 2-3, 9-11	–	*tłumiki prętowe mocowane do panwi;*
węzły: 4-5, 5-6,.....,13-14	–	*elementy belkowe wirnika;*
D_1, D_2, D_3, D_4	–	*dyski sztywne*

łożyska wzdłużne i tłumiki drgań skrętnych. Na układ oddziaływać mogą wymuszenia spowodowane niewyważeniem wirujących elementów oraz zewnętrzne wymuszenia poprzeczne, wzdłużne i skrętne. Identyfikowane one są również poprzez węzły wału wirnika.

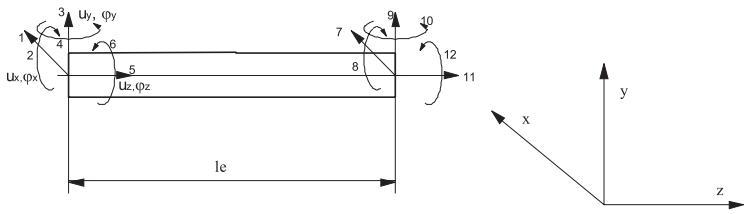
- **Poprzeczne łożyska ślizgowe** (dwa węzły: czop i nieruchoma panew – w węzłach odpowiadających panwiom 2, 9, 15 usuwamy wszystkie stopnie swobody poza przemieszczeniami wzdłuż osi x i y). Do panwi mocowane mogą być tłumiki zewnętrzne-prętowe w formie masy usytuowanej na końcu pręta.

- **Konstrukcja podpierająca** (dwa węzły: panew i nieruchomy fundament – dla węzłów 1, 10, 16 usuwamy wszystkie stopnie swobody).

2.1.2 Macierze charakterystyczne w układzie lokalnym

2.1.2.1 Model wału wirnika

Do celów zamodelowania wału wirnika przyjęty został element belkowy o sześciu stopniach swobody w każdym z węzłów, to znaczy dla każdej współrzędnej geometrycznej x, y, z przyjęto stopnie swobody odpowiadające przemieszczeniu i obrotowi. Rys. 2.3 przedstawia koncepcję takiego elementu z numeracją kolejnych stopni swobody.



Rys. 2.3. Belkowy element skończony o dwóch węzłach i 12 stopniach swobody

Przyjęto następujące oznaczenia indeksów kierunków:
1 – przemieszczenie względem osi x – u_x;
2 – obrót wokół osi x – φ_x;
3 – przemieszczenie względem osi y – u_y;
4 – obrót wokół osi y – φ_y;
5 – przemieszczenie względem osi z (drgania wzdłużne) – u_z;
6 – obrót wokół osi z (drgania skrętne) – φ_z.
W związku z powyższym wszystkie macierze charakterystyczne (bezwładności, sztywności, tłumienia) dla każdego elementu w układzie lokalnym będą miały wymiar (12×12), gdyż element posiada 12 stopni swobody.

Macierz sztywności elementu bez pęknięcia i bez rozosiowania

Macierz sztywności tego elementu obliczamy wykorzystując podatnościowe sformułowanie metody elementów skończonych [2.3, 2.10, 2.35, 2.36], co pozwala przedstawić ją jako iloczyn odpowiednich macierzy transformacji i macierzy podatności:

$$\mathbf{K}_e = \mathbf{T}^t \mathbf{L}^{-1} \mathbf{T}, \tag{2.1}$$

gdzie:
$\mathbf{K_e}$ – oznacza macierz sztywności elementu;
$\mathbf{T}$ – jest macierzą transformacji układu sił zależnych do układu sił niezależnych;
$\mathbf{L}$ – jest macierzą podatności elementu, natomiast indeks t oznacza transpozycję macierzy zaś indeks -1 odwrotność macierzy.
Przedstawimy teraz sposób tworzenia powyższych macierzy.

Macierz transformacji

Macierz transformacji układu sił zależnych do układu sił niezależnych obliczamy wykorzystując do tego celu warunki równowagi statycznej przy założeniu, że siły węzłowe w węźle numer 1 są liniowo niezależne, natomiast siły w węźle numer 2

są wyrażone jako funkcje tych pierwszych. Macierz ta ma następującą postać:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -1 & l_e & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -l_e & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{2.2}$$

gdzie: l_e – oznacza długość elementu belkowego.

Macierz podatności

Macierz podatności elementu bez pęknięcia obliczamy wykorzystując jego energię odkształcenia sprężystego, która wyraża się następującym związkiem:

$$U = \int_0^{l_e} \frac{N^2 dz}{2 * E * S} + \int_0^{l_e} \frac{M_x^2 dz}{2 * E * j_x} + \\ + \int_0^{l_e} \frac{M_y^2 dz}{2 * E * j_y} + \int_0^{l_e} \frac{M_s^2 dz}{2 * G * j_s} + \int_0^{l_e} \frac{f_x * P_x^2 dz}{2 * E * S} + \int_0^{l_e} \frac{f_y * P_y^2 dz}{2 * E * S}, \tag{2.3}$$

gdzie:

l_e	–	długość elementu;
S	–	pole przekroju poprzecznego;
j_x	–	geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego względem osi x układu;
j_y	–	geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego względem osi y układu;
j_s	–	moment bezwładności przekroju poprzecznego na skręcenie względem osi z układu, stały, niezależny od kąta obrotu;
f_x	–	współczynnik ścinania przekroju poprzecznego względem osi x;
f_y	–	współczynnik ścinania przekroju poprzecznego względem osi y;
E	–	moduł Younga dla materiału z jakiego wykonany jest wirnik;
G	–	moduł Kirchoffa dla materiału z jakiego wykonany jest wirnik;
N, M i P	–	oznaczają odpowiednie siły i momenty.

Siły i momenty występujące w powyższym równaniu można wyrazić w funkcji niezależnych sił węzłowych wykorzystując do tego następujące związki równowagi:

$$\begin{aligned} N &= P_s, \\ M_s &= P_6, \\ M_y &= P_1 z - P_2, \\ M_x &= P_3 z + P_4, \\ P_y &= P_3, \\ P_x &= P_1. \end{aligned}$$

Podstawiając te związki do formuły opisującej energię odkształcenia sprężystego elementu i następnie różniczkując względem niezależnych sił węzłowych otrzymujemy symetryczną macierz podatności **L(6×6)** w następującej postaci (elementy nie wyszczególnione oznaczają elementy zerowe):

L(1,1)=$l_e * *3/(3 * E * j_y) + f_y * l_e/(G * S)$
L(1,2)=$l_e * *2/(2 * E * j_y)$

L(2,1)=L(1,2)
L(2,2)=$l_e/(E * j_y)$

L(3,3)=$l_e * *3/(3 * E * j_x) + f_x * l_e/(G * S)$
L(3,4)=$l_e * *2/(2 * E * j_x)$

L(4,2)=L(2,4)
L(4,3)=L(3,4)
L(4,4)=$l_e/(E * j_x)$

L(5,2)=L(2,5)
L(5,4)=L(4,5)
L(5,5)=$l_e/(S * E)$

L(6,1)=L(1,6)
L(6,3)=L(3,6)
L(6,6)=$l_e/(G * j_s)$

Uwaga: symbol * oznacza mnożenie, natomiast ** – potęgowanie.

Mając wyznaczone macierze: transformacji **T** oraz podatności **L** możemy (stosując proste obliczenia macierzowe) wyznaczyć postać macierzy sztywności $\mathbf{K}_e$ omawianego elementu skończonego według związku (2.1).

W zależności od przyjęcia odpowiednich współczynników ścinania f otrzymamy postać modelu belki Bernoulliego-Eulera – współczynniki ścinania przyjmujemy zerowe lub postać modelu belki Timoshenko – współczynniki ścinania obliczamy według algorytmu, który teraz przedstawimy.

Sposób obliczania współczynników ścinania dla modelu Timoshenki

Współczynniki f_x i f_y obliczane są w dwojaki sposób w zależności od tego czy dany element jest elementem wydrążonym czy też nie.
Dla elementów bez wydrążeń (dla przekroju kołowego):

$$\begin{aligned} f_x &= (7 + 6 * \nu)/(6 * (1 + \nu)), \\ f_y &= f_x. \end{aligned} \tag{2.4}$$

Dla elementów wydrążonych:

$$
\begin{aligned}
&m = (d_{wb}/d_{zb}) * *2\,,\\
&f_x = (((7{+}6{*}\nu){*}(1{+}m)*{*}2){+}(20{+}12{*}\nu){*}m)/(6{*}(1{+}\nu){*}(1{+}m)*{*}2)\,,\\
&f_y = f_x\,,
\end{aligned}
\tag{2.5}
$$

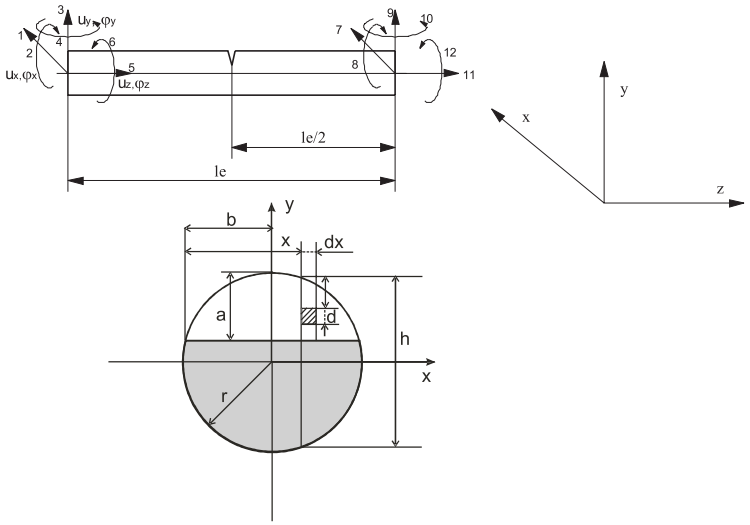
gdzie:

- ν – liczba Poissona;
- d_{zb} – średnica zewnętrzna dla geometrycznego momentu bezwładności danego elementu;
- d_{wb} – średnica wewnętrzna dla geometrycznego momentu bezwładności danego elementu.

Uwaga: Podana metoda obliczania współczynników f_x i f_y obowiązuje we wszystkich omawianych przypadkach tworzenia macierzy charakterystycznych.

Macierz sztywności elementu belkowego dla elementu z pęknięciem

Model elementu z pęknięciem przedstawia rys. 2.4



Rys. 2.4. Schemat elementu belkowego z pęknięciem [2.4]; a – głębokość pęknięcia, b – szerokość pęknięcia

Macierz sztywności dla elementu z pęknięciem jest modyfikowana o dodatkowe podatności wywołane pęknięciem. Obliczana jest z następującej zależności [2.4]÷[2.7], [2.12, 2.37, 2.38]:

$$
\mathbf{K}_e = \mathbf{T}^t(\mathbf{L} + \mathbf{L}_d)^{-1}\mathbf{T}\,,
\tag{2.6}
$$

gdzie:
- $\mathbf{K}_e$ – oznacza macierz sztywności elementu;
- $\mathbf{T}$ – jest macierzą transformacji układu sił zależnych do układu sił niezależnych;
- $\mathbf{L}$ – jest macierzą podatności elementu;
- $\mathbf{L}_d$ – jest macierzą dodatkowych podatności wywołanych pęknięciem .

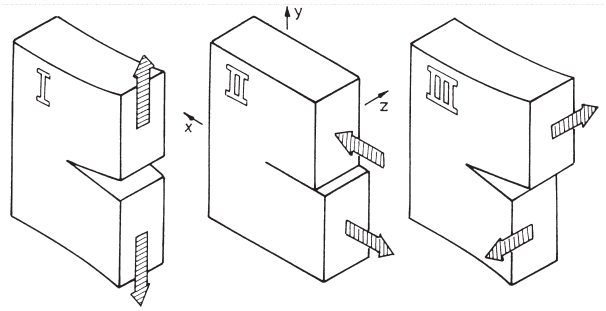
natomiast indeks t oznacza transpozycję macierzy zaś indeks -1 odwrotność macierzy.

Macierz $\mathbf{L}_d$ obliczamy wykorzystując do tego celu postać energii odkształcenia sprężystego elementu belkowego wywołanej pojawieniem się pęknięcia poprzecznego:

$$\Delta U = \frac{1}{E} \int_A \left[\sum_{n=1}^{n=6} K_{Ii}^2 + \sum_{n=1}^{n=6} K_{IIi}^2 + (1+\nu) \sum_{n=1}^{n=6} K_{IIIi}^2 \right] dA \,, \tag{2.7}$$

gdzie:
- E – moduł Younga;
- A – pole powierzchni pęknięcia;
- $K_{ji} (j = I, II, III,\ i = 1, 6$ – są to niezerowe współczynniki intensywności naprężeń, zależne od wartości niezależnych sił węzłowych elementu skończonego, odpowiadające trzem przypadkom rozwoju pęknięć [2.37];
- ν – liczba Poissona.

Przyjęty model elementu pękniętego obejmuje trzy klasyczne, podstawowe przypadki rozwoju pęknięć zmęczeniowych, tak jak to przedstawia rys. 2.5. [2.4, 2.37].



Rys. 2.5. Klasyczne przypadki rozwoju pęknięć zmęczeniowych [2.4, 2.37]

Niezerowe współczynniki intensywności naprężeń w przypadku rozpatrywanego

elementu mają postać:

$$
\begin{aligned}
K_{12} &= \frac{4P_2 x}{\pi r^4}\sqrt{\pi\alpha}F_{12}\left(\frac{\alpha}{h}\right),\\
K_{14} &= \frac{4P_4}{\pi r^4}\sqrt{r^2-x^2}\sqrt{\pi\alpha}F_{14}\left(\frac{\alpha}{h}\right),\\
K_{15} &= \frac{P_5}{\pi r^2}\sqrt{\pi\alpha}F_{15}\left(\frac{\alpha}{h}\right),\\
K_{II3} &= \frac{\beta P_3}{\pi r^2}\sqrt{\pi\alpha}F_{II3}\left(\frac{\alpha}{h}\right),\\
K_{II6} &= \frac{2P_6 x}{\pi r^4}\sqrt{\pi\alpha}F_{II6}\left(\frac{\alpha}{h}\right),\\
K_{III1} &= \frac{\beta P_1}{\pi r^2}\sqrt{\pi\alpha}F_{III1}\left(\frac{\alpha}{h}\right),\\
K_{III6} &= \frac{2P_6}{\pi r^4}\sqrt{r^2-x^2}\sqrt{\pi\alpha}F_{III6}\left(\frac{\alpha}{h}\right),
\end{aligned}
$$

gdzie: α, r, h są wymiarami geometrycznymi przekroju belki w miejscu pęknięcia (rys. 2.4); natomiast F_{ji} $(j = I, II, III,\ i = 1, 6)$ są funkcjami poprawkowymi uwzględniającymi skończone wymiary elementu o postaci:

$$
\begin{aligned}
F_{12} &= \sqrt{\frac{\operatorname{tg}\lambda}{\lambda}} * \frac{0.923 + 0.199(1-\sin\lambda)^4}{\cos\lambda},\\
F_{14} = F_{15} &= \sqrt{\frac{\operatorname{tg}\lambda}{\lambda}} * \frac{0.752 + 2.02(\alpha/h) + 0.37(1-\sin\lambda)^3}{\cos\lambda},\\
F_{II3} = F_{II6} &= \frac{1.122 - 0.561(\alpha/h) + 0.85(\alpha/h)^2 + 0.18(\alpha/h)^3}{\sqrt{1-\alpha/h}},\\
F_{III1} = F_{III6} &= \sqrt{\frac{\operatorname{tg}\lambda}{\lambda}},
\end{aligned}
$$

gdzie $\lambda = \frac{\pi\alpha}{2h}$.

Podstawiając powyższe zależności do równania opisującego dodatkową energię odkształcenia sprężystego wywołaną pęknięciem oraz różniczkując względem niezależnych sił węzłowych otrzymujemy macierz dodatkowych podatności wywołanych pęknięciem $\mathbf{L}_d$ w postaci:

$$
\mathbf{L}_d = \begin{bmatrix}
\mathbf{c}_{11} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{c}_{16}\\
 & \mathbf{c}_{22} & \mathbf{0} & \mathbf{c}_{24} & \mathbf{c}_{25} & \mathbf{0}\\
 & & \mathbf{c}_{33} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{c}_{36}\\
 & & & \mathbf{c}_{44} & \mathbf{c}_{45} & \mathbf{0}\\
 & & & & \mathbf{c}_{55} & \mathbf{0}\\
\mathbf{sym.} & & & & & \mathbf{c}_{66}
\end{bmatrix}.
$$

Niezerowe wyrazy tej macierzy obliczamy ze związków:

$$c_{11} = \frac{4\beta^2}{\pi r}\int_0^{\overline{a}} \overline{\alpha} F_{III1}^2(\overline{g})d\overline{\alpha}\int_0^{\overline{b}} d\overline{x},$$

$$c_{22} = \frac{64}{\pi r^3}\int_0^{\overline{a}} \overline{\alpha} F_{I2}^2(\overline{g})d\overline{\alpha}\int_0^{\overline{b}} \overline{x}^2 d\overline{x},$$

$$c_{33} = \frac{4\beta^2}{\pi r}\int_0^{\overline{a}} \overline{\alpha} F_{II3}^2(\overline{g})d\overline{\alpha}\int_0^{\overline{b}} d\overline{x},$$

$$c_{44} = \frac{64}{\pi r^3}\int_0^{\overline{a}} \overline{\alpha} F_{I4}^2(\overline{g})d\overline{\alpha}\int_0^{\overline{b}} (1-\overline{x}^2) d\overline{x},$$

$$c_{55} = \frac{4}{\pi r}\int_0^{\overline{a}} \overline{\alpha} F_{I5}^2(\overline{g})d\overline{\alpha}\int_0^{\overline{b}} d\overline{x},$$

$$c_{66} = \frac{16}{\pi r^3}[(1+\nu)\int_0^{\overline{a}} \overline{\alpha} F_{III6}^2(\overline{g})d\overline{\alpha}\int_0^{\overline{b}} (1-\overline{x}^2) d\overline{x} + \int_0^{\overline{a}} \overline{\alpha} F_{II6}^2(\overline{g})d\overline{\alpha}\int_0^{\overline{b}} \overline{x}^2 d\overline{x}],$$

$$c_{16} = \frac{8\beta}{\pi r^2}(1+\nu)\int_0^{\overline{a}} \overline{\alpha} F_{III6}^2(\overline{g})d\overline{\alpha}\int_0^{\overline{b}} \sqrt{1-\overline{x}^2} d\overline{x},$$

$$c_{24} = \frac{64}{\pi r^3}\int_0^{\overline{a}} \overline{\alpha} F_{I4}(\overline{g}) F_{I2}(\overline{g})d\overline{\alpha}\int_0^{\overline{b}} \sqrt{1-\overline{x}^2} d\overline{x},$$

$$c_{25} = \frac{16}{\pi r^2}\int_0^{\overline{a}} \overline{\alpha} F_{I5}(\overline{g}) F_{I2}(\overline{g})d\overline{\alpha}\int_0^{\overline{b}} \overline{x} d\overline{x},$$

$$c_{36} = \frac{8\beta}{\pi r^2}\int_0^{\overline{a}} \overline{\alpha} F_{II3}(\overline{g})d\overline{\alpha}\int_0^{\overline{b}} \overline{x} d\overline{x},$$

$$c_{45} = \frac{16}{\pi r^2}\int_0^{\overline{a}} \overline{\alpha} F_{I4}(\overline{g})d\overline{\alpha}\int_0^{\overline{b}} \sqrt{1-\overline{x}^2} d\overline{x},$$

gdzie: $\overline{\alpha} = \alpha/r$, $\overline{a} = a/r$, $\overline{b} = b/r$, $\overline{g} = \alpha/h$, $d\overline{\alpha} = d\alpha/r$, $d\overline{x} = dx/r$, $\beta = \beta_x = \beta_y$.

Analizując postać macierzy podatności opracowanego elementu można stwierdzić, że pojawienie się pęknięcia zmienia postać macierzy sztywności w ten sposób, że pojawiają się w niej dodatkowe elementy odpowiedzialne za sprzęganie się drgań giętnych ze wzdłużnymi (wyrazy c_{25}, c_{45}) oraz giętnych ze skrętnymi (wyrazy c_{16}, c_{36}) a także giętnych w obu płaszczyznach (wyraz c_{24}).

Na podstawie wyprowadzonych wzorów na współczynniki dodatkowych podatności oraz wzorów określających macierz podatności dla elementów bez pęknięć otrzymujemy końcową postać macierzy podatności dla elementu z pęknięciem określoną według wzoru (2.6) jako $\mathbf{L}+\mathbf{L}_d$. Macierz tę oznaczymy też jako $\mathbf{L(6\times 6)}$ (Całkowita podatność dla elementu z pęknięciem $\mathbf{L} = \mathbf{L}+\mathbf{L}_d$).

L(1,1)=$l_e * *3/(3 * E * j_y) + f_y * l_e/(G * S) + c_{11}$
L(1,2)=$l_e * *2/(2 * E * j_y)$
L(1,6)=c_{16}

L(2,1)=L(1,2)
L(2,2)=$l_e/(E*j_y)+c_{22}$
L(2,4)=c_{24}

L(3,3)=$l_e**3/(3*E*j_x)+f_x*l_e/(G*S)+c_{33}$
L(3,4)=$l_e**2/(2*E*j_x)$
L(3,6)= c_{36}

L(4,2)=L(2,4)
L(4,3)=L(3,4)
L(4,4)=$l_e/(E*j_x)+c_{44}$
L(4,5)=c_{45}

L(5,2)=L(2,5)
L(5,4)=L(4,5)
L(5,5)=$l_e/(S*E)+c_{55}$

L(6,1)=L(1,6)
L(6,3)=L(3,6)
L(6,6)=$l_e/(G*j_s)+c_{66}$

Transformacja macierzy sztywności belkowego elementu z pęknięciem do układu obróconego wokół osi wzdłużnej z o dowolny kąt α

W ogólnym przypadku w celu dokonania transformacji układów odniesienia macierz sztywności omawianego elementu należy przemnożyć według nastepującej formuły:

$$\widetilde{\mathbf{K}}_e = \widetilde{\mathbf{T}}^{\mathbf{t}}\mathbf{K}_e\widetilde{\mathbf{T}}\,, \tag{2.8}$$

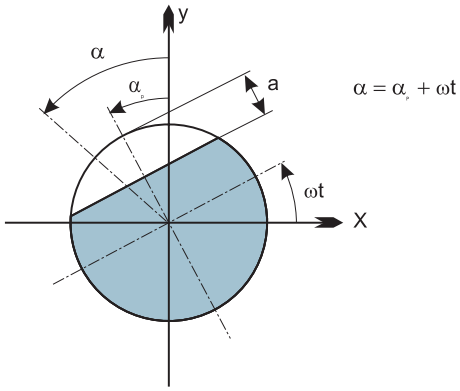
gdzie:
$\mathbf{K_e}$ – jest macierzą sztywności w układzie podstawowym;
$\widetilde{\mathbf{T}}$ – jest macierzą transformacji o postaci:

$$\widetilde{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} \end{bmatrix},$$

a blok $\mathbf{A}$ ma postać:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & 0 & \sin(\alpha) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & 0 & \sin(\alpha) & 0 & 0 \\ -\sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

gdzie α jest kątem opisującym obrót elementu względem płaszczyzny $x-y$ – rys. 2.6.



Rys. 2.6. Element belkowy z pęknięciem obrócony względem osi y o dowolny kąt α_p określający początkowe położenie pęknięcia w płaszczyźnie $x - y$

Kąt ten jest sumą kąta opisującego początkowe położenie pęknięcia względem układu odniesienia α_p i kąta wynikającego z obrotu wału ωt (ω – prędkośc wirowania, t – czas).

Stosując proste działania matematyczne na podstawie związku (2.8) otrzymujemy macierz sztywności dla elementu belkowego z pęknieciem obróconym w płaszczyźnie x-y o kąt α_p.

Model zamykania i otwierania się szczeliny

Podczas wirowania wału pęknięcie zmęczeniowe ulega okresowemu zamykaniu i otwieraniu, co w efekcie prowadzi do zmian sztywności układu. Przyjęto dwupołożeniowy model zachowania się pęknięcia – pełne otwarcie lub pełne zamknięcie. Moment otwierania i zamykania pęknięcia jest wyznaczanyw oparciu o rzeczywiste odkształcenie wirnika.

Przewidziano dwa przypadki:

1. **Krawędź pęknięcia prostopadła do osi y (pionowej)** – $\alpha_p = 0$. W tym przypadku o chwili otwierania i zamykania pęknięcia decyduje jedynie wartość różnicy kątów obrotu węzłów elementu względem osi $x-(\varphi_x)$ według zależności:

$$\begin{array}{lll} \varphi_x(i+1) - \varphi_x(i) > 0 & - & \text{pęknięcie otwarte}, \\ \varphi_x(i+1) - \varphi_x(i) \leqslant 0 & - & \text{pęknięcie zamknięte}, \end{array} \tag{2.9}$$

   gdzie $i+1$ jest numerem węzła oznaczającego koniec elementu, a i jest numerem węzła początku elementu.

   Uwaga: Kąt φ_x jest sumą kąta będącego rozwiązaniem zadania kinetostatyki oraz kąta będącego bieżącym rozwiązaniem zadania dynamiki.

2. **Krawędź pęknięcia obrócona względem osi y o kąt α_p.** W tym przypadku o chwili otwarcia i zamknięcia pęknięcia decyduje zarówno kąt obrotu względem osi x (φ_x) jak i kąt obrotu względem osi y (φ_y).

   Obliczamy to według zależności:

$$\begin{array}{lll} \varphi_z(i+1) - \varphi_z(i) > 0 & - & \text{pęknięcie otwarte}, \\ \varphi_z(i+1) - \varphi_z(i) \leqslant 0 & - & \text{pęknięcie zamknięte}, \end{array} \tag{2.10}$$

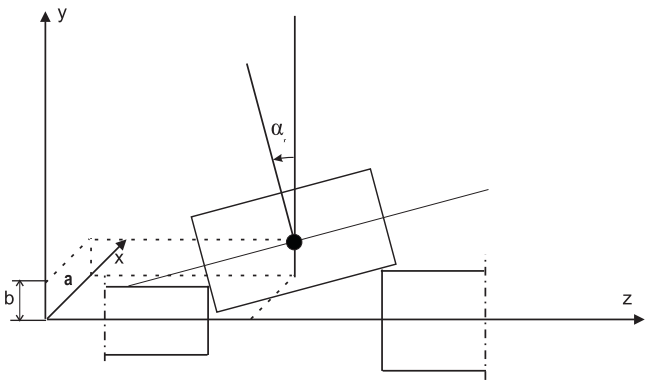
   gdzie: $\varphi_z = \varphi_x \cos(\alpha) - \varphi_y \sin(\alpha)$
   $i+1$ jest numerem węzła oznaczającego koniec elementu, i jest numerem węzła początku elementu natomiast $\alpha = \alpha_p + \omega t$.

   Oczywiście obowiązuje uwaga z punktu 1.

W praktycznych obliczeniach należy w każdym kroku kontrolować związki (2.9) i (2.10) i w zależności od wyników budować macierz sztywności danego elementu albo z uwzględnieniem pęknięcia (2.8) albo bez uwzględniania pęknięcia (2.1).

Macierz sztywności elementu belkowego z rozosiowaniem

Element ten służyć ma do modelowania nie współosiowych odcinków wału. Z tego też względu przyjęto, że element może być przesunięty o wielkość „a" wzdłuż osi x i o wielkość „b" wzdłuż osi y w stosunku do układu globalnego oraz może być obrócony o pewien kąt α_r względem osi pionowej. Schemat takiego elementu przedstawia rys. 2.7.



Rys. 2.7. Model elementu belkowego z rozosiowaniem

Powyższe założenie powoduje, że koniecznym jest zapewnienie warunków zgodności elementów przesuniętych i nie przesuniętych. Macierz sztywności takiego elementu jest inna, niż macierz belkowego elementu nie przesuniętego.

W celu zbudowania macierzy sztywności posłużymy się sformułowaniem podatnościowym metody elementów skończonych. Obliczamy ją ze związku:

$$\mathbf{K}_e = \mathbf{T}\mathbf{L}^{-1}\mathbf{T}^{-1}, \tag{2.11}$$

gdzie: **T** jest macierzą transpozycji zależnego układu sił węzłowych do układu sił niezależnych a **L** oznacza macierz podatności elementu.

Macierz transpozycji **T** ma podaną już przez nas postać ze związku (2.2).

Natomiast macierz podatności **L** można łatwo zbudować wykorzystując do tego celu równanie na energię odkształcenia sprężystego elementu. Pominiemy szczegóły związane z wyprowadzeniem tych związków. Można je znaleźć w literaturze [2.4]÷[2.7], [2.12, 2.37, 2.38].

Końcowa postać macierzy **L(6×6)** jest następująca (elementy nie wyszczególnione są zerami):

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{L(1,1)}=l_e**3/(3*E*j_y)+f_y*l_e/(G*S)+l_e*b_z**2/(G*j_s)\\
&\mathrm{L(1,2)}=l_e**2/(2*E*j_y)\\
&\mathrm{L(1,3)}=\text{-}l_e*a_z*b_z*\cos(\alpha_r)/(G*j_s)+l_e**2*a_z*\sin(\alpha_r)/(2*E*j_y)\\
&\mathrm{L(1,5)}=l_e**2*a_z*\cos(\alpha_r)/(2*E*j_y)+l_e*a_z*b_z*\sin(\alpha_r)/(G*j_s)\\
&\mathrm{L(1,6)}=l_e*b_z/(G*j_s)\\
&\\
&\mathrm{L(2,2)}=l_e/(E*j_y)\\
&\mathrm{L(2,3)}=l_e*a_z*\sin(\alpha_r)/(E*j_y)\\
&\mathrm{L(2,5)}=l_e*a_z*\cos(\alpha_r)/(E*j_y)\\
&\\
&\mathrm{L(3,3)}=l_e**3/(3*E*j_x)+f_y*l_e*\cos(\alpha_r)**2/(G*S)+\\
&\qquad l_e*a_z**2*\cos(\alpha_r)**2/(G*j_s)+l_e*\sin(\alpha_r)**2/(E*S)+\\
&\qquad l_e*a_z**2*\sin(\alpha_r)**2/(E*j_y)+l_e*b_z**2*\sin(\alpha_r)**2\\
&\qquad /(E*j_x)+l_e**2*b_z*\sin(\alpha_r)/(E*j_x)\\
&\mathrm{L(3,4)}=l_e**2/(2*E*j_x)+l_e*b_z*\sin(\alpha_r)/(E*j_x)\\
&\mathrm{L(3,5)}=l_e**2*b_z*\cos(\alpha_r)/(2*E*j_x)-l_e*a_z**2*\sin(\alpha_r)*\\
&\qquad \cos(\alpha_r)/(G*j_s)+l_e*b_z**2\sin(\alpha_r)*\cos(\alpha_r)\ /\\
&\qquad (G*js)+l_e*a_z**2*\sin(\alpha_r)*\cos(\alpha_r)/(E*j_y)\ \text{-}\\
&\qquad f_y*l_e*\sin(\alpha_r)*\cos(\alpha_r)/(G*S)+l_e*\sin(\alpha_r)*\cos(\alpha_r)/(E*S)\\
&\mathrm{L(3,6)}=\text{-}l_e*a_z*\cos(\alpha_r)/(G*j_s)\\
&\\
&\mathrm{L(4,4)}=l_e/(E*j_x)\\
&\mathrm{L(4,5)}=l_e*b_z*\cos(\alpha_r)/(E*j_x)\\
&\\
&\mathrm{L(5,5)}=l_e*\cos(\alpha_r)**2/(E*S)+l_e*a_z**2*\cos(\alpha_r)**2/(E*j_y)+\\
&\qquad l_e*b_z**2*\cos(\alpha_r)**2/(E*j_x)+l_e*a_z**2*\sin(\alpha_r)**2/\\
&\qquad (G*j_s)+fy*l_e*\sin(\alpha_r)**2/(G*S)\\
&\mathrm{L(5,6)}=l_e*a_z*\sin(\alpha_r)/(G*j_s)\\
&\\
&\mathrm{L(6,6)}=l_e/(G*j_s)
\end{aligned}
$$

Macierz **L** jest macierzą symetryczną czyli:

$$\mathrm{L(4,3)}=\mathrm{L(3,4)}$$

L(6,3)=L(3,6)
L(5,2)=L(2,5)
L(5,1)=L(1,5)
L(2,1)=L(1,2)
L(3,1)=L(1,3)
L(6,1)=L(1,6)
L(3,2)=L(2,3)
L(5,3)=L(3,5)
L(5,4)=L(4,5)
L(6,5)=L(5,6) ,

gdzie:

α_r – jest kątem przesunięcia względem osi pionowej;
$a_z = a * \cos(\omega t) - b * \sin(\omega t)$;
$b_z = a * \sin(\omega t) - b * \cos(\omega t)$;
ω – jest prędkością kątową wału; t – oznacza czas; a, b – są to stałe opisujące rozosiowanie wału w chwili czasu $t = 0$ – rys. 2.7.

Pozostałe oznaczenia takie jak przy budowaniu poprzednich macierzy podatności. Zauważmy, że ponieważ a_z i b_z są funkcjami kąta obrotu wału muszą być naliczane w każdym kroku czasowym. Tak więc macierz sztywności elementu belkowego z rozosiowaniem jest modyfikowana w każdym kroku czasowym.

Mając macierze **T** i **L** na podstawie związku (2.11) budujemy macierz sztywności elementu rozosiowanego.

Macierz bezwładności elementów belkowych wału wirnika

Macierz bezwładności elementu $\mathbf{M}_e$**(12×12)** zarówno dla modelu Bernoulliego-Eulera jak i Timoshenko dla wszystkich rodzajów elementów belkowych wału (bez pęknięć i rozosiowań, elementów pękniętych oraz elementów rozosiowanych) przyjmujemy w tej samej postaci [2.3, 2.7, 2.10, 2.35, 2.36, 2.38].

Jawną postać tych macierzy przedstawimy w postaci równań na poszczególne elementy macierzy $\mathbf{M}_e$(12,12). Elementy nie wyszczególnione we wzorach przyjmują wartości zerowe.

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{M}_e(1,1) = \rho * (13 * l_e * l_e * S + 42 * j_y)/(35 * l_e)\\
&\mathrm{M}_e(1,2) = \rho * (11 * l_e * l_e * S/210 + j_y/10)\\
&\mathrm{M}_e(1,7) = 3 * \rho * (3 * l_e * l_e * S - 28 * j_y)/(70 * l_e)\\
&\mathrm{M}_e(1,8) = \rho * (-13 * l_e * l_e * S/420 + j_y/10)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{M}_e(2,1) = \mathrm{M}_e(1,2)\\
&\mathrm{M}_e(2,2) = \rho * (l_e * *3 * S/105 + 2 * l_e * j_y/15)\\
&\mathrm{M}_e(2,7) = \rho * (13 * l_e * l_e * S/420 - j_y/10)\\
&\mathrm{M}_e(2,8) = \rho * (-l_e * *3 * S/140 - l_e * j_y/30)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{M}_e(3,3) = \rho * (13 * l_e * l_e * S + 42 * j_x)/(35 * l_e)\\
&\mathrm{M}_e(3,4) = \rho * (11 * l_e * l_e * S/210 + j_x/10)
\end{aligned}
$$

$M_e(3,9)= 3 * \rho * (3 * l_e * l_e * S - 28 * j_x)/(70 * l_e)$
$M_e(3,10)= \rho * (-13 * l_e * l_e * S/420 + j_x/10)$

$M_e(4,3)=M_e(3,4)$
$M_e(4,4)= \rho * (l_e * *3 * S/105 + 2 * l_e * j_x/15)$
$M_e(4,9)= \rho * (13 * l_e * l_e * S/420 - j_x/10)$
$M_e(4,10)= \rho * (-l_e * *3 * S/140 - l_e * j_x/30)$

$M_e(5,5)= \rho * l_e * S/3$
$M_e(5,11)= \rho * l_e * S/6$

$M_e(6,6)= \rho * l_e * j_s/3$
$M_e(6,12)= \rho * l_e * j_s/6$

$M_e(7,1)= M_e(1,7)$
$M_e(7,2\ )= M_e(2,7)$
$M_e(7,7)= \rho * (13 * l_e * l_e * S + 42 * j_y)/(35 * l_e)$
$M_e(7,8)= \rho * (-11 * l_e * l_e * S/210 - j_y/10)$

$M_e(8,1)= M_e(1,8)$
$M_e(8,2)= M_e(2,8)$
$M_e(8,7)= M_e(7,8)$
$M_e(8,8)= \rho * (l_e * *3 * S/105 + 2 * l_e * j_y/15)$

$M_e(9,3)= M_e(3,9)$
$M_e(9,4)= M_e(4,9)$
$M_e(9,9)= \rho * (13 * l_e * l_e * S + 42 * j_x)/(35 * l_e)$
$M_e(9,10)= \rho * (-11 * l_e * l_e * S/210 - j_x/10)$

$M_e(10,3)= M_e(3,10)$
$M_e(10,4)= M_e(4,10)$
$M_e(10,9)= \mathrm{Me}(9,10)$
$M_e(10,10)= \rho * (l_e * *3 * S/105 + 2 * l_e * j_x/15)$

$M_e(11,5)= M_e(5,11)$
$M_e(11,11)= \rho * l_e * S/3$

$M_e(12,6)= M_e(6,12)$
$M_e(12,12)= \rho * l_e * j_s/3$

gdzie:

l_e – długość elementu;
S – pole przekroju poprzecznego;
j_x – geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego względem osi x układu;
j_y – geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego względem osi y układu;
j_s – moment bezwładności przekroju poprzecznego na skręcenie względem osi z układu, stały, niezależny od kąta obrotu;
ρ – gęstość materiału z jakiego wykonany jest wirnik.

Macierz tłumienia elementów belkowych

Macierz tłumienia $\mathbf{D}_e$ dla elementów belkowych modelujących wał wirnika obliczamy jako kombinację macierzy bezwładności $\mathbf{M}_e$ i sztywności $\mathbf{K}_e$ według następującego wzoru [2.3, 2.7, 2.8, 2.10, 2.35, 2.36, 2.38]:

$$\mathbf{D}_e = \alpha * \mathbf{M}_e + \beta * \mathbf{K}_e \,,$$

gdzie:
α, β – współczynniki tłumienia materiałowego;
$\mathbf{M}_e$ – macierz bezwładności elementu;
$\mathbf{K}_e$ – macierz sztywności elementu;
$\mathbf{D}_e$ – macierz tłumienia elementu.
Wielkości α i β mogą przybierać wartości [2.8]:
α : 1; 10
β : 0,0001; 0,001; 0,01
zależnie od analizowanego przypadku i rodzaju materiału.

Macierz tłumienia pochodząca od sił Coriolisa

Macierz tłumienia pochodząca od sił Coriolisa $\mathbf{D}_{ce}\mathbf{(12\times12)}$ budowana jest dla wszystkich elementów belkowych modelujących wał wirnika według następujących wzorów [2.4]÷[2.7], [2.10, 2.35, 2.36, 2.38] (elementy nie wyszczególnione są zerami):

$$\begin{aligned}
&\mathrm{D}_{ce}(1,3) = -13 * S * l_e/35\\
&\mathrm{D}_{ce}(1,4) = -11 * S * l_e * *2/210\\
&\mathrm{D}_{ce}(1,9) = -9 * S * l_e/70\\
&\mathrm{D}_{ce}(1,10) = 13 * S * l_e * *2/420
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\mathrm{D}_{ce}(2,3) = -11 * S * l_e * *2/210\\
&\mathrm{D}_{ce}(2,4) = -S * l_e * *3/105\\
&\mathrm{D}_{ce}(2,9) = -13 * S * l_e * *2/420\\
&\mathrm{D}_{ce}(2,10) = S * l_e * *3/140
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{D}_{ce}(3,1) = 13 * S * l_e/35\\
&\mathrm{D}_{ce}(3,2) = 11 * S * l_e * *2/210\\
&\mathrm{D}_{ce}(3,7) = 9 * S * l_e/70\\
&\mathrm{D}_{ce}(3,8) = -13 * S * l_e * *2/420
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{D}_{ce}(4,1) = 11 * S * l_e * *2/210\\
&\mathrm{D}_{ce}(4,2) = S * l_e * *3/105\\
&\mathrm{D}_{ce}(4,7) = 13 * S * l_e * *2/420\\
&\mathrm{D}_{ce}(4,8) = -S * l_e * *3/140
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{D}_{ce}(7,3) = -9 * S * l_e/70\\
&\mathrm{D}_{ce}(7,4) = -13 * S * l_e * *2/420\\
&\mathrm{D}_{ce}(7,9) = -13 * S * l_e/35\\
&\mathrm{D}_{ce}(7,10) = 11 * S * l_e * *2/210
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{D}_{ce}(8,3) = 13 * S * l_e * *2/420\\
&\mathrm{D}_{ce}(8,4) = S * l_e * *3/140\\
&\mathrm{D}_{ce}(8,9) = 11 * S * l_e * *2/210\\
&\mathrm{D}_{ce}(8,10) = -S * l_e * *3/105
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{D}_{ce}(9,1) = 9 * S * l_e/70\\
&\mathrm{D}_{ce}(9,2) = 13 * S * l_e * *2/420\\
&\mathrm{D}_{ce}(9,7) = 13 * S * l_e/35\\
&\mathrm{D}_{ce}(9,8) = -11 * S * l_e * *2/210
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{D}_{ce}(10,1) = -13 * S * l_e * *2/420\\
&\mathrm{D}_{ce}(10,2) = -S * l_e * *3/140\\
&\mathrm{D}_{ce}(10,7) = -11 * S * l_e * *2/210\\
&\mathrm{D}_{ce}(10,8) = S * l_e * *3/105
\end{aligned}
$$

Po obliczeniu wszystkie elementy macierzy przemnażamy przez $wsk = 2 * \rho * \omega$ czyli $\mathbf{D}_{ce}(I,J) = wsk * \mathbf{D}_{ce}(I,J)$; $I = 1,12; J = 1,12$.

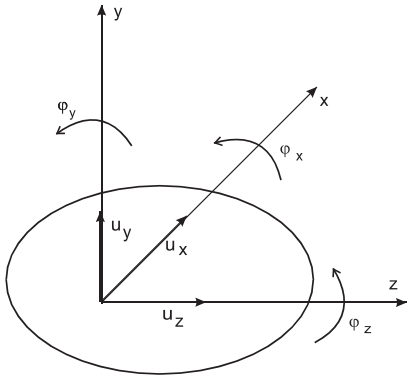
Oznaczenia:
l_e – długość elementu;
ω – prędkość kątowa wirowania;
ρ – gęstość materiału;
S – pole przekroju poprzecznego elementu.

2.1.2.2 Dyski sztywne

Macierz bezwładności dysku sztywnego

Do modelowania dysków zastosowano bryły nieodkształcalne. Przyjęto, że sztywne dyski posiadają sześć stopni swobody: 3 translacyjne wzdłuż osi x, y, z oraz 3 obrotowe względem tych samych osi zgodnie z numeracją dotyczącą całego modelu. (Dysk sztywny przyporządkowany jest do jednego numeru węzła na wale).

Model dysku sztywnego wraz z układem osi współrzędnych i stopniami swobody przedstawiono na rys. 2.8.



Rys. 2.8. Model dysku sztywnego

Macierz bezwładności $\mathbf{M}_{de}\mathbf{(6\times 6)}$ przyjmuje postać [2.4]÷[2.7], [2.10, 2.35, 2.36, 2.38]:
(elementy nie wyszczególnione są zerami):

$$\begin{aligned}
&\mathrm{M}_{de}(1,1) = m_d,\\
&\mathrm{M}_{de}(2,2) = j_{my},\\
&\mathrm{M}_{de}(3,3) = m_d,\\
&\mathrm{M}_{de}(4,4) = j_{mx},\\
&\mathrm{M}_{de}(5,5) = m_d,\\
&\mathrm{M}_{de}(6,6) = j_{mz},
\end{aligned}$$

gdzie:

m_d – masa dysku;
j_{mx} – masowy moment bezwładności dysku względem osi x;
j_{my} – masowy moment bezwładności dysku względem osi y;
j_{mz} – masowy moment bezwładności dysku względem osi z.
$m_d = \rho * \pi * (s_{dz} * *2 - s_{dw} * *2) * g_d/4$
g_d – grubość dysku;
s_{dw} – średnica wewnętrzna dysku;
s_{dz} – średnica zewnętrzna dysku;
ρ – gęstość materiałowa dla dysków.

W przypadku dysku w kształcie idealnego „krążka” możemy przyjąć:
$j_t = 0.5 * m_d * ((s_{dz}/2) * *2 - (s_{dw}/2) * *2)$,
$j_{mx} = j_t$,
$j_{my} = j_t$,
$j_{mz} = j_t$.

Macierz tłumienia (macierz giroskopowa)

Jak już wspominaliśmy dysk sztywny modelowany jest przez 6 stopni swobody. Budujemy macierz $\mathbf{D}_{gd}(\mathbf{6\times 6})$ według następującego algorytmu [2.4]÷[2.7], [2.10, 2.35, 2.36, 2.38]:
(elementy nie wyszczególnione są zerami)

$$\mathbf{D}_{gd}(2,4) = -\omega * j_b$$
$$\mathbf{D}_{gd}(4,2) = \omega * j_b$$

gdzie:
ω – prędkość kątowa wirowania;
j_b – masowy biegunowy moment bezwładności a
j_b jest obliczane według wzoru:
$j_b = m_d * ((r_{dz} * *2/4 - r_{dw} * *2/4) + (g_d * *2)/12)$,
gdzie:
$m_d = \rho * \pi * (s_{dz} * *2 - s_{dw} * *2) * g_d/4$;
g_d – grubość dysku; grubość dysku
s_{dw} – średnica wewnętrzna dysku;
s_{dz} – średnica zewnętrzna dysku;
$r_{dz} = s_{dz}/2$;
$r_{dw} = s_{dw}/2$;
ρ – gęstość materiałowa dla dysków.

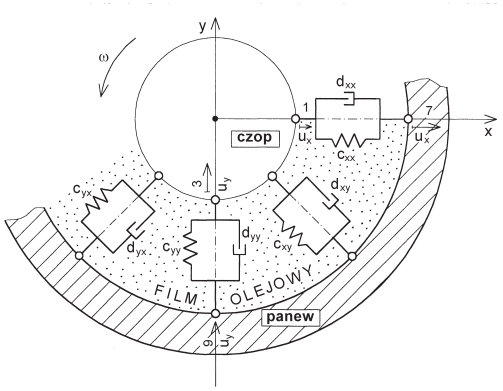
2.1.2.3 Model MES poprzecznych łożysk ślizgowych

W niniejszym podrozdziale zakładamy, iż znamy współczynniki sztywności i tłumienia filmu olejowego. W rzeczywistości ich określenie stanowi odrębne i bardzo złożone zagadnienia (patrz kolejne podrozdziały). Na razie przedstawimy prosty sposób ich wkomponowania w ogólnąż strukturę modelu MES linii wirników.

Dla każdej podpory poprzeczne łożysko ślizgowe charakteryzowane jest przez dwa węzły: węzeł przedstawiający panew oraz węzeł określający czop. Węzeł czopa łożyska jest węzłem wspólnym z węzłem odpowiedniego elementu belkowego wału wirnika (rys. 2.2, rys. 2.9) [2.2].

W przyjętym modelu panew łożyska jest masą skupioną i może wykonywać tylko drgania poprzeczne tzn. przemieszczenie w kierunku x oraz przemieszczenie w kierunku y. Wobec powyższego do zamodelowania własności łożyska zastosowany został element punktowy o dwóch węzłach i dwóch stopniach swobody w węźle a mianowicie: przemieszczenie w kierunku osi x – u_x i przemieszczenie w kierunku osi y – u_y. Stosując przyjętą wcześniej konwencję kierunków taką jak dla elementu z rys. 2.3 odpowiada to kierunkom: 1, 3 oraz 7, 9.

Pomijamy ewentualne oddziaływania momentów skrętnych to znaczy zaniedbujemy obroty – φ_x i φ_y. Założono także pełną równoległość osi panwi do osi czopa, co oznacza brak możliwości przenoszenia przez film olejowy sił wzdłużnych. Oznacza to brak drgań osiowych w kierunku osi z – u_z oraz drgań skrętnych – φ_z.



Rys. 2.9. Model MES łożyska ślizgowego. Punktowy element skończony w lokalnym układzie odniesienia

Tak więc w przyjętym modelu łożyska faktycznie w węźle oznaczającym czop lub panew mamy do czynienia tylko z dwoma stopniami swobody.

W dalszych rozważaniach budując macierze sztywności i tłumienia łożysk przyjmiemy jednakże ich wymiar odpowiadający 6 stopniom swobody, podobnie jak dla elementów belkowych. Wynika to wyłącznie z konieczności uzyskania kompatybilności wszystkich macierzy.

Węzeł oznaczający czop łożyska jest wspólny z węzłem odpowiedniego elementu belkowego wału wirnika, posiadającym oczywiście sześć stopni swobody. Przy analizie pracy łożysk te dodatkowe stopnie swobody są po prostu pomijane.

Macierz sztywności i tłumienia poprzecznych łożysk ślizgowych

Poszczególne wyrazy macierzy sztywności $\mathbf{K}_{le}\mathbf{(12\times12)}$ (w układzie lokalnym) charakteryzującej poprzeczne łożyska ślizgowe, obliczane są na podstawie współczynników sztywności dla filmu olejowego według następujących wzorów:
(elementy nie wyszczególnione są zerami)

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{K}_{le}(1,1) = -c_{xx}\\
&\mathrm{K}_{le}(1,3) = -c_{xy}\\
&\mathrm{K}_{le}(1,7) = c_{xx}\\
&\mathrm{K}_{le}(1,9) = c_{xy}\\
&\\
&\mathrm{K}_{le}(3,1) = -c_{yx}\\
&\mathrm{K}_{le}(3,3) = -c_{yy}\\
&\mathrm{K}_{le}(3,7) = c_{yx}\\
&\mathrm{K}_{le}(3,9) = c_{yy}\\
&\\
&\mathrm{K}_{le}(7,1) = c_{xx}
\end{aligned}
\tag{2.12}
$$

$$\mathrm{K}_{le}(7,3) = c_x$$
$$\mathrm{K}_{le}(7,7) = -c_{xx}$$
$$\mathrm{K}_{le}(7,9) = -c_{xy}$$

$$\mathrm{K}_{le}(9,1) = c_{yx}$$
$$\mathrm{K}_{le}(9,3) = c_{yy}$$
$$\mathrm{K}_{le}(9,7) = -c_{yx}$$
$$\mathrm{K}_{le}(9,9) = -c_{yy}$$

gdzie:

c_{ik} – współczynniki sztywności filmu olejowego wg definicji:

$$c_{xx} = \frac{\partial F_x}{\partial x};\;\; c_{xy} = \frac{\partial F_x}{\partial y};\;\; c_{yx} = \frac{\partial F_y}{\partial x};\;\; c_{yy} = \frac{\partial F_y}{\partial y}, \tag{2.13}$$

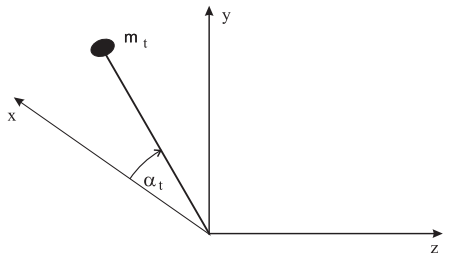
gdzie pierwszy wskaźnik oznacza kierunek siły reakcji filmu F, natomiast drugi wskaźnik jest kierunkiem dla przemieszczeń (x lub y).

W analogiczny sposób budujemy macierz tłumienia $\mathbf{D}_{le}\mathbf{(12\times12)}$ z tym, że zamiast współczynników sztywności c_{ik} podstawiamy współczynniki tłumienia d_{ik} czyli: d_{xx}, d_{xy}, d_{yx}, d_{yy}.

Obliczanie współczynników sztywności c_{ik} i tłumienia d_{ik} stanowi odrębne zagadnienie. Współczynniki te obliczane są w oparciu o złożony, elastodiatermiczny model cieplny łożyska a następnie, w zagadnieniach dynamiki, są one modyfikowane w każdym kroku czasowym procedury iteracyjnej [2.1, 2.2, 2.11, 2.39, 2.40].

2.1.2.4 Tłumik zewnętrzny mocowany do panwi

Modelowany tłumik drgań przedstawiono na rys. 2.10.



Rys. 2.10. Model tłumika zewnętrznego

Składa się on z pręta na końcu którego mocowana jest masa. Podstawowym założeniem przyjętym przy budowie macierzy charakterystycznych tłumika drgań jest to, iż tłumik ten będzie mocowany do panwi łożyskowych. Wynika z tego, że możliwe będą jedynie drgania tłumika w płaszczyźnie $x - y$, oraz, że jeden z jego końców będzie wykonywał takie same ruchy jak panew (jedynie przemieszczenia w kierunku osi x i y, bez możliwości obrotów).

Macierz sztywności zewnętrznego tłumika drgań mocowanego do panwi

Macierz sztywności tłumika $\mathbf{K}_{et}\mathbf{(12\times12)}$ w układzie lokalnym przedstawia się następująco [2.3] (wyrazy nie wyszczególnione są zerami):

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{K}_{et}(1,1) = 12 * j_y * E/(l_t * *3)\\
&\mathrm{K}_{et}(1,2) = 6 * j_y * E/(l_t * *2)\\
&\mathrm{K}_{et}(1,7) = -12 * j_y * E/(l_t * *3)\\
&\mathrm{K}_{et}(1,8) = 6 * j_y * E/(l_t * *2)\\
&\\
&\mathrm{K}_{et}(2,1) = \mathrm{K}_{et}(1,2)\\
&\mathrm{K}_{et}(2,2) = 4 * j_y * E/l_t\\
&\mathrm{K}_{et}(2,7) = -6 * j_y * E/(l_t * *2)\\
&\mathrm{K}_{et}(2,8) = 2 * j_y * E/l_t\\
&\\
&\mathrm{K}_{et}(3,3) = 12 * j_x * E/(l_t * *3)\\
&\mathrm{K}_{et}(3,4) = 6 * j_x * E/(l_t * *2)\\
&\mathrm{K}_{et}(3,9) = -12 * j_x * E/(l_t * *3)\\
&\mathrm{K}_{et}(3,10) = 6 * j_x * E/(l_t * *2)\\
&\\
&\mathrm{K}_{et}(4,3) = \mathrm{K}_{et}(3,4)\\
&\mathrm{K}_{et}(4,4) = 4 * j_x * E/l_t\\
&\mathrm{K}_{et}(4,9) = -6 * j_x * E/(l_t * *2)\\
&\mathrm{K}_{et}(4,10) = 2 * j_x * E/l_t\\
&\\
&\mathrm{K}_{et}(5,5) = E * a_t/l_t\\
&\mathrm{K}_{et}(5,11) = -E * a_t/l_t\\
&\\
&\mathrm{K}_{et}(6,6) = j_s * E/(2 * (1.0+\nu) * l_t)\\
&\mathrm{K}_{et}(6,12) = -j_s * E/(2 * (1.0+\nu) * l_t)\\
&\\
&\mathrm{K}_{et}(7,1) = \mathrm{K}_{et}(1,7)\\
&\mathrm{K}_{et}(7,2) = \mathrm{K}_{et}(2,7)\\
&\mathrm{K}_{et}(7,7) = 12 * j_y * E/(l_t * *3)\\
&\mathrm{K}_{et}(7,8) = -6 * j_y * E/(l_t * *2)\\
&\\
&\mathrm{K}_{et}(8,1) = \mathrm{K}_{et}(1,8)\\
&\mathrm{K}_{et}(8,2) = \mathrm{K}_{et}(2,8)\\
&\mathrm{K}_{et}(8,7) = \mathrm{K}_{et}(7,8)\\
&\mathrm{K}_{et}(8,8) = 4 * j_y * E/l_t\\
&\\
&\mathrm{K}_{et}(9,3) = \mathrm{K}_{et}(3,9)\\
&\mathrm{K}_{et}(9,4) = \mathrm{K}_{et}(4,9)\\
&\mathrm{K}_{et}(9,9) = 12 * j_x * E/(l_t * *3)
\end{aligned}
$$

$$\mathrm{K}_{et}(9,10) = -6 * j_x * E/(l_t * *2)$$

$$\mathrm{K}_{et}(10,3) = \mathrm{K}_{et}(3,10)$$
$$\mathrm{K}_{et}(10,4) = \mathrm{K}_{et}(4,10)$$
$$\mathrm{K}_{et}(10,9) = \mathrm{K}_{et}(9,10)$$
$$\mathrm{K}_{et}(10,10) = 4 * j_x * E/l_t$$

$$\mathrm{K}_{et}(11,5) = \mathrm{K}_{et}(5,11)$$
$$\mathrm{K}_{et}(11,11) = E * a_t/l_t$$

$$\mathrm{K}_{et}(12,6) = \mathrm{K}_{et}(6,12)$$
$$\mathrm{K}_{et}(12,12) = j_s * E/(2 * (1.0 + \nu) * l_t),$$

gdzie:
- l_t – długość pręta tłumika;
- a_t – pole przekroju poprzecznego pręta tłumika;
- j_x – geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego względem osi x układu;
- j_y – geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego względem osi y układu;
- j_s – moment bezwładności przekroju poprzecznego na skręcenie względem osi z układu;
- E – moduł Younga dla materiału z jakiego wykonany jest tłumik;
- ν – liczba Poissona.

Należy zauważyć, że przy przejściu do układu globalnego trzeba przemnożyć macierz $\mathbf{K}_{et}$ przez macierz transformacji układu współrzędnych $\mathbf{\Theta}$ ($\mathbf{12}\times\mathbf{12}$) ($\cos(\alpha_t)$ – na głównej przekątnej, pozostałe wyrazy są zerami) według wzoru:

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{\Theta}^t * \mathbf{K}_{et} * \mathbf{\Theta}\,, \tag{2.14}$$

gdzie:

$$\begin{aligned}
&\Theta(1,1) = \cos(\alpha_t)\\
&\Theta(2,2) = \cos(\alpha_t)\\
&\Theta(3,3) = \cos(\alpha_t)\\
&\Theta(4,4) = \cos(\alpha_t)\\
&\Theta(5,5) = \cos(\alpha_t)\\
&\Theta(6,6) = \cos(\alpha_t)\\
&\Theta(7,7) = \cos(\alpha_t)\\
&\Theta(8,8) = \cos(\alpha_t)\\
&\Theta(9,9) = \cos(\alpha_t)\\
&\Theta(10,10) = \cos(\alpha_t)\\
&\Theta(11,11) = \cos(\alpha_t)\\
&\Theta(12,12) = \cos(\alpha_t)
\end{aligned} \tag{2.15}$$

natomiast α_t – oznacza kąt ustawienia pręta tłumika w stosunku do osi x – rys. 2.10.

Macierz bezwładności zewnętrznego tłumika drgań mocowanego do panwi

Macierz bezwładności tłumika $\mathbf{M}_{et}\mathbf{(12\times12)}$ w układzie lokalnym przedstawia się następująco [2.3] (wyrazy nie wyszczególnione są zerami):

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{M}_{et}(1,1) = \rho * (13 * l_t * l_t * a_t + 42 * j_y)/(35 * l_t)\\
&\mathrm{M}_{et}(1,2) = \rho * (11 * l_t * l_t * a_t/210 + j_y/10)\\
&\mathrm{M}_{et}(1,7) = 3 * \rho * (3 * l_t * l_t * a_t - 28 * j_y)/(70 * l_t)\\
&\mathrm{M}_{et}(1,8) = \rho * (-13 * l_t * l_t * a_t/420 + j_y/10)\\
&\\
&\mathrm{M}_{et}(2,1) = \mathrm{M}_{et}(1,2)\\
&\mathrm{M}_{et}(2,2) = \rho * (l_t * *3 * a_t/105 + 2 * l_t * j_y/15)\\
&\mathrm{M}_{et}(2,7) = \rho * (13 * l_t * l_t * a_t/420 - j_y/10)\\
&\mathrm{M}_{et}(2,8) = \rho * (-l_t * *3 * a_t/140 - l_t * j_y/30)\\
&\\
&\mathrm{M}_{et}(3,3) = \rho * (13 * l_t * l_t * a_t + 42 * j_x)/(35 * l_t)\\
&\mathrm{M}_{et}(3,4) = \rho * (11 * l_t * l_t * a_t/210 + j_x/10)\\
&\mathrm{M}_{et}(3,9) = 3 * \rho * (3 * l_t * l_t * a_t - 28 * j_x)/(70 * l_t)\\
&\mathrm{M}_{et}(3,10) = \rho * (-13 * l_t * l_t * a_t/420 + j_x/10)\\
&\\
&\mathrm{M}_{et}(4,3) = \mathrm{M}_{et}(3,4)\\
&\mathrm{M}_{et}(4,4) = \rho * (l_t * *3 * a_t/105 + 2 * l_t * j_x/15)\\
&\mathrm{M}_{et}(4,9) = \rho * (13 * l_t * l_t * a_t/420 - j_x/10)\\
&\mathrm{M}_{et}(4,10) = \rho * (-l_t * *3 * a_t/140 - l_t * j_x/30)\\
&\\
&\mathrm{M}_{et}(5,5) = \rho * l_t * a_t/3\\
&\mathrm{M}_{et}(5,11) = \rho * l_t * a_t/6\\
&\\
&\mathrm{M}_{et}(6,6) = \rho * l_t * j_s/3\\
&\mathrm{M}_{et}(6,12) = \rho * l_t * j_s/6\\
&\\
&\mathrm{M}_{et}(7,1) = \mathrm{M}_{et}(1,7)\\
&\mathrm{M}_{et}(7,2) = \mathrm{M}_{et}(2,7)\\
&\mathrm{M}_{et}(7,7) = \rho * (13 * l_t * l_t * a_t + 42 * j_y)/(35 * l_t) + m_t\\
&\mathrm{M}_{et}(7,8) = \rho * (-11 * l_t * l_t * a_t/210 - j_y/10)\\
&\\
&\mathrm{M}_{et}(8,1) = \mathrm{M}_{et}(1,8)\\
&\mathrm{M}_{et}(8,2) = \mathrm{M}_{et}(2,8)\\
&\mathrm{M}_{et}(8,7) = \mathrm{M}_{et}(7,8)\\
&\mathrm{M}_{et}(8,8) = \rho * (l_t * *3 * a_t/105 + 2 * l_t * j_y/15)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{M}_{et}(9,3) = \mathrm{M}_{et}(3,9)\\
&\mathrm{M}_{et}(9,4) = \mathrm{M}_{et}(4,9)\\
&\mathrm{M}_{et}(9,9) = \rho * (13 * l_t) * l_t * a_t + 42 * j_x)/(35 * l_t) + m_t\\
&\mathrm{M}_{et}(9,10) = \rho * (-11 * l_t * l_t * a_t/210 - j_x/10)\\
&\\
&\mathrm{M}_{et}(10,3) = \mathrm{M}_{et}(3,10)\\
&\mathrm{M}_{et}(10,4) = \mathrm{M}_{et}(4,10)\\
&\mathrm{M}_{et}(10,9) = \mathrm{M}_{et}(9,10)\\
&\mathrm{M}_{et}(10,10) = \rho * (l_t * *3 * a_t/105 + 2 * l_t * j_x/15)\\
&\\
&\mathrm{M}_{et}(11,5) = \mathrm{M}_{et}(5,11)\\
&\mathrm{M}_{et}(11,11) = \rho * l_t * a_t/3 + m_t\\
&\\
&\mathrm{M}_{et}(12,6) = \mathrm{M}_{et}(6,12)\\
&\mathrm{M}_{et}(12,12) = \rho * l_t * j_s/3,
\end{aligned}
$$

gdzie:

- a_t – pole przekroju poprzecznego pręta tłumika;
- m_t – masa skupiona na końcu tłumika;
- ρ – gęstość materiału tłumika;
- l_t – długość pręta tłumika o numerze n;
- j_x – geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego względem osi x układu;
- j_y – geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego względem osi y układu;
- j_s – moment bezwładności przekroju poprzecznego na skręcenie względem osi z układu.

Następnie wszystkie wyrazy tak określonej macierzy należy przemnożyć przez następujący iloczyn: $\rho * l_t * a_t$ czyli otrzymamy:

$$\mathbf{M}_{et}(I,J) = \rho * l_t * a_t * \mathbf{M}_{et}(I,J)\,, \quad I,J = 1,12\,. \tag{2.16}$$

Obowiązuje oczywiście uwaga o transformacji układu lokalnego (analogicznie jak dla macierzy sztywności) czyli w efekcie końcowym otrzymujemy:

$$\mathbf{M}_t = \mathbf{\Theta}^t * \mathbf{M}_{et} * \mathbf{\Theta}\,,$$

gdzie: $\mathbf{\Theta}$ – opisuje wzór (2.15).

2.1.2.5 Model konstrukcji podpierającej

Podobnie jak w przypadku łożysk ślizgowych zakładamy, iż znane są nam już charakterystyki masowo-tłumiąco-sztywnościowe konstrukcji podpierającej. Sposób ich wyznaczenia, zwłaszcza w przypadku analizy nieliniowej, to bardzo złożona procedura. Pisaliśmy o tym szczegółowo w rozdziale 1. Z punktu widzenia modelu MES linii wirników uwzględnienie współczynników tłumienia, sztwności i mas

konstrukcji podpierającej (skoro już je wyznaczylismy) nie nastręcza większych trudności i jest kwestią dość rutynowego postępowania.

Dla każdej podpory konstrukcję podpierającą charakteryzują dwa węzły: węzeł przedstawiający panew oraz węzeł określający umocowanie do podłoża (unieruchomiony) – rys. 2.2 [2.2].

Strukturę lokalnych macierzy sztywności, tłumienia i bezwładności konstrukcji podpierającej przedstawimy na przykładzie współczynników sztywności i tłumienia odnoszących się do współczynników głównych (punktowych) i skośnych a nie do przeniesionych. Oznacza to, iż na obecnym etapie pominiemy występujące sprzężenia pomiędzy podporami. Sprzężenia te omówimy przy okazji budowy macierzy charakterystycznych w układzie globalnym. Dodatkowe macierze charakteryzujące same sprzężenia będą miały podobną strukturę lokalną, chociaż w układzie globalnym macierze charakteryzujące własności dynamiczne całej konstrukcji podpierającej będą miały zupełnie inną postać.

Macierz sztywności i tłumienia

Poszczególne wyrazy macierzy sztywności $\mathbf{K}_{fe}\mathbf{(12\times12)}$ charakteryzującej konstrukcję podpierającą, obliczane są na podstawie współczynników sztywności wczytywanych do obliczeń jako dane wejściowe wzięte z pomiarów eksperymentalnych lub odrębnych obliczeń konstrukcji podpierającej.

Tworzymy tę macierz w sposób analogiczny jak macierz sztywności poprzecznych łożysk ślizgowych, tylko miejsce współczynników sztywności filmu olejowego zajmują współczynniki sztywności konstrukcji podpierającej (patrz związki (2.13)).

Poszczególne wyrazy macierzy sztywności $\mathbf{K}_{fe}\mathbf{(12\times12)}$ przedstawiają się więc następująco (elementy nie wyszczególnione są zerami):

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{K}_{fe}(1,1) = -fk_{xx}\\
&\mathrm{K}_{fe}(1,3) = -fk_{xy}\\
&\mathrm{K}_{fe}(1,7) = fk_{xx}\\
&\mathrm{K}_{fe}(1,9) = fk_{xy}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{K}_{fe}(3,1) = -fk_{yx}\\
&\mathrm{K}_{fe}(3,3) = -fk_{yy}\\
&\mathrm{K}_{fe}(3,7) = fk_{yx}\\
&\mathrm{K}_{fe}(3,9) = fk_{yy}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{K}_{fe}(7,1) = fk_{xx}\\
&\mathrm{K}_{fe}(7,3) = fk_{xy}\\
&\mathrm{K}_{fe}(7,7) = -fk_{xx}\\
&\mathrm{K}_{fe}(7,9) = -fk_{xy}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{K}_{fe}(9,1) = fk_{yx}\\
&\mathrm{K}_{fe}(9,3) = fk_{yy}\\
&\mathrm{K}_{fe}(9,7) = -fk_{yx}
\end{aligned}
$$

$$\mathrm{K}_{fe}(9,9) = -fk_{yy}$$

gdzie: fk_{ij} – odpowiednie współczynniki sztywności konstrukcji podpierającej dla kolejnych podpór.

W analogiczny sposób tworzymy macierz tłumienia $\mathbf{D}_{fe}\mathbf{(12\times12)}$ z tym, że zamiast współczynników sztywności fk_{ij} podstawiamy współczynniki tłumienia fd_{ij} czyli: fd_{xx}, fd_{xy}, fd_{yx}, fd_{yy}.

Macierz bezwładności

Macierz bezwładności konstrukcji podpierającej $\mathbf{M}_{ef}$ $\mathbf{(12\times12)}$ modelujemy wykorzystując masy m_p związane z procesem drgań dla każdej podpory [2.2].

Postać tej macierzy jest następująca (elementy nie określone są zerami):

$$\begin{aligned}
&\mathrm{M}_{ef}(1,1) = m_p\\
&\mathrm{M}_{ef}(3,3) = m_p\\
&\mathrm{M}_{ef}(7,7) = m_p\\
&\mathrm{M}_{ef}(9,9) = m_p
\end{aligned}$$

gdzie: m_p – masa związana z procesem drgań podpory.

2.1.3 Macierze charakterystyczne w układzie globalnym

Wymiar macierzy globalnych w równaniu (1.5) z rozdziału 1 oraz na rys. 2.1 w sposób oczywisty zależy od przyjętej dyskretyzacji MES całego układu wirnik-podpory. Jeżeli założymy, że dyskretyzację tę wyznaczają następujące parametry:
l_{eb} – ilość elementów belkowych użytych dla dyskretyzacji wału wirnika;
l_p – ilość podpór;
l_t – ilość tłumików zewnętrznych przytwierdzonych do panwi;
l_u – ilość uszczelnień labiryntowych,
to wymiar macierzy globalnych wyniesie:

$$\mathbf{M}(lss\times lss),\ \ \mathbf{D}(lss\times lss),\ \ \mathbf{K}(lss\times lss),\ \ \mathbf{P}(lss);\ \ \mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},\ddot{\mathbf{q}}(lss),$$

gdzie lss oznacza ilość stopni swobody układu określoną następującą zależnością:

$$lss = (l_{eb}+1)*6 + l_p*2*6 + l_t*6 + l_u*6\,.$$

Z uwagi na przyjęty model MES łożysk ślizgowych (2 stopnie swobody w każdym z dwóch węzłów) i model MES konstrukcji podpierającej (2 stopnie swobody w jednym tylko węźle), rzeczywista liczba stopni swobody w układzie globalnym będzie mniejsza.

Ilość odebranych kierunków (stopni swobody) można zatem określić następującą zależnością:

$$loss = l_p*4 + l_p*6 = l_p*10\,.$$

Zatem rzeczywisty wymiar macierzy globalnych wynosi:

$$lss1 = lss - loss\,,$$

czyli:

$$\mathbf{M}(lss1 \times lss1),\ \ \mathbf{D}(lss1 \times lss1),\ \ \mathbf{K}(lss1 \times lss1),\ \ \mathbf{P}(lss1);\ \ \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}(lss1)\,.$$

Sposób transformacji dowolnego wektora lub macierzy z układu lokalnego do układu globalnego możemy przedstawić ogólnie:
dla wektora:

$$\mathbf{w}_e = \mathbf{\Theta}_e^T \hat{\mathbf{w}}_e\,,$$

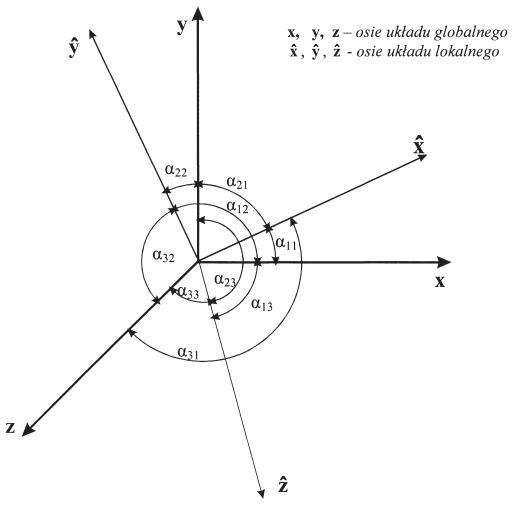
dla macierzy:

$$\mathbf{W}_e = \mathbf{\Theta}_e^T \hat{\mathbf{W}}_e \mathbf{\Theta}_e\,,$$

gdzie:
$\hat{\mathbf{w}}_e, \hat{\mathbf{W}}_e$ – oznaczają odpowiednio wektor i macierz w układzie współrzędnych lokalnych;
$\mathbf{w}_w, \mathbf{W}_e$ – wektor i macierz we współrzędnych globalnych, natomiast:

$$\mathbf{\Theta}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{\Theta}, & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}], & \mathbf{\Theta} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Theta} = \begin{bmatrix} \cos\alpha_{11}, & \cos\alpha_{12}, & \cos\alpha_{13} \\ \cos\alpha_{21}, & \cos\alpha_{22}, & \cos\alpha_{23} \\ \cos\alpha_{31}, & \cos\alpha_{32}, & \cos\alpha_{33} \end{bmatrix}.$$

Rysunek 2.11 pokazuje znaczenie poszczególnych kątów $\alpha_{11} \div \alpha_{33}$.



Rys. 2.11. Kąty określające kierunki osi układu lokalnego względem układu globalnego

Mając wektory i macierze charakterystyczne elementu opisane w globalnym układzie odniesienia możemy zbudować wektory i macierze globalne ciała dyskretyzowanego elementami skończonymi:
dla wektora:

$$\mathbf{w} = \sum_{1}^{l_{eb}} w_c \,,$$

dla macierzy:

$$\mathbf{W} = \sum_{1}^{l_{eb}} W_c \,,$$

gdzie:
l_{eb} – oznacza liczbę elementów skończonych modelu dyskretnego;
$\sum$ – jest sumą wektorów lub macierzy charakterystycznych elementów skończonych **z uwzględnieniem lokalizacji bloków** macierzy lub wektora charakterystycznego w macierzy lub wektorze globalnym dyskretyzowanego obiektu.

2.1.3.1 Sprzężenia pomiędzy podporami

W ogólnym przypadku pomiędzy podporami maszyny wirnikowej zachodzą wzajemne sprzężenia. Ilustrują je macierze $\mathbb{C}_{mn}$, $\mathbb{D}_{mn}$, $\mathbb{M}_{mn}$ określające współczynniki dynamiczne sztywności, tłumienia i mas związanych konstrukcji podpierającej w miejscach posadowienia wirnika. Definicję tych sprzężeń w zestawieniu z definicją współczynników sztywności i tłumienia filmu olejowego łożysk ślizgowych przedstawia rys. 2.12 [2.2].

Macierze $\mathbb{C}_{mn}$, $\mathbb{D}_{mn}$ oraz $\mathbb{M}_{mn}$ opisują zatem własności dynamiczne całej konstrukcji podpierającej a nie tylko poszczególnych podpór. Ich wymiar zależy oczywiście od ilości podpór. Jeśli oznaczymy $lpp = (2p)^{**}2$ gdzie p – oznacza ilość podpór to otrzymamy:

$$\mathbb{C}_{mm}(lpp \times lpp), \quad \mathbb{D}_{mm}(lpp \times lpp), \quad \mathbb{M}_{mm}(lpp \times lpp).$$

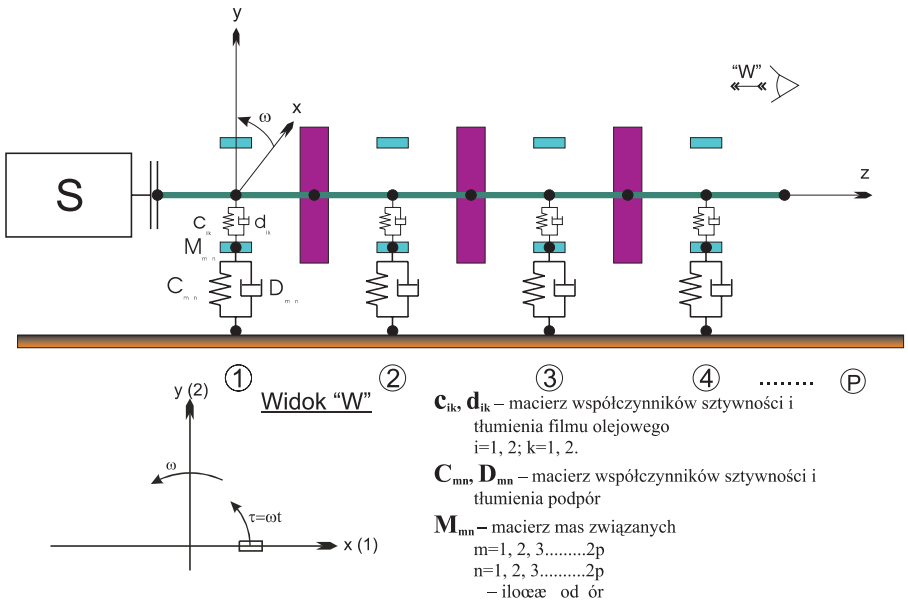
Pełne macierze sprzężeń dla np.: wirnika trójpodporowego będą miały wymiar 36×36.

Lokalne macierze sztywności i tłumienia konstrukcji podpierającej o wymiarach 12×12 stanowią elementy składowe (podmacierze) macierzy globalnych $\mathbb{C}_{mn}$, $\mathbb{D}_{mn}$ i $\mathbb{M}_{mn}$.

2.1.3.2 Struktura macierzy globalnych

Sposób budowy macierzy globalnych z równania ruchu (1.5) – rozdział 1 – przedstawimy na przykładzie wirnika 2 i 3 – podporowego. Przyjmijmy dyskretyzację wirnika 3 – podporowego jak na rys. 2.2.

Wymiary macierzy charakterystycznych poszczególnych elementów składowych modelu dyskretnego są następujące:



p p p

Definicja współczynników sztywności i tłumienia filmu olejowego

np.: $c_{11} = c_{xx} = \frac{\partial F_x}{\partial y}$ $c_{12} = c_{xy} = \frac{\partial F_x}{\partial y}$ $c_{21} = c_{yx} = \frac{\partial F_y}{\partial x}$ $c_{22} = c_{yy} = \frac{\partial F_y}{\partial y}$

Definicja współczynników sztywności i tłumienia podpór (numeracja więzi)

Dla kierunku x:	1	3	5	.....
Dla kierunku y:	2	4	6	.....
	①	②	③	

$\mathbf{C_{m\,n}}$

kierunek (i nr podpory) dla siły F

kierunek (i nr podpory) dla przemieszczeń x,y

np.: $\mathbf{C_{52}} = \frac{\partial \mathbf{F_5}}{\partial \mathbf{x_2}}$ oznacza współczynnik sztywności obliczony przy działaniu siły wymuszającej w kierunku poziomym (x) w podporze ③ i przemieszczeń pionowych (y) w podporze ①.

Rys. 2.12. Oznaczenia i konwencja zapisu indeksów współczynników sztywności i tłumienia filmu olejowego i więzi dla podpór [2.2]

Podpory: Macierze $\mathbb{C}_{mn}, \mathbb{D}_{mn}, \mathbb{M}_{mn}$ o wymiarze **36×36** uwzględniają sprzężenia konstrukcji podpierającej. Macierze te uwzględniają kombinacje sprzężeń pomiędzy podporami według następującego schematu:

$$[\mathbf{P}] = \begin{bmatrix} \mathbf{P_{11}}, & \mathbf{P_{12}}, & \mathbf{P_{13}} \\ \mathbf{P_{21}}, & \mathbf{P_{22}}, & \mathbf{P_{23}} \\ \mathbf{P_{31}}, & \mathbf{P_{32}}, & \mathbf{P_{33}} \end{bmatrix},$$

gdzie: $\mathbf{P}_{IJ}$; $I = 1, 3$, $J = 1, 3$ oznacza podmacierz (12×12) uwzględniającą sprzężenia pomiędzy podporą o numerze I z podporą o numerze J.

Macierze $\mathbf{P}$ budowane są zgodnie z zasadami podanymi wcześniej, z tą różnicą, że kierunki (wskaźniki macierzy) wstawiania odpowiednich współczynników uzależnione są od wartości I i J.
Jeżeli na przykład chcemy zbudować macierz sztywności $\mathbf{K}_{fe}$ dla sprzężenia podpory I z podporą J, to obliczamy nowe wskaźniki $I1$ i $J1$ wg zależności:

$$I1 = 12 * (I - 1),$$

$$J1 = 12 * (J - 1).$$

Wcześniej określiliśmy macierz $\mathbf{K}_{fe}(i, j)$. Obecnie budujemy analogicznie macierz $\mathbf{K}_{fe}(i + I1, j + J1)$, której wymiar jest oczywiście $(12 * lp, 12 * lp)$. Następnie, poszczególne bloki tej macierzy, czyli podmacierze $\mathbf{P}_{ij}$ są umieszczane w odpowiednich miejscach macierzy globalnej jak na rys. 2.13. Macierz ta jest macierzą symetryczną, gdyż sprzężenia między podporami $\mathbf{P}_{IJ}$ są takie same jak między $\mathbf{P}_{JI}$ (właściwość układu liniowego).

Pozostałe macierze charakterystyczne, tzn.:

łożyska: trzy macierze o wymiarach (12×12);

dyski sztywne: trzy macierze o wymiarach (6×6);

tłumiki zewnętrzne: dwie macierze o wymiarach (12×12);

elementy belkowe: siedem macierzy o wymiarach (12×12)

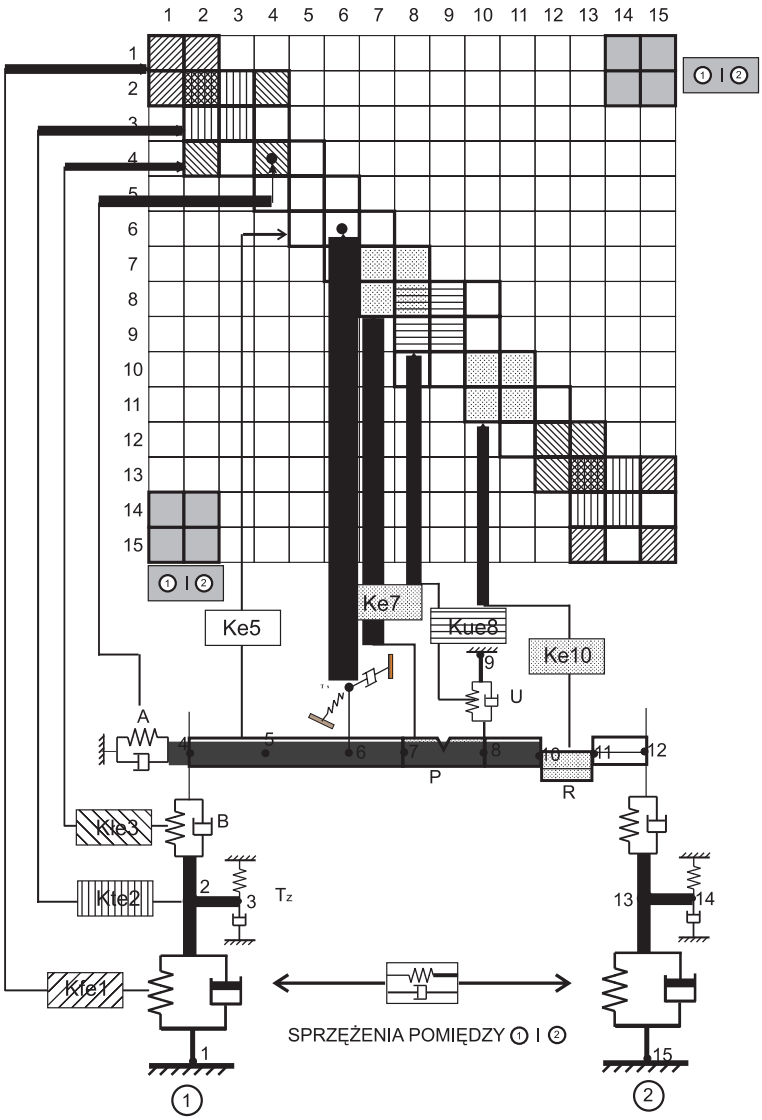
budowane są zgodnie z zasadami podanymi w rozdziale 5.3.

Sposób umieszczania poszczególnych macierzy w strukturze macierzy globalnej przedstawiono schematycznie na rys. 2.13 (dla wirnika trójpodporowego). Struktura globalnej macierzy dla wirnika 2 – podporowego w przypadku istnienia sprzężeń pomiędzy podporami została przedstawiona na rys. 2.14.

Nr węzła	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	P_{11}	P_{11}	T1						P_{12}	P_{12}					P_{13}	P_{13}
2	P_{11}	P_{11}+T1+Ł1	T1	Ł1					P_{12}	P_{12}					P_{13}	P_{13}
3		T1														
4		Ł1		Ł1+B1	B1											
5				B1	B1+B2	B2	B3									
6					B2	B2+D1+B3	B3+B4	B4								
7						B3	B4	B4+Ł2+B5	Ł2			B5				
8								Ł2	Ł2+P_{22}+T2	P_{22}	T2				P_{23}	P_{23}
9	P_{12}	P_{12}							P_{22}	P_{22}					P_{23}	P_{23}
10	P_{12}	P_{12}							T2		T2					
11												B5+B6+D2	B6			
12								B5				B6	B6+B7++D3	B7		
13													B7	B7+Ł3		
14														Ł3	Ł3	
15	P_{13}	P_{13}							P_{23}	P_{23}					Ł3+P_{33}	P_{33}
16	P_{13}	P_{13}							P_{23}	P_{23}					P_{33}	P_{33}

Objaśnienia:
P_{IJ}, $I = 1, 3$, $J = 1, 3$ – macierz charakterystyczna sprzężeń pomiędzy podporami 1,2,3;
T1, T2 – macierze charakterystyczne tłumików zewnętrznych 1,2;
Ł1, Ł2, Ł3 – macierze charakterystyczne łożysk 1,2,3;
B1÷B7 – macierze charakterystyczne elementów belkowych 1÷7;
D1, D2, D3 – macierze charakterystyczne sztywnych dysków 1,2,3;

Rys. 2.13. Postać macierzy globalnej modelu dyskretnego wirnika trójpodporowego z rys. 2.2 dla macierzy sztywności, tłumienia i bezwładności w przypadku sprzężenia charakterystyk dynamicznych podpór



Rys. 2.14. Sposób tworzenia globalnej macierzy sztywności przy sprzężeniach pomiędzy podporami ① i ② na przykładzie wirnika 2-podporowego

Poszczególne symbole oznaczają tu:

Kfe1	–	macierz sztywności konstrukcji podpierającej – podpora 1;
Kte2	–	macierz sztywności tłumika zewnętrznego mocowanego do panwi z podpory 1;
Kłe3	–	macierz sztywności poprzecznego łożyska ślizgowego – podpora 1;
A	–	łożysko wzdłużne;
B	–	poprzeczne łożysko ślizgowe;
Kei, i=5÷11	–	macierze sztywności dla kolejnych elementów belkowych wirnika;
Kue8	–	macierz sztywności dla uszczelnień labiryntowych;
T_s	–	tłumik drgań skrętnych;
T_Z	–	tłumik zewnętrzny;
P	–	element belkowy z pęknięciem;
R	–	element belkowy z rozosiowaniem;
U	–	uszczelnienie labiryntowe.

Z rys. 2.13 i 2.14 wyraźnie widać, że miejsce wstawiania kolejnych bloków przedstawiających sprzężenia podpór zależy od ich numeracji. Ma to zasadniczy wpływ na szerokość pasma macierzy globalnej. Pożądane jest więc zbudowanie generatora, który by optymalnie przenumerowywał model dyskretny w celu uzyskania najwęższego pasma macierzy globalnej.

Szerokość pasma ma kolosalny wpływ na długość czasu obliczeń zwłaszcza w odniesieniu do zagadnień nieliniowych.

2.1.3.3 Siły wymuszające

Zewnętrzne siły wymuszające działające na układ określa wektor $\mathbb{P}$ z równania (1.5) – rozdział 1. Siły te mogą być przyłożone do dowolnego węzła w układzie globalnym zgodnie z przyjętą konwencją określania kierunków. Mogą to być siły lub momenty sinusoidalnie zmienne synchroniczne lub asynchroniczne lub też dowolnie zmienne w czasie, ale okresowe.

Wektor $\mathbb{P}$ określa zatem:

- niewyważenia (masy wirujące);
- wymuszenia poprzeczne (synchroniczne lub asynchroniczne);
- wymuszenia wzdłużne (synchroniczne lub asynchroniczne);
- wymuszenia skrętne (synchroniczne lub asynchroniczne).

Założenie okresowości działających na układ wymuszeń zewnętrznych związane jest z koniecznością uzyskania zbieżności procedur numerycznych w postępowaniu iteracyjnym.

2.1.3.4 Tłumiki zewnętrzne i łożyska wzdłużne

Na sztywność i tłumienie wału wpływają również tłumiki zewnętrzne (bezstykowe) oraz łożyska wzdłużne, które mogą być usytuowane w dowolnym węźle wału.

Tłumiki drgań skrętnych

Jak już wspominaliśmy w przyjętym modelu istnieje możliwość przyłożenia do układu, zewnętrznych tłumików prętowych. Natomiast do węzłów wału mogą być przykładane wyłącznie tłumiki bezstykowe, tzw. tłumiki drgań skrętnych. Ich charakterystyki to sztywność c_{z6} i tłumienie d_{z6}. Właśnie tę sztywność i tłumienie musimy umieścić w odpowiednim miejscu macierzy globalnych.

Tym razem nie jest tworzona macierz lokalna (tłumik jest przyporządkowany jednemu węzłowi wału), tylko w zależności od numeru węzła przyłożenia, umieszczamy charakterystyczną sztywność w miejsce szóstego kierunku odpowiadającego temu numerowi (drgania skrętne) bezpośrednio do globalnej macierzy sztywności $\mathbf{K}$ (patrz rys. 2.14) oraz tłumienie w miejsce również szóstego kierunku do globalnej macierzy tłumienia $\mathbf{D}$.

Przykład:

Załóżmy, że do węzła wału o numerze n przyłożony jest tłumik drgań skrętnych scharakteryzowany przez sztywność c_{z6} i tłumienie d_{z6}. Znalezionym miejscem w globalnej macierzy sztywności $\mathbf{K}$ będzie oczywiście:

$I = n * 6,$

$J = n * 6,$

$\mathbf{K}(I, J) = \mathbf{K}(I, J) + c_{z6}.$

Natomiast dla macierzy globalnej tłumienia $\mathbf{D}$:

$I = n * 6,$

$J = n * 6,$

$\mathbf{D}(I, J) = \mathbf{D}(I, J) + d_{z6}.$

Łożyska wzdłużne

Łożyska wzdłużne modelowane są poprzez przyjęcie jednego stałego współczynnika sztywności c_{z5} i tłumienia d_{z5}. Podobnie jak przy tłumiku drgań skrętnych, sztywność i tłumienie przyporządkowane są tylko jednemu węzłowi wału. W związku z tym zasada postępowania przy wstawianiu do globalnej macierzy sztywności $\mathbf{K}$ oraz globalnej macierzy tłumienia $\mathbf{D}$ jest analogiczna jak przy tłumikach drgań skrętnych (patrz rys. 2.14). Różnica polega tylko na numerze kierunku na który ta sztywność i tłumienie mają wpływ. Kierunkiem tym jest kierunek „5” – czyli przemieszczenie po osi z.

Wartości: współczynnika sztywności c_{z5} i tłumienia d_{z5} charakteryzujące odpowiednie łożysko wzdłużne umieszczamy bezpośrednio w globalnej macierzy sztywności $\mathbf{K}$ i tłumienia $\mathbf{D}$ na zasadzie identycznej jak umieszczaliśmy odpowiednie współczynniki sztywności i tłumienia w globalnych macierzach, w przypadku tłumika drgań skrętnych (patrz rys. 2.14).

Jeżeli przykładowo mamy łożysko wzdłużne usytuowane w węźle nr m wału wirnika to powinniśmy wykonać następujące operacje:

$I = m * 5,$

$J = m * 5,$

$\mathbf{K}(I, J) = \mathbf{K}(I, J) + c_{z5},$

$I = m * 5,$
$J = m * 5,$
$\mathbf{D}(I, J) = \mathbf{D}(I, J) + d_{z5}.$

*

Jak już wspomnieliśmy wcześniej przedstawiony w niniejszym podrozdziale model MES linii wirników zawiera w sobie elementy najtrudniejsze do wyznaczenia a mianowicie współczynniki sztywności i tłumienia łożysk ślizgowych oraz macierze współczynników sztywności, tłumienia i mas konstrukcji podpierającej. O tym jak złożone jest zagadnienie określenia podatności dynamicznej konstrukcji podpierającej w przypadku opisu nieliniowego świadczą rozważania przeprowadzone w rozdziale 1. Modelami łożysk ślizgowych i metodami wyznaczania współczynników sztywności i tłumienia filmu olejowego zajmiemy się w następnym podrozdziale.

2.2 Modele poprzecznych łożysk ślizgowych

W poprzednich rozdziałach odnoszących się do modelu MES linii wirników, łożyska ślizgowe wprowadzane były w formie czterech współczynników sztywności i czterech współczynników tłumienia filmu olejowego. Stanowią one ściśle określone i niezmiernie istotne elementy w strukturze macierzy charakterystycznych całego układu zarówno w ujęciu lokalnym jak i globalnym. Pozostaje jednak otwartą kwestią jak te współczynniki wyznaczyć, zwłaszcza w sytuacji, kiedy muszą być one odpowiednio modyfikowane w każdym kroku czasowym postępowania iteracyjnego. Stanowią one bezpośrednią konsekwencję przyjętego modelu cieplnego samego łożyska, przemieszczeń termicznych i eksploatacyjnych podpór oraz warunków pracy wszystkich węzłów łożyskowych. Problem określenia współczynników sztywności i tłumienia filmu olejowego łożysk ślizgowych stanowi istotny element prowadzonych tu rozważań. Zanim jednak przejdziemy do właściwego tematu, warto zacząć od kilku refleksji natury bardziej ogólnej.

Poprzeczne łożysko ślizgowe stanowi system tribologiczny niezwykle trudny do zamodelowania teoretycznego. Zjawiska tu zachodzące opisuje szereg wzajemnie sprzężonych równań, z których każde stanowić może odrębny problem. Również pod względem technologicznym i konstrukcyjnym ciągle otwartą kwestią jest dobór właściwych materiałów stopów łożyskowych bądź też praca węzłów łożyskowych zapewniająca optymalne warunki trwałości i niezawodności. Budową stosownych modeli i programów komputerowych oraz doborem odpowiednich materiałów na warstwy nośne różnego rodzaju łożysk zajmują się liczne ośrodki tribologiczne na całym świecie. Mimo uzyskanych rezultatów wiele zagadnień ciągle jeszcze czeka na swe rozwiązanie.

Obszerne studium teoretyczne tych zagadnień przedstawione zostało w monografii [2.11]. W niniejszym podrozdziale, dla zachowania jego logicznej ciągłości i ułatwienia Czytelnikowi szybkiego dostępu do równań bazowych, przedstawimy jedynie wybrane fragmenty tej książki odpowiednio uwypuklając interpretacje fizyczne zjawisk tu zachodzących. Pominiemy zatem wyprowadzenia wszystkich

równań wraz z założeniami początkowymi ograniczając się ponadto tylko do określonego typu łożysk a mianowicie poprzecznych łożysk ślizgowych.

Zaczniemy od wyjaśnienia istoty pracy łożyska i spraw związanych z wymianą ciepła. Szczególną uwagę poświęcimy jednakże wzajemnym **związkom jakie zachodzą pomiędzy maszyną i jej łożyskami.**

Przedstawimy też oczywiście metodę szybkiego i efektywnego wyznaczania współczynników sztywności i tłumienia filmu olejowego. Współczynniki te, jak już zaznaczaliśmy to wielokrotnie wcześniej, stanowią punkt wyjścia do dalszych rozważań.

2.2.1 Zagadnienia wstępne

Załóżmy, że sprężysto-tłumiące własności filmu smarnego dadzą się opisać za pomocą **czterech współczynników sztywności** $c_{i,k}$ **oraz czterech współczynników tłumienia** $d_{i,k}$ **stałych w dostatecznie małych przedziałach przemieszczeń czopa i przedziałach czasu**, tak jak to poglądowo ilustruje rys. 2.2.1. Określenie „dostatecznie małe" może niekiedy nastręczać trudności, gdyż przedziały w obrębie których zasadne jest założenie niezmienności charakterystyk filmu olejowego zależne są przecież od aktualnych warunków pracy łożyska. Niemniej jednak założenie to jest powszechnie stosowane i o ile tylko uda nam się dobrać właściwą wielkość tych przedziałów, to całe postępowanie oparte na **„metodzie współczynników"** można uznać za w pełni uzasadnione.

Podstawowe charakterystyki łożyska w **zagadnieniach kinetostatyki** (a więc w zagadnieniach, w których zaniedbujemy zewnętrzne siły wymuszające drgania układu lub też drgania te są bardzo wolno zmienne w czasie) zależeć będą tylko od aktualnego położenia czopa w obrębie luzu łożyskowego, a więc od mimośrodowości względnej ε i kąta położenia linii środków γ. W **zagadnieniach dynamiki** (a więc przy szybkich zmianach przemieszczeń czopa w czasie) dochodzą jeszcze zależności związane z prędkością przemieszczania się czopa czyli $\dot{\varepsilon}$ i $\dot{\gamma}$ (gdzie $\cdot$ oznacza pochodną względem czasu). Możemy zatem napisać [2.11], [2.39]÷[2.43]:

- zagadnienia kinetostatyki (małe zmiany ε, γ w czasie)

$$\left.\begin{matrix} c_{i,k} \\ d_{i,k} \end{matrix}\right\} = f_k\,(\varepsilon,\,\gamma), \tag{2.17}$$

- zagadnienia dynamiki (duże zmiany ε, γ w czasie)

$$\left.\begin{matrix} c_{i,k} \\ d_{i,k} \end{matrix}\right\} = f_d\,(\varepsilon,\,\gamma,\,\dot{\varepsilon},\,\dot{\gamma}). \tag{2.18}$$

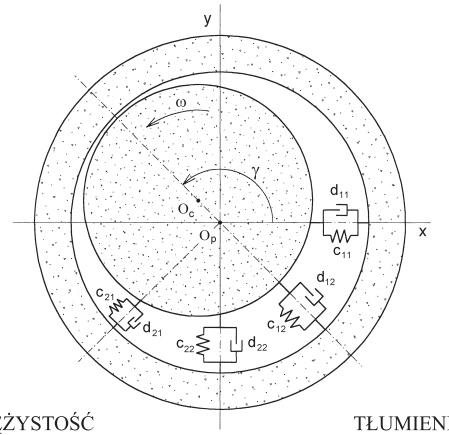
Zależności funkcyjne zarówno f_k jak i f_d w ogólnym przypadku są **nieliniowe** a często **silnie nieliniowe.**

W szczególnym przypadku dynamiki, dla którego możemy przyjąć małe oscylacje środka czopa $\Delta\varepsilon$, $\Delta\gamma$ wokół punktu równowagi statycznej ε_0, γ_0, współczynniki $c_{i,k}$ i $d_{i,k}$ w obszarze szczeliny smarnej określonej wartościami maksymalnymi

$\Delta\varepsilon$, $\Delta\gamma$ można uznać za stałe a właściwości łożyska w tym obszarze za liniowe czyli

$$\left.\begin{matrix} c_{i\,,\,k} \\ d_{i,\,k} \end{matrix}\right\} = f_0\,(\varepsilon_0,\,\gamma_0) = const. \tag{2.19}$$

Warto zwrócić uwagę, iż stała wartość współczynników $c_{i,k}$, $d_{i,k}$ w zw. (2.19) odnosi się jedynie do obszaru $\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon$, $\gamma_0 + \Delta\gamma$ przy dostatecznie małych $\Delta\varepsilon$, $\Delta\gamma$. Dla innych wartości ε_0, γ_0 oczywiście współczynniki $c_{i,k}$, $d_{i,k}$ będą inne, ale również stałe (dla dostatecznie małych małych $\Delta\varepsilon$, $\Delta\gamma$). W tym sensie zależność funkcyjna f_0 jest nieliniowa, co wynika z własności filmu olejowego. Związki (2.17), (2.18) i (2.19) dla łożysk ślizgowych są bardzo znamienne w porównaniu do zwykłych układów mechanicznych o anizotropowych sztywnościach poszczególnych elementów. Zaobserwowanie tej różnicy pozwala na zrozumienie istoty pracy łożyska ślizgowego.



SPRĘŻYSTOŚĆ

$$c_{11} = \frac{\partial W_x}{\partial x} \qquad c_{22} = \frac{\partial W_y}{\partial y}$$

$$c_{12} = \frac{\partial W_x}{\partial y} \qquad c_{21} = \frac{\partial W_y}{\partial x}$$

TŁUMIENIE

$$d_{11} = \frac{\partial W_x}{\partial \dot{x}} \qquad d_{22} = \frac{\partial W_y}{\partial \dot{y}}$$

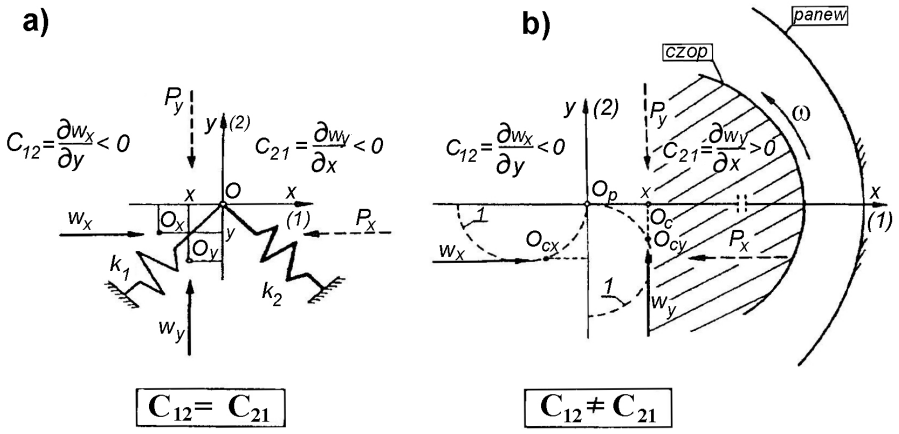
$$d_{12} = \frac{\partial W_x}{\partial \dot{x}} \qquad d_{21} = \frac{\partial W_y}{\partial \dot{y}}$$

Rys. 2.15. Sprężysto-tłumiące własności filmu olejowego łożysk ślizgowych. Definicja współczynników sztywności $c_{i,k}$ i tłumienia $d_{i,k}$. W_x oraz W_y – składowe reakcji hydrodynamicznej filmu olejowego. Symbol ($\dot{}$) oznacza pochodną względem czasu

2.2.1.1 Czym jest łożysko ślizgowe?

Postawmy teraz pytanie, z czego wynika specyfika łożysk ślizgowych? Rys. 2.16a przedstawia zwykły układ mechaniczny składający się z elementów o różnej sztywności k_1 i k_2. Wynika stąd anizotropia własności w kierunku poziomym i pionowym

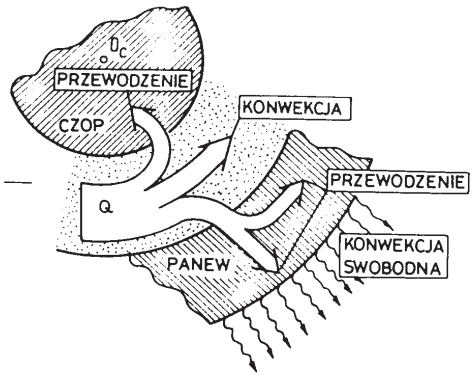
$c_{11} \neq c_{22}$. Rysunek 2.16b przedstawia łożysko ślizgowe posiadające również anizotropię $c_{11} \neq c_{22}$, a mimo to własności łożyska są zupełnie odmienne. Składowe obciążenia zewnętrznego P_x, P_y powodują przemieszczenia środków układów O_c i O_p do miejsc O_x, O_y oraz O_{cx} i O_{cy}. Zauważmy jednak, iż tzw. „skośne" współczynniki sztywności c_{12} oraz c_{21} są w obu przypadkach różne (rys. 2.16). O ile w przypadku zwykłego sprężystego układu mechanicznego współczynniki te są sobie równe czyli $c_{12} = c_{21}$ to w przypadku łożysk ślizgowych prawie zawsze różnią się, czyli $c_{12} \neq c_{21}$. **Doszliśmy w ten sposób do interesującego wniosku, że charakterystyczną cechą łożysk ślizgowych jest nierówność „skośnych" stosunków reakcji i przemieszczeń**. Własności tej nie mają sprężyste anizotropowe układy mechaniczne. Z punktu widzenia mechaniki łożyska ślizgowe zachowują się podobnie jak układy żyroskopowe, a więc układy silnie nieliniowe. Właściwość ta jest przyczyną głównych kłopotów, jakie sprawiają użytkownikom łożyska ślizgowe, a mianowicie jest przyczyną tzw. niestabilności hydrodynamicznej. Układ cechujący się nieliniowymi charakterystykami statycznymi oraz anizotropią skośnych sztywności $c_{12} \neq c_{21}$ może pobierać energię z układu napędowego i przekazywać ją dalej celem pobudzenia, np. drgań własnych. W warunkach słabego tłumienia, co na ogół zachodzi po przekroczeniu granicy stabilności, oznacza to ciągły, niezwykle niebezpieczny wzrost amplitudy drgań. Z powyższego wynika, że łożysko będzie miało tym lepsze własności dynamiczne, im charakterystyki statyczne będą bardziej liniowe i tym samym mniejsza będzie różnica pomiędzy c_{12} i c_{21}. Na podstawie tych zasad konstruowane są wszystkie tzw. łożyska antywibracyjne.



Rys. 2.16. Wyjaśnienie istoty różnic pomiędzy własnościami: a) układu mechanicznego i b) łożyska

2.2.1.2 Łożysko ślizgowe jako generator ciepła

Łożyska ślizgowe, zwłaszcza o dużych średnicach czopa, generują znaczne ilości ciepła. Dla przykładu moc tracona wskutek oporów ścinania w filmie olejowym w łożyskach o średnicy 0,3 m÷0,5 m sięga od kilkudziesięciu do kilkuset kilowatów. Tak znaczne ilości ciepła zmieniają oczywiście własności samego filmu smarnego ale także zmieniają kształt szczeliny smarnej wskutek termicznych deformacji panwi i czopa.



Rys. 2.17. Przepływy wytworzonego w filmie smarnym ciepła Q przez elementy łożyska

Rysunek 2.17 przedstawia możliwe sposoby transportu wytworzonego ciepła Q w poprzecznym łożysku ślizgowym. Zjawiska cieplne w łożysku opisuje kilka wzajemnie sprzężonych równań różniczkowych, z których najważniejsze to:

- „trójwymiarowe" równanie Reynoldsa określające rozkład ciśnienia w filmie z uwzględnieniem zmian lepkości w szczelinie smarnej,
- równanie energii określającej rozkład temperatury w filmie olejowym,
- równanie przewodnictwa określające rozkład temperatury w panwi i czopie,
- równanie deformacji termosprężystych panwi i czopa,
- równanie zmian lepkości oleju wskutek zmian temperatury $\mu = f(t)$.

Warunki brzegowe dla powyższych równań oraz sposób ich numerycznego rozwiązania stanowią odrębny, bardzo złożony problem. Z oczywistych względów nie będziemy tych zagadnień omawiać w niniejszej monografii. Bliższe informacje na ten temat są dostępne w pracach [2.11, 2.40, 2.42]. Przedstawimy tu jedynie końcową postać równania Reynoldsa w najbardziej ogólnej postaci oraz dyskusję jego prawej strony wskazującej na możliwe źródła nośności hydrodynamicznej.

Wspomniane wyżej równania mogą być w różnym stopniu uproszczone, dając w efekcie różne modele cieplne łożyska i tak:

- **Model izotermiczny.** Przyjmując iż lepkość oleju jest stała w całej szczelinie smarnej, czyli
$$\mu \quad = const, \tag{2.20}$$
pozostaje nam jedynie do rozwiązania zwykłe równanie Reynoldsa zapisane w popularnej scałkowanej wzdłuż grubości filmu y formie.

- **Model adiabatyczny.** W modelu tym uwzględniamy zmiany lepkości na powierzchni szczeliny x, z z pominięciem zmian wzdłuż grubości filmu y, czyli:
$$\mu = f(x, z). \tag{2.21}$$
Model adiabatyczny opisuje zatem równanie Reynoldsa, równanie energii i równanie typu $\mu = f(t)$.

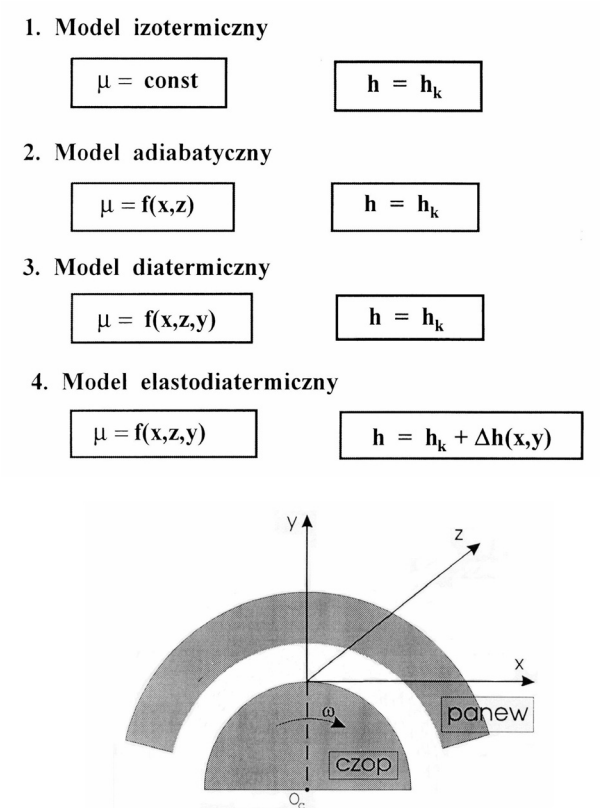
- **Model diatermiczny.** Model ten zakłada przestrzenne zmiany lepkości w obrębie szczeliny smarnej, czyli
$$\mu = f(x, z, y). \tag{2.22}$$
Założenie zmian lepkości (i temperatury) wzdłuż grubości filmu olejowego y oznacza przepływ ciepła również przez panew i czop. Model ten obejmuje wszystkie równania wymienione wcześniej (w tym 3D-równanie Reynoldsa) z wyjątkiem równania deformacji termicznych panwi i czopa.

- **Model elastodiatermiczny.** Najbardziej złożony, ale też najbardziej adekwatny do rzeczywistości opis pracy łożyska ślizgowego. Zachodzą tu następujące ogólne zależności:
$$\mu = f(x, z, y)h = h_k + \Delta h, \tag{2.23}$$
gdzie: h_k – oznacza konstrukcyjną geometrię szczeliny smarnej a Δh – deformacje termosprężyste. Model ten opisuje pełny zestaw równań wymienionych wcześniej.

Rozwój sprzętu informatycznego i oprogramowania specjalistycznego powoduje, iż coraz częściej stosowane są w praktycznych obliczeniach modele bardziej złożone takie jak model diatermiczny i elestodiatermiczny. Dają one wyniki najbardziej zbliżone do posiadanych danych eksperymentalnych. Należy jednak zaznaczyć, iż w pewnych sytuacjach, gdzie można założyć „płaską" charakterystykę lepkość-temperatura modele prostsze takie jak model izotermiczny dają dość dobre przybliżenie (np. w obliczeniach łożysk silników spalinowych z wysoką temperaturą oleju dolotowego). Zestawienie modeli cieplnych łożysk ślizgowych przedstawia rys. 2.18.

2.2.1.3 Układ łożyska-maszyna

Na wstępie musimy zdecydowanie zaznaczyć, iż tak często stosowane pojęcie dynamika łożyska w oderwaniu od dynamiki całego układu łożyska-maszyna praktycznie nie ma sensu. Równania ruchu dotyczą zawsze ułożyskowanej maszyny a



Rys. 2.18. Modele cieplne łożyska – zestawienie. Oznaczenia: h_k – założony, konstrukcyjny kształt szczeliny smarne, Δh – odchyłki kształtu spowodowane deformacjami panwi, μ – lepkość dynamiczna oleju, x – współrzędna obwodowa, z – współrzędna wzdłuż szerokości panwi, y – współrzędna wzdłuż grubości filmu olejowego.

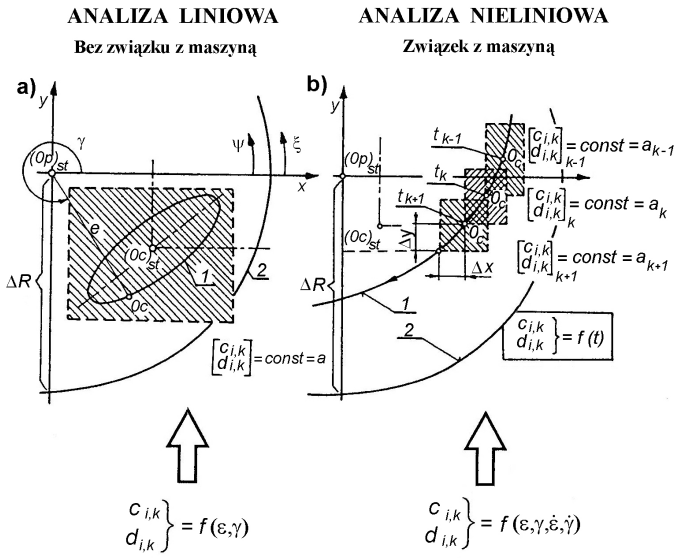
pojęcia takie jak amplituda drgań, częstości własne, granica stabilności nie dadzą się wyprowadzić bez koniecznych założeń co do współpracującego z łożyskami układu. W dalszym ciągu używając pojęcia „dynamika łożyska" rozumieć będziemy dynamikę układu łożyska-maszyna [2.42].

Zależności typu (2.18) mogą być w zagadnieniach dynamiki budowane w oparciu o jeden z modeli cieplnych zapisanych symbolicznie zależnościami (2.20), (2.21) lub (2.22). Ogólnie jednak przyjęto, że w przypadku kiedy zachodzą zależności typu (2.18), niezależnie od modelu cieplnego łożyska, mamy do czynienia z zagadnieniami **nieliniowymi**, natomiast typu (2.17) i (2.19) z zagadnieniami **liniowymi**. W odniesieniu do układu łożyska-maszyna powyższe definicje mają poważne konsekwencje, ponieważ decydują o tym, czy istniejące w układzie sprzężenia uwzględniamy czy też zaniedbujemy.

W opisie liniowym równania ruchu maszyny dadzą się wyprowadzić przyjmując, w odniesieniu do łożysk, stałe współczynniki sztywności i tłumienia filmu olejowego. Upraszcza to znakomicie obliczenia podstawowych parametrów dynamicznych układu. Opis liniowy jest powszechnie stosowany z uwagi na swą prostotę i szybkość w uzyskaniu wyników. Jednakże w wielu przypadkach, z którymi mamy do czynienia w praktyce, przemieszczenia czopa trudno uznać za małe. W takich sytuacjach musimy stosować opis nieliniowy w którym współczynniki sztywności i tłumienia łożyska wyznaczamy w wielu punktach szczeliny smarnej (w odstępie dostatecznie małego przedziału czasu Δt). W podobny sposób musimy rozwiązywać równania ruchu całej maszyny ułożyskowanej ślizgowo. Postępowanie takie powoduje, że charakterystyki wirnika i konstrukcji podpierającej wpływają na aktualne położenie i prędkości przemieszczeń czopa i tym samym na wartości lokalnych, chwilowych współczynników sztywności i tłumienia filmu olejowego. W takim przypadku mamy do czynienia z wzajemnym sprzężeniem łożysk z maszyną. Z matematycznego punktu widzenia sprzężenie to wynika z konieczności określenia pochodnych względem czasu współrzędnych określających aktualne położenie czopa w szczelinie smarnej czyli $\partial\varepsilon/\partial t$ i $\partial\gamma/\partial t$. Aby takie pochodne wyznaczyć musimy znać ich wartości w chwilach poprzedzających rozpatrywany moment czasu, czyli znać dotychczasową trajektorię czopa, a ta z kolei zależy od własności całej maszyny. Postępowanie to jest o tyle proste, że pochodne te są jednocześnie jawnymi parametrami prawej strony równania Reynoldsa. Zauważmy, że w opisie liniowym takie sprzężenie nie zachodzi, ponieważ nie musimy wyznaczać tych pochodnych. Raz określone współczynniki sztywności i tłumienia (np. wokół punktu równowagi statycznej) obowiązują w całym, przyjętym do analizy, fragmencie szczeliny smarnej. Ilustruje to poglądowo rys. 2.19.

Ujawnienie wzajemnych sprzężeń czy też związków z maszyną przy opisie nieliniowym wynikających z konieczności określenia pochodnych $\partial\varepsilon/\partial t$ i $\partial\gamma/\partial t$ nie wyczerpuje wszystkich zjawisk tu zachodzących. Problem jest znacznie bardziej złożony. Zauważmy bowiem, że sprzężenia te mogą wynikać również z innych zjawisk zachodzących przy dużych i szybkich przemieszczeniach czopa, np. kawitacji czynnika smarnego i tym samym kwestii wypełnienia szczeliny smarnej olejem. Jeśli nasze rozważania ograniczymy tylko do pochodnych $\partial\varepsilon/\partial t$ i $\partial\gamma/\partial t$, a równanie Reynoldsa rozwiązujemy zaniedbując procesy kawitacyjne, czyli stosując np. tak popularny warunek brzegowy Swift-Stiebera, to w istocie nasze rozważania prowadzimy w oderwaniu od analizy rzeczywistego stanu łożyska i tym samym całej maszyny. Uzyskujemy wówczas rozwiązania w każdej chwili t_k niezależnie od sytuacji w jakiej znajdował się układ w chwilach poprzedzających rozpatrywany moment czasu, a więc w chwilach t_{k-1}, t_{k-2}... W takim ujęciu czas t jest traktowany jako parametr, co oznacza, że jeśli tylko określimy interesującą nas chwilę t_k wszystkie równania ruchu opisujące układ łożyska-maszyna dadzą się rozwiązać. Powyższe postępowanie jest na tyle typowe, iż można uznać je jako „klasyczne". Można też stwierdzić, iż nieliniowa dynamika w ujęciu klasycznym stanowi po prostu sumę stanów „pseudostatycznych".

Przedstawimy teraz inny możliwy opis zagadnień dynamiki układów łożyska-maszyna, opis w którym interesuje nas stan układu i jego parametry dynamiczne



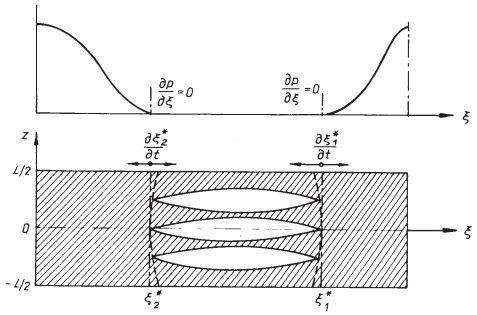
Rys. 2.19. Metody analizy własności łożyska w zagadnieniach dynamiki dla przemieszczeń czopa: a) małych i b) dużych. a) – analiza liniowa, b) – analiza nieliniowa

również w chwilach poprzedzających t_{k-1}, t_{k-2} ... rozpatrywany moment czasu t_k. Oznacza to, że czas t w równaniach ruchu układu nie jest już parametrem, lecz staje się normalną zmienną niezależną. W konsekwencji rozwiązania są zależne od warunków początkowych w jakich znalazł się rozpatrywany układ a nieliniowa dynamika układu jest sumą jego stanów z których każdy jest w pełni „dynamiczny". Taki opis nosi nazwę opisu z uwzględnieniem „prehistorii" lub też opisu ciągłego [2.41].

Zobaczymy jakie konsekwencje w interpretacji fizycznej (w odniesieniu do łożysk ślizgowych) ma wprowadzona wyżej klasyfikacja. Opis klasyczny, w którym czas jest parametrem, może oznaczać, iż równanie Reynoldsa może być całkowane w granicach, w obrębie których szczelina smarna nie jest wypełniona olejem. Granice te są bowiem określone bez związku z analizą stopnia wypełnienia szczeliny olejem, który zmienia się przecież w czasie.

W przypadku opisu z uwzględnieniem „prehistorii" zastosowane zależności czasowe wymuszają znajomość przebiegu granic obszarów wypełnionych całkowicie olejem i tym samym granic stref skawitowanych w szczelinie smarnej łożyska. Granice te są oczywiście funkcjami czasu tak jak to poglądowo ilustruje rys. 2.20.

Teraz jednak nie zachodzi obawa, iż równanie Reynoldsa będzie całkowane w „pustej" szczelinie ponieważ granice wypełnienia szczeliny olejem są znane i zależne od przepływów oleju od momentu uruchomienia maszyny (warunków po-



Rys. 2.20. Ilustracja zmienności w czasie granic szczeliny smarnej wypełnionej olejem i stref skawitowanych

czątkowych).

Jest sprawą oczywistą, iż opis ciągły z uwzględnieniem „prehistorii" jest opisem bardziej dokładnym chociaż o wiele bardziej czasochłonnym pod względem numerycznym i matematycznym. W niniejszej monografii zaznaczamy jedynie możliwość innego niż klasyczny opisu własności łożysk i związanej z nimi maszyny, ponieważ opis ciągły z uwzględnieniem „prehistorii" nie jest niestety powszechnie stosowany. Podsumowując nasze rozważania dotyczące dynamiki układów łożyska-maszyna warto raz jeszcze podkreślić wprowadzoną klasyfikację, która wprowadza nieco odmienne podejście do analizowanego zagadnienia, a mianowicie:

Zagadnienia nieliniowe

- **opis klasyczny**, w którym czas t jest parametrem a dynamika jest sumą stanów „pseudostatycznych",
- **opis ciągły z „prehistoria"**, w którym czas t jest normalną zmienną niezależną a stany układu w rozpatrywanych chwilach są wzajemnie zależne.

Zagadnienia liniowe

- **opis klasyczny**, w którym równania ruchu układu wyprowadzone są w oparciu o stałe, niezależne od czasu, współczynniki sztywności i tłumienia filmu olejowego (dla danego położenia ε_0, γ_0 czopa w punkcie równowagi statycznej).

Wróćmy na zakończenie jeszcze raz do związków jakie zachodzą pomiędzy łożyskami i maszyną. Stwierdziliśmy, iż w ogólnym przypadku dynamiki może zachodzić sprzężenie własności łożyska z własnościami całej maszyny. Dotyczy to np. takich układów jak: łożyska – wirnik – fundament w przypadku maszyn wirnikowych lub też łożyska – układ korbowy – korpus w przypadku silników spalinowych.

Warto jednakże zauważyć, iż stopień powyższego „sprzężenia" zależny jest od rodzaju charakterystyk dynamicznych jakie brane są pod uwagę. Jeśli interesują nas takie parametry jak amplitudy drgań, kąty opóźnień fazowych czy granica stabilności to w każdym przypadku (małych czy dużych przemieszczeń) musimy znać, oprócz samego łożyska, podstawowe dane całej maszyny. Jeśli natomiast ograniczymy nasze zainteresowanie do znajomości samych tylko współczynników sztywności i tłumienia filmu smarnego $c_{i,k}$ i $d_{i,k}$, to w przypadku małych przemieszczeń czopa, a więc w przypadku w którym opis liniowy jest uzasadniony, możliwa jest niezależna od reszty maszyny analiza sprężysto-tłumiących własności filmu olejowego. W takim przypadku łożyska mogą być traktowane jako układ odizolowany. Natomiast w przypadku dużych przemieszczeń czopa (analiza nieliniowa) to, jak wykazaliśmy to wcześniej, sprężysto-tłumiące własności filmu olejowego w postaci współczynników $c_{i,k}$, $d_{i,k}$ zależne są od własności związanej z łożyskami maszyny. Wynika to z postaci zw. (2.18), w których współczynniki te zależne są również od prędkości zmian położenia czopa $\dot{\varepsilon}$ i $\dot{\gamma}$, a te z kolei zależne są zawsze od rodzaju maszyny i rodzaju wymuszeń. Wynika to także z innych zjawisk takich, jak np. kawitacja i związany z nią opis ciągły czyli prehistoria. Tak więc w przypadku dużych przemieszczeń czopa dla których właściwy jest opis nieliniowy zachodzi pełne sprzężenie własności łożyska z własnościami maszyny. Z powyższego sprzężenia wynikają istotne konsekwencje nie zawsze dostrzegane przez wielu użytkowników i badaczy.

Poniższa tabelka przedstawia podsumowanie naszych rozważań w zakresie wzajemnych sprzężeń w układzie łożysko-maszyna.

	Sprzężenia łożysk z maszyną	
	Zagadnienia liniowe (małe przemieszczanie czopa wokół punktu równowagi statycznej)	Zagadnienia nieliniowe (duże przemieszczenia czopa)
Współczynniki sztywności i tłumienia filmu olejowego	Sprzężenie nie zachodzi	Sprzężenie zachodzi
Charakterystyki dynamiczne (amplituda drgań, granica stabilności, kąty fazowe)	Sprzężenie zachodzi	Sprzężenie zachodzi

2.2.2 Podstawowe równania

Przedstawimy teraz zestaw podstawowych równań opisujących diatermiczny model cieplny łożyska. Z modelu tego możemy oczywiście w sposób bardzo łatwy wyprowadzić równania dla modeli prostszych, a mianowicie modelu adiabatycznego i izotermicznego. Pełny zestaw równań, wraz z ich wyprowadzeniami i dyskusją oraz sposobem ich numerycznego rozwiązania znajduje się we wspomnianej już monografii [2.11].

2.2.2.1 Uogólnione równanie Reynoldsa

Równanie Reynoldsa jest najbardziej fundamentalnym równaniem hydrodynamicznej teorii smarowania. Opisuje ono rozkład ciśnienia hydrodynamicznego w szczelinie smarnej, a także wskazuje na możliwe źródła nośności hydrodynamicznej łożyska. Postać tego równania zależy w sposób oczywisty od przyjętego modelu teoretycznego. Niemal każda współczesna publikacja odnosząca się do teorii łożysk ślizgowych podaje, na swój własny użytek, różne wersje uproszczone adekwatne do analizowanego przypadku. Najczęściej są to uproszczenia typowe, opublikowane w literaturze klasycznej [2.44]÷[2.56]. Różnorodność form równania Reynoldsa sprawiać może niekiedy trudności z jego zastosowaniem do przypadków nietypowych lub adaptacją do przyjętego układu współrzędnych.

Przestawimy zatem równanie w postaci możliwie ogólnej pozwalającej na analizę praktycznie wszystkich ważnych, z technicznego punktu widzenia, przypadków pracy łożyska ślizgowego . Taka postać równania pozwoli nam na szybkie wyprowadzenie formy uproszczonej, opisującej konkretny przypadek, a także na szeroką dyskusję możliwych źródeł dodatniej nośności hydrodynamicznej łożyska.

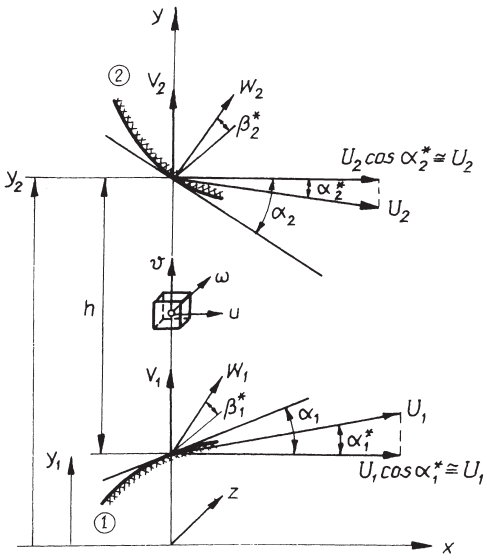
Przyjmijmy prostokątny układ współrzędnych x, y, z w wybranym punkcie szczeliny smarnej. Załóżmy, że szczelina smarna łożyska ograniczona jest powierzchniami ① i ②, a układ współrzędnych usytuowany jest w taki sposób, że oś y oznacza kierunek, wzdłuż którego określana jest grubość szczeliny, natomiast styczne do powierzchni ślizgowych w miejscu przecięcia z dowolną równoległa do osi y tworzą z osią x kąty α_1 i α_2 (rys. 2.21).

Załóżmy też, że powierzchnie te mogą poruszać się z prędkościami U_1, W_1, V_1 oraz U_2, W_2, V_2, przy czym wektory prędkości U_1, U_2 oraz W_1, W_2 mogą być nachylone względem osi x pod kątami α_1^* , α_2^* oraz względem osi z pod kątami β_1^* , β_2^* (dla prędkości W_1, W_2).

W przyjętym układzie współrzędnych wartości kątów $\alpha_1^* = 0$ lub $\alpha_2^* = 0$ odpowiadają ruchowi postępowemu powierzchni ślizgowej, natomiast $\alpha_1^* = \alpha_1$ lub $\alpha_2^* = \alpha_2$ ruchowi obwodowemu (w kierunku osi x).

Charakterystyczną cechą łożysk ślizgowych jest mała wartość kąta określającego nachylenie powierzchni tworzących klin smarny. Wykorzystując tę własność do dalszych rozważań, przyjmijmy, że składowe prędkości U_1, U_2 na osi x oraz W_1, W_2 na osi z równe są w przybliżeniu wartości tych prędkości (rys. 2.21).

Przyjmijmy dalej, że prędkości U_1, W_1 oraz U_2, W_2 nie są stałe, lecz są funk-



Rys. 2.21. Układ współrzędnych w wybranym punkcie szczeliny smarnej łożyska

cjami współrzędnych x, z odpowiednio:

$$\left.\begin{matrix} U_1 \\ U_2 \end{matrix}\right\} = f(x) \qquad \left.\begin{matrix} W_1 \\ W_2 \end{matrix}\right\} = f(z)\,.$$

Przestrzeń pomiędzy powierzchniami ① i ②wypełniona jest cieczą smarną, której dowolny element ma składowe prędkości u, w, v w kierunkach x, z, y. Grubość szczeliny smarnej w dowolnie wybranym jej miejscu, będzie wynosiła:

$$h = y_2 - y_1,$$

a tym samym

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial y_2}{\partial x} - \frac{\partial y_1}{\partial x} \quad \text{oraz} \quad \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{\partial y_2}{\partial z} - \frac{\partial y_1}{\partial z}\,.$$

Oczywiście zachodzi też związek:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = v_2 - v_1\,.$$

Zgodnie z wcześniejszymi uwagami, lepkość dynamiczna oleju μ będzie funkcją wszystkich współrzędnych geometrycznych:

$$\mu = f(x, y, z),$$

natomiast grubość szczeliny h smarnej będzie funkcją współrzędnych powierzchniowych x, z:

$$h = f(x, z)\,.$$

Przyjmując teraz typowe założenia, właściwe dla hydrodynamicznej teorii smarowania, możemy wyprowadzić najbardziej ogólną postać równania Reynoldsa. Przedstawimy tu jedynie końcową postać równania:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial p}{\partial x}A\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial p}{\partial z}A\right)=&\left[(U_2-U_1)\left(\frac{\partial B}{\partial x}-\frac{\partial y_2}{\partial x}\right)+\right.\\&+(W_2-W_1)\left(\frac{\partial B}{\partial z}-\frac{\partial y_2}{\partial z}\right)+B\frac{\partial}{\partial x}(U_2-U_1)+B\frac{\partial}{\partial z}(W_2-W_1)+\\&\left.+h\left(\frac{\partial U_1}{\partial x}+\frac{\partial W_1}{\partial z}\right)+\Delta v^*+\frac{\partial h}{\partial t}\right],\end{aligned}\tag{2.24}$$

gdzie:

$$\left.\begin{aligned}A&=\int_0^h\left[\int_0^y\frac{y}{\mu}dy-\frac{\int_0^h\frac{y}{\mu}dy}{\int_0^h\frac{1}{\mu}dy}\int_0^y\frac{1}{\mu}dy\right]dy,\\B&=\int_0^h\left[\frac{\int_0^y\frac{1}{\mu}dy}{\int_0^h\frac{1}{\mu}dy}\right]dy\end{aligned}\right\},\tag{2.25}$$

$$\Delta v^*=U_2\alpha_2^*+W_2\beta_2^*-U_1\alpha_1^*-W_1\beta_1^*,$$

natomiast układ współrzędnych i oznaczenia zgodne są z rys. 2.21.

Równanie (2.24) jest, dla przyjętych założeń, najbardziej ogólną postacią równania Reynoldsa obejmującą wszystkie możliwe przypadki ruchu względnego obu powierzchni ślizgowych łożyska.

Prawa strona tego równania kryje w sobie możliwe źródła nośności hydrodynamicznej łożyska. Łatwo możemy zauważyć, że pierwsze dwa człony odpowiadają zasadzie tzw. geometrycznego klina smarnego, a więc zasadzie, według której pracują wszystkie łożyska wzdłużne płaskie. Następne trzy człony wskazują na możliwość powstania dodatniej nośności hydrodynamicznej poprzez odpowiednią zmianę prędkości U i W w poszczególnych punktach szczeliny smarnej. W większości przypadków uzyskanie tą drogą nośności hydrodynamicznej nie jest możliwe, gdyż oznaczałoby to „rozciągliwość" powierzchni ślizgowych. Zauważmy jednak, że w przypadku łożysk wzdłużnych segmentowych, np. typu Michella, prędkości U, W zależne są od współrzędnych x, z nawet dla stałej prędkości kątowej wirowania tarczy ω i założeniu sztywnych „nierozciągliwych" powierzchni ślizgowych. Powyższe człony są więc istotne w analizie pracy tego rodzaju łożysk.

Człony oznaczone symbolem Δv^* po prawej stronie równania (2.24) odpowiadają nośności wynikającej z nachylenia prędkości U, W w stosunku do współrzędnych powierzchniowych x, z. Człony te w głównej mierze opisują pracę wszystkich poprzecznych łożysk ślizgowych (co wykażemy w dalszych rozważaniach). Ostatni człon prawej strony równania Reynoldsa opisuje zmiany grubości szczeliny w

czasie i wskazuje na możliwość uzyskania nośności poprzez tzw. efekt wyciskania. Jest to bardzo istotny człon w analizie zagadnień dynamiki wszystkich rodzajów łożysk.

Prawa strona równania (2.24) wskazuje na jeszcze jedno niekonwencjonalne źródło nośności hydrodynamicznej łożyska. Jeżeli założymy brak wszystkich klasycznych źródeł pozyskiwania nośności (o których była mowa wyżej), tzn. brak „geometrycznego klina" smarnego ($\partial h/\partial x = \partial h/\partial z = \partial y_2/\partial x = \partial y_2/\partial z = 0$), brak rozciągliwości powierzchni ($\partial U_1/\partial x = \partial U_2/\partial x = \partial W_1/\partial z = \partial W_2/\partial z = 0$), brak nachylenia wektorów prędkości U i W względem współrzędnych powierzchniowych ($\alpha_1^* = \alpha_2^* = \beta_1^* = \beta_2^* = 0$) oraz brak „wyciskania" filmu ($\partial h/\partial t = 0$) – to i tak możliwa jest dodatnia nośność hydrodynamiczna dzięki członowi $\partial B/\partial x$ i $\partial B/\partial z$. Człony te, jak wynika ze związku (2.25) opisują zmiany lepkości oleju wzdłuż grubości szczeliny. Pochodne tych zmian w kierunku współrzędnych powierzchniowych mogą mieć wartości niezerowe pomimo, iż sama szczelina jest płaska ($\partial h/\partial x = \partial h/\partial z = 0$). Tego rodzaju możliwość uzyskiwania nośności hydrodynamicznej określimy poprzez pewną analogię, jako „klin termiczny". Jak się okazuje „klin termiczny" również nie wyczerpuje wszystkich możliwości pozyskiwania dodatniej nośności hydrodynamicznej.

Przedstawimy teraz uproszczone postacie równań Reynoldsa wyłącznie dla poprzecznych łożysk ślizgowych.

Załóżmy, że powierzchnie ślizgowe ograniczające szczelinę smarną są sztywne ($\partial U_1/\partial x = \partial U_2/\partial x = \partial W_1/\partial z = \partial W_2/\partial z = 0$), i że poruszają się w kierunku jednej ze współrzędnych powierzchniowych, np. x ($W_1 = W_2 = 0$, $\beta_1^* = \beta_2^* = 0$). Załóżmy też, że szczelina jest płaska w kierunku osi z ($\partial y_1/\partial z = \partial y_2/\partial z = \partial h/\partial z = 0$).

Na ogół daje się tak dobrać położenie osi x, aby była ona równoległa do jednej z powierzchni (lub do stycznej do tej powierzchni w rozpatrywanym miejscu). Można wówczas wartości pochodnych $\partial y_1/\partial x$ lub $\partial y_2/\partial x$, wyrazić za pomocą $\partial h/\partial x$:

$$\frac{\partial y_1}{\partial x} = -\frac{\partial h}{\partial x}, \quad \frac{\partial y_2}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial x}\,.$$

Powyższy przypadek można uznać za najbardziej typowy.

Cechą charakterystyczną poprzecznych łożysk ślizgowych jest ruch obwodowy powierzchni ślizgowych, co w naszym zapisie oznacza

$$\alpha_1^* = \alpha_1 \;=\; \partial y_1/\partial x = -\partial h/\partial x$$

lub

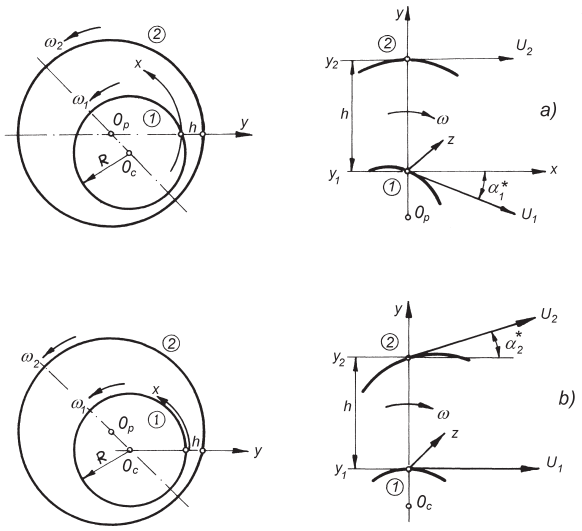
$$\alpha_2^* \;=\; \alpha_2 = \partial y_2/\partial x = \partial h/\partial x.$$

Zgodnie z przyjętymi założeniami, dla układu współrzędnych związanego ze środkiem panwi O_p (rys. 2.22a) będzie:

$$\begin{array}{lll} U_1 \;=\; \omega_1 R, & U_2 \;=\; \omega_2 R, & \\ \alpha_1^* \;=\; -\partial h/\partial x, & \alpha_2^* \;=\; 0, & \partial y_2/\partial x \;= 0\,, \end{array}$$

natomiast dla układu związanego ze środkiem czopa O_c (rys. 2.22b):

$$\begin{aligned} U_1 &= \omega_1 R, & U_2 &= \omega_2 R, \\ \alpha_1^* &= 0, & \alpha_2^* &= \partial y_2/\partial x = \partial h/\partial x\,. \end{aligned}$$



Rys. 2.22. Układ współrzędnych w punkcie szczeliny związanej ze środkami: a) panwi i b) czopa

Równanie Reynoldsa (2.24) przyjmie postać:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial p}{\partial x}A\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial p}{\partial z}A\right) = -\left[(U_2 - U_1)\frac{\partial B}{\partial x} + U_1\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t}\right]. \tag{2.26}$$

Zauważmy jednak, że jeżeli unieruchomimy jedną z powierzchni (co najczęściej zachodzi w praktyce), postać równania (2.26) zależna będzie od tego, która powierzchnia będzie unieruchomiona w przyjętym układzie współrzędnych. Jeżeli układ współrzędnych związżemy z powierzchnią nieruchomą (co jest wygodne) to dla przypadku nieruchomej panwi ($\omega_2 = U_2 = 0$, rys. 2.22a) będzie:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial p}{\partial x}A\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial p}{\partial z}A\right) = -\left[U_1\left(\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial B}{\partial x}\right) + \frac{\partial h}{\partial t}\right],$$

natomiast dla przypadku nieruchomego czopa ($\omega_1 = U_1 = 0$, rys. 2.22b)

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial p}{\partial x}A\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial p}{\partial z}A\right) = -\left[U_2\frac{\partial B}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t}\right].$$

Wszystkie wyprowadzone równania stanowią uproszczoną postać ogólnego równania Reynoldsa (2.24) i opisują rozkład ciśnienia hydrodynamicznego w szczelinie smarnej w sposób zależny od rodzaju łożyska lub usytuowania powierzchni w układzie współrzędnych. Zauważmy, że pomimo tego „uproszczenia", każde z tych równań opisuje rozkład ciśnienia z uwzględnieniem trójwymiarowej zmienności lepkości w szczelinie. Odpowiada to przestrzennej analizie wymiany ciepła w filmie olejowym.

Załóżmy teraz, że lepkość dynamiczna wzdłuż osi y jest stała, a więc

$$\mu = f(x, z)\,.$$

Założenie to odpowiada modelowi adiabatycznemu, w którym ścianki ograniczające szczelinę smarną nie przepuszczają ciepła.

Wartości całek A i B ze zw. (2.25) przyjmą, jak to łatwo wyliczyć, następującą postać:

$$A = -\frac{h^3}{12\mu}, \qquad B = \frac{1}{2}h, \qquad \frac{\partial B}{\partial x} = \frac{1}{2}\frac{\partial h}{\partial x}.$$

Równanie (2.26) dla poprzecznych łożysk ślizgowych przyjmie teraz powszechnie znaną postać:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial z}\right) = 6\,(U_1 + U_2)\,\frac{\partial h}{\partial x} + 12\frac{\partial h}{\partial t}\,. \tag{2.27}$$

Zauważamy natychmiast, że w tym przypadku postać równania (2.27) będzie niezależna od tego, którą powierzchnię unieruchomimy i z jaką powierzchnią związany jest układ współrzędnych. Jak pamiętamy, inaczej przedstawia się sytuacja w przypadku uwzględnienia zmienności lepkości wzdłuż grubości filmu. Fakt ten bywa czasami przyczyną błędów spotykanych w niektórych publikacjach.

Oznaczmy prawą stronę równania (2.27) przez P. Dodatnia nośność hydrodynamiczna (dodatni rozkład ciśnienia $p(x, z)$) wystąpi wówczas, jeśli prawa strona równania będzie ujemna, czyli $P < 0$. Dla $(U_1 + U_2) > 0$ warunek ten może być spełniony tylko dla $\partial h/\partial x < 0$ lub $\partial h/\partial t < 0$, co oznacza zbieżny klin smarny w kierunku ruchu względnego obu powierzchni (osi x) lub zmniejszanie w czasie grubości szczeliny.

Bliższa analiza właściwości poprzecznych łożysk ślizgowych pozwala ujawnić, że istotą ich pracy nie jest „geometryczny klin" smarny, lecz nachylenie prędkości obwodowych U_1, U_2 w stosunku do współrzędnej powierzchniowej x, co związane jest mimośrodowym usytuowaniem czopa względem panwi i prędkościami obwodowymi tych powierzchni.

W naszym zapisie oznacza to, że istnieją kąty $\alpha_1^* = \alpha_1 = -\partial h/\partial x$ lub $\alpha_2^* = \alpha_2 = \partial h/\partial x$.

Rozpisując dokładniej prawą stronę równania (2.26) otrzymamy:

- dla układu współrzędnych związanego ze środkiem panwi

$$P = 6\,(U_2 - U_1)\,\tfrac{\partial h}{\partial x} - 12U_1\alpha_1^* + 12\tfrac{\partial h}{\partial t} = \underbrace{6\,(U_2 - U_1)\,\frac{\partial h}{\partial x}}_{\text{"1"}} \underbrace{-12U_1\frac{\partial h}{\partial x}}_{\text{"2"}} + \underbrace{12\frac{\partial h}{\partial t}}_{\text{"3"}} = 6\,(U_2 + U_1)\,\tfrac{\partial h}{\partial x} + 12\tfrac{\partial h}{\partial t}\,,$$

- dla układu współrzędnych związanego ze środkiem czopa

$$P = 6\,(U_1 - U_2)\,\tfrac{\partial h}{\partial x} + 12U_2\alpha_2^* + 12\tfrac{\partial h}{\partial t} = \underbrace{6\,(U_1 - U_2)\,\frac{\partial h}{\partial x}}_{\text{"1"}} + \underbrace{12U_2\frac{\partial h}{\partial x}}_{\text{"2"}} + \underbrace{12\frac{\partial h}{\partial t}}_{\text{"3"}} = 6\,(U_1 + U_2)\,\tfrac{\partial h}{\partial x} + 12\tfrac{\partial h}{\partial t}\,,$$

a więc w obu przypadkach identyczną postać prawej strony (co potwierdza trafność zapisu równania (2.27)).

Zauważmy, że jeżeli założymy nieruchomą panew w pierwszym przypadku ($U_2 = 0$) oraz nieruchomy czop w drugim przypadku ($U_1 = 0$), to o dodatniej nośności hydrodynamicznej ($P < 0$), decyduje wyłącznie człon „2", a nie człon „1", reprezentujący „geometryczny klin" smarny. Jest to interesujące spostrzeżenie pozwalające zrozumieć istotę pracy tych łożysk. Rysunek 2.23 i 2.24 w sposób poglądowy przedstawiają dyskusję prawej strony równania Reynoldsa.

Do dalszych rozważań przyjmiemy postać równania Reynoldsa (2.26) dla modelu diatermicznego oraz (2.27) dla modelu adiabatycznego i izotermicznego.

Rozwiązanie numeryczne – warunki brzegowe

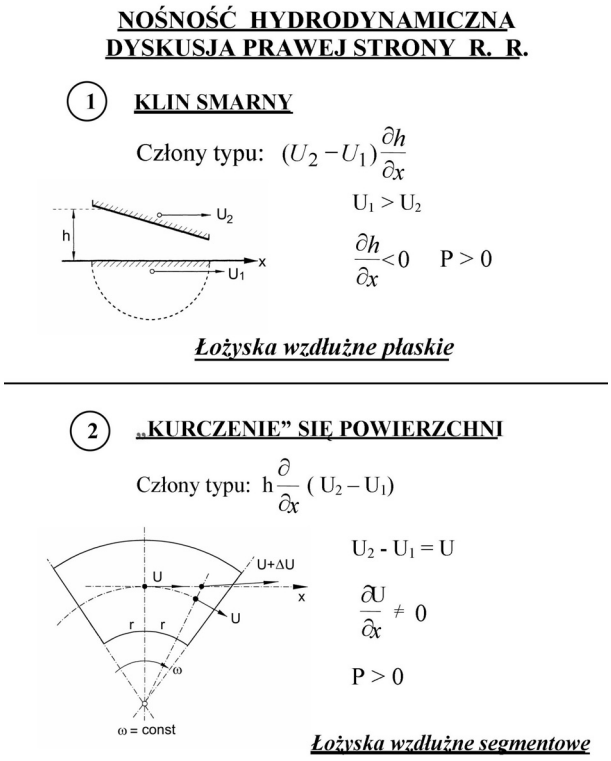
Dla rozwiązania równań (2.26) i (2.27) konieczne jest sformułowanie warunków brzegowych w płaszczyźnie $x - z$ określającej powierzchnię szczeliny smarnej. Naturalnym wydaje się być założenie, że na krawędziach zewnętrznych panwi ($z = \pm L/2$) w kierunku jej szerokości panuje ciśnienie otoczenia czyli $p = 0$ natomiast na krawędzi kieszeni smarnej lub rowków olejowych ($x = x_p$) ciśnienie jest równe ciśnieniu zasilania p_0. Nieco trudniej przedstawia się sprawa warunku brzegowego dla końca strefy dodatniego ciśnienia hydrodynamicznego ($x = x_k$).

W literaturze znanych jest wiele sposobów określających tego typu warunek brzegowy [2.11]. W naszym modelu zastosujemy najbardziej popularny i jednocześnie potwierdzony eksperymentalnie warunek brzegowy Swift-Stiebera zwany potocznie warunkiem brzegowym Reynoldsa. Mówi on, że ciśnienie hydrodynamiczne kończy się w miejscu, w którym gradient ciśnienia jest równy zeru ($\partial p/\partial x = 0$) a samo ciśnienie jest równe ciśnieniu otoczenia czyli $p = 0$.

Przedstawione wyżej warunki brzegowe możemy więc zapisać następująco:

$\partial p/\partial x(x = x_k, z) = 0,$

$p(x = x_k, z) = 0,$



Rys. 2.23. Dyskusja prawej strony równania Reynoldsa – łożyska wzdłużne

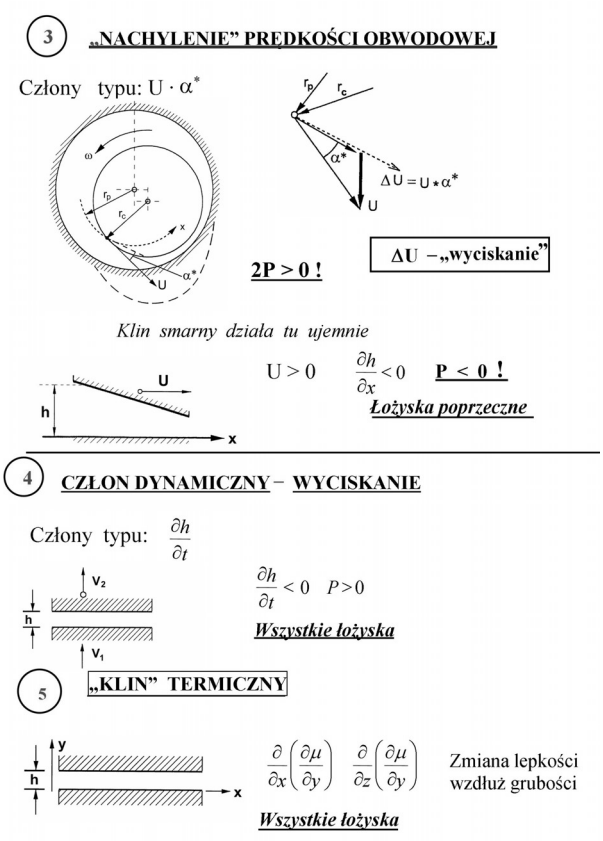
$p(x, z = \pm L/2) = 0,$

$p(x = x_p, z) = p_0.$

Równania (2.26) i (2.27) z powyższymi warunkami brzegowymi rozwiązane zostały Metodą Różnic Skończonych (MRS) z zastosowaniem typowej pięciopunktowej siatki w płaszczyźnie $x - z$. Otrzymane w ten sposób zestawy równań algebraicznych rozwiązane zostały w sposób iteracyjny za pomocą znanej metody SOR.

2.2.2.2 Równanie energii

Zachodzący w szczelinie smarnej łożyska proces ścinania cieczy powoduje wzrost temperatury środka smarnego, ponieważ wykonana praca tarcia wewnętrznego zamienia się całkowicie w ciepło. Ilości tak wytworzonej energii cieplnej mogą być bardzo znaczne, dotyczy to zwłaszcza łożysk wielkogabarytowych i szybkoobrotowych. Mierzona w tego rodzaju przypadkach moc tarcia łożyska ślizgowego osiąga wartości rzędu nawet kilku megawatów. Tak olbrzymie ilości ciepła odprowadzane



Rys. 2.24. Dyskusja prawej strony równania Reynoldsa

są na zewnątrz głównie poprzez wyciekający olej, powodując wzrost jego temperatury, oraz przez ścianki łożyska ograniczające szczelinę smarną.

Zjawisko to powoduje zasadniczą zmianę własności środka smarnego (zmianę jego lepkości) oraz termiczne deformacje elementów konstrukcyjnych łożyska i tym samym zmianę energii szczeliny smarnej. Własności statyczne i dynamiczne łożyska ulegają zmianom, czasami wręcz jakościowym.

Proces zmiany pracy mechanicznej (opory ścinania) na energię cieplną zachodzący w szczelinie smarnej opisać można za pomocą równania energii. Jest oczywiste, że dla stanów ustalonych, z zasady zachowania energii musi wynikać równość energii przenoszonej do i z kontrolnej objętości elementu płynu oraz pracy mechanicznej wykonanej przez naprężenia powierzchniowe i siły masowe (w jednostce czasu). Energia przenoszenia składa się z członu uwzględniającego konwekcję (unoszenie) energii wewnętrznej elementu płynu oraz członu uwzględniającego przewodzenie zgodnie z prawem Fouriera. Trzeci możliwy sposób przenoszenia energii –

promieniowanie – pomijamy.

Oznaczając przez q_x, q_y, q_z składowe energii przenoszenia na jednostkę powierzchni w kierunkach x, y, z, możemy napisać (np. dla składowej q_x):

$$q_x = \rho u e - Jk\frac{\partial t}{\partial x}, \tag{2.28}$$

$$e = \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} + Jc_v t, \tag{2.29}$$

gdzie:

- e – jednostkowa (na jednostkę masy) energia wewnętrzna elementu płynu (strumienia płynu),
- J – mechaniczny równoważnik energii cieplnej,
- c_v – ciepło właściwe,
- k – stała przewodzenia,
- t – temperatura.

Pierwszy wyraz w równaniu (2.28) opisuje konwekcję, drugi – przewodzenie, natomiast w równaniu (2.29) pierwszy wyraz odzwierciedla energię kinetyczną, drugi – energię wewnętrzną elementu płynu.

Porównując teraz wyrażenia na energię przenoszenia z wyrami na pracę mechaniczną (iloczyn naprężeń i prędkości) z wykorzystaniem równań Naviera-Stokesa i ciągłości przepływu, otrzymamy (dla stanów ustalonych i z pominięciem sił masowych), najbardziej ogólne równanie energii w postaci:

$$\left.\begin{aligned}
&\underbrace{J\rho\left[u\frac{\partial(c_v t)}{\partial x} + v\frac{\partial(c_v t)}{\partial y} + w\frac{\partial(c_v t)}{\partial z}\right]}_{\text{„1”}} + \underbrace{p\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right]}_{\text{„2”}} - \\
&\underbrace{-J\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial t}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial t}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial t}{\partial z}\right)\right]}_{\text{„3”}} = \\
&= \underbrace{\mu\left[2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 - \frac{2}{3}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 + \right.}_{\text{„4”}} \\
&\underbrace{\left. + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)^2\right.}_{\text{„4”}}
\end{aligned}\right\}. \tag{2.30}$$

Człon „1” równania (2.30) opisuje konwekcję energii wewnętrznej cieczy, człon „2” – pracę wykonaną przez element cieczy przy zmianie objętości, człon „3” – przewodzenie energii cieplnej, człon „4” – dyssypację energii kinetycznej cieczy (zmianę na ciepło).

Przyjmując założenie upraszczające charakterystyczne dla hydrodynamicznej teorii smarowania a mianowicie:

- grubość filmu olejowego h jest mała w porównaniu z wymiarami łożyska czyli $v \approx 0$ oraz wszystkie pochodne składowych prędkości z wyjątkiem $\partial u/\partial y$ i $\partial w/\partial y$ są pomijalnie małe,
- człony uwzględniające przewodzenie ciepła w kierunku osi x i z są małe w porównaniu z członami konwekcyjnymi w tych kierunkach,
- ciecz jest nieściśliwa,

a ponadto zakładając stałą wartość ciepła właściwego $c = c_v = c_p = const$ i stałą wartość współczynników przewodzenia k i gęstości cieczy ρ oraz przyjmując jednostki współczynników c i k zgodnie z układem SI (odpada konieczność stosowania mechanicznego równoważnika ciepła J), to równanie (2.30) przyjmie charakterystyczną dla teorii łożysk ślizgowych postać:

$$\rho c u \frac{\partial t}{\partial x} + \rho c w \frac{\partial t}{\partial z} - k \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right], \tag{2.31}$$

gdzie zgodnie z przyjętym układem współrzędnych (rys.2.21) obowiązuje:

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{\partial p}{\partial x} a + (U_2 - U_1)\, b + U_1 \\ w &= \frac{\partial p}{\partial z} a + (W_2 - W_1)\, b + W_1 \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left[y - \frac{\int_0^h \frac{y}{\mu} dy}{\int_0^h \frac{1}{\mu} dy} \right] + (U_2 - U_1) \frac{1}{\mu \int_0^h \frac{1}{\mu}\, dy} \\ \frac{\partial w}{\partial y} &= \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \left[y - \frac{\int_0^h \frac{y}{\mu} dy}{\int_0^h \frac{1}{\mu} dy} \right] + (W_2 - W_1) \frac{1}{\mu \int_0^h \frac{1}{\mu} dy} \end{aligned}\right\}, \tag{2.32}$$

natomiast a i b opisują zw. (2.33).

$$\left.\begin{aligned} a &= \int_0^y \frac{y}{\mu}\, dy - \frac{\int_0^h \frac{y}{\mu}\, dy}{\int_0^h \frac{1}{\mu}\, dy} \int_0^y \frac{1}{\mu}\, dy \\ b &= \frac{\int_0^y \frac{1}{\mu}\, dy}{\int_0^h \frac{1}{\mu}\, dy} \end{aligned}\right\}. \tag{2.33}$$

Łatwo zauważyć, że dwa pierwsze człony lewej strony równania (2.31) reprezentują konwekcję ciepła w kierunkach x i z a człon trzeci – przewodzenie ciepła w kierunku osi y (po grubości filmu olejowego).

Równanie (2.31), dla przyjętych założeń, jest równaniem opisującym pełny model diatermiczny filmu smarnego, a więc model w którym uwzględnia się przestrzenną zmienność temperatury t w szczelinie smarnej

$$t = f(x, y, z).$$

Spotykany jest też często tzw. uproszczony model diatermiczny, w którym pomija się konwekcję ciepła w kierunku jednej osi. W przypadku poprzecznych łożysk ślizgowych, z uwagi na małą zmienność temperatury w kierunku osiowym (w kierunku osi z), pominięcie konwekcji ciepła w tym kierunku jest uzasadnione, czyli

$$t = f(x, y)$$

Istotą modelu diatermicznego, niezależnie od tego w jakich kierunkach uwzględnimy konwekcję ciepła, jest przewodzenie ciepła w kierunku po grubości filmu (osi y), a więc uwzględnienie zmienności temperatury w tym kierunku. Oznacza to konieczność analizy warunków wymiany ciepła nie tylko w filmie smarnym, ale również w elementach konstrukcyjnych łożyska ograniczających szczelinę smarną. Wiele danych, zarówno teoretycznych jak i eksperymentalnych, wskazuje na to, że przewodzenie ciepła wzdłuż grubości filmu olejowego stanowi istotny czynnik w bilansie cieplnym łożyska.

Istnieją jednakże sytuacje, w których przewodzenie ciepła wzdłuż grubości filmu odgrywa mniejszą rolę. Można wówczas założyć, że ścianki ograniczające szczelinę smarną nie przepuszczają ciepła, czyli założyć adiabatyczny model cieplny filmu smarnego. Model ten można opisać za pomocą równania (2.31) odrzucając człon związany z przewodzeniem (ponieważ $\partial t/\partial y = 0$) oraz przyjmując średnie wartości składowych prędkości u, w i ich pochodnych wzdłuż grubości filmu.

Zatem:

$$\rho c u_{śr} \frac{\partial t}{\partial x} + \rho c w_{śr} \frac{\partial t}{\partial z} = \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2_{śr} + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2_{śr} \right], \tag{2.34}$$

gdzie:

$$\left.\begin{aligned} u_{śr} &= \frac{1}{h} \int_0^h u \, dy & \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2_{śr} &= \frac{1}{h} \int_0^h \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 dy \\ w_{śr} &= \frac{1}{h} \int_0^h w \, dy & \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2_{śr} &= \frac{1}{h} \int_0^h \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 dy \end{aligned}\right\}, \tag{2.35}$$

natomiast składowe prędkości u i w oraz ich pochodne będą miały teraz, z uwagi na uproszczoną postać wyrażeń na a i b dla modelu adiabatycznego:

$$a = \frac{1}{2\mu} \left(y^2 - yh \right), \qquad b = \frac{y}{h},$$

następującą postać:

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{1}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\left(y^2 - yh\right) + \left(U_2 - U_1\right)\frac{y}{h} + U_1 \\ w &= \frac{1}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial z}\left(y^2 - yh\right) + \left(W_2 - W_1\right)\frac{y}{h} + W_1 \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{1}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\left(2y - h\right) + \left(U_2 - U_1\right)\frac{1}{h} \\ \frac{\partial w}{\partial y} &= \frac{1}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial z}\left(2y - h\right) + \left(W_2 - W_1\right)\frac{1}{h} \end{aligned}\right\}. \tag{2.36}$$

Warunki brzegowe i początkowe

Celem rozwiązania równania energii (2.31) opisującego pełny model diatermiczny, należy sformułować dwa warunki brzegowe w kierunku grubości filmu smarnego (osi y) oraz dwa warunki początkowe w kierunku obu współrzędnych powierzchniowych (osi x i z).

Warunki brzegowe stanowią na ogół zadane wartości temperatury na powierzchniach ograniczających szczelinę smarną czyli:

$$\left.\begin{aligned} t\left(x,y,z\right)|_{y=0} &= t_1\left(x,z\right) \\ t\left(x,y,z\right)|_{y=h} &= t_2\left(x,z\right) \end{aligned}\right\}, \tag{2.37}$$

gdzie: $t_1(x,z)$ i $t_2(x,z)$ – rozkłady temperatury na powierzchniach ① i ② odpowiednio (rys. 2.21).

Rozkłady $t_1(x,z)$ i $t_2(x,z)$ określone mogą być bądź z równania przewodnictwa, bądź z pomiarów eksperymentalnych.

W przypadku poprzecznych łożysk ślizgowych uzasadnione jest przyjęcie stałej temperatury czopa na całej jego powierzchni (z uwagi na łatwą możliwość uśredniania temperatury w przypadku gdy czop się obraca), a więc

$$t_1(x,z) = t_c = const.$$

Temperatura czopa t_c określana jest z eksperymentu lub innego rodzaju szacunków. Bardzo często temperaturę czopa przyjmuje się jako średnią z rozkładu temperatury na powierzchni wewnętrznej panwi, co w naszym zapisie przyjmuje postać ($x = \psi \cdot R$):

$$t_1\left(\psi,z\right) = t_c = \frac{1}{2\Pi}\int_0^{2\Pi} t_2\left(\psi,z\right)\,d\psi. \tag{2.38}$$

Warunek (2.38) jest bardzo dyskusyjny, pomimo to, z uwagi na jego prostotę, jest on powszechnie stosowany.

Znacznie trudniejsze jest określenie warunków początkowych dla równania energii (2.31). Rozważmy przede wszystkim możliwość określenia takiego warunku w kierunku obwodowym (osi x). Warunek ten stanowić może np. zadany rozkład temperatury $t(y)$ wzdłuż grubości filmu (osi y) na krawędzi wlotowej szczeliny smarnej

x_1. Rozkład $t\,(y)\,|_{x=x_1}$ wyznaczony może być w oparciu o analizę wymiany ciepła w kieszeniach smarnych, rowkach zasilających lub przestrzeniach między segmentowych. Załóżmy, że z rozważań tych udało nam się określić strumień cieplny przepływający przez krawędź x_1 w postaci iloczynu przepływu q_1 i średniej (wzdłuż grubości) temperatury t_1. Wychodząc z postulatu o równości strumieni cieplnych tuz przed krawędzią x_1 (strumień q_1, t_1) i tuż za krawędzią (iloczyn prędkości $u(y)$ i rozkładu temperatury $t\,(y)\,|_{x=x_1}$), możemy rozkład $t\,(y)\,|_{x=x_1}$ określić, zakładając np.: paraboliczny przebieg zmienności. Powyższy postulat możemy zatem zapisać w następujący sposób:

$$\left.\begin{array}{l} t_1 = \frac{1}{h}\int\limits_0^h \left(ay^2 + by + c\right)\,dy \\ t\,(y)\,\big|_{x=x_1} = ay^2 + by + c \end{array}\right\}. \tag{2.39}$$

Współczynniki a, b, c określić można stosunkowo łatwo z dwóch pozostałych warunków a mianowicie:

$$\left.\begin{array}{l} t(y)\Big|_{\substack{y=0\\x=x_1}} = t_c|_{x=x_1} \\ t(y)\Big|_{\substack{y=h\\x=x_1}} = t_p|_{x=x_1} \end{array}\right\}, \tag{2.40}$$

gdzie:

$t_c\,|_{x=x_1}$ – temperatura dolnej powierzchni ograniczającej (np. czopa) na krawędzi $x = x_1$,

$t_p\,|_{x=x_1}$ – temperatura górnej powierzchni ograniczającej (np. panwi) na krawędzi $x = x_1$,

natomiast:

$$t_1 = \frac{1}{h}\int\limits_0^h t\,(y)\;|_{x=x_1}\,. \tag{2.41}$$

Jeśli założymy, że krzywa stopnia drugiego z wystarczającą dokładnością opisuje przebieg zmienności temperatury wzdłuż grubości filmu, to problemem pozostaje jednak określenie średniej temperatury t_1 na krawędzi wlotowej do szczeliny. Jak już zaznaczyliśmy, temperatura t_1 wyznaczona może być z ogólnego bilansu przepływów i wymiany ciepła w kieszeniach lub rowkach smarnych. Zagadnienie to stanowi zupełnie odrębny, bardzo złożony problem, który nie będzie jednakże przedmiotem rozważań w niniejszej monografii. Interesujące szczegóły z tego zakresu można znaleźć w książce [2.11].

Równanie energii (2.34) rozwiązane zostało Metodą Różnic Skończonych z zastosowaniem sześciopunktowego jawnego schematu różnicowego Cranka-Nicholsona.

2.2.2.3 Równanie przewodnictwa

Celem określenia rozkładów temperatur $t_1(x, z)$ na powierzchni ① oraz $t_2(x, z)$ na powierzchni ②– (rys. 2.21) – rozwiązać należy dwa równania przewodnictwa, oddzielnie dla każdego z elementów ograniczających szczelinę smarną. Rozkłady

$t_1(x,z)$ oraz $t_2(x,z)$ stanowią jak pamiętamy, warunki brzegowe dla równania energii (2.31).

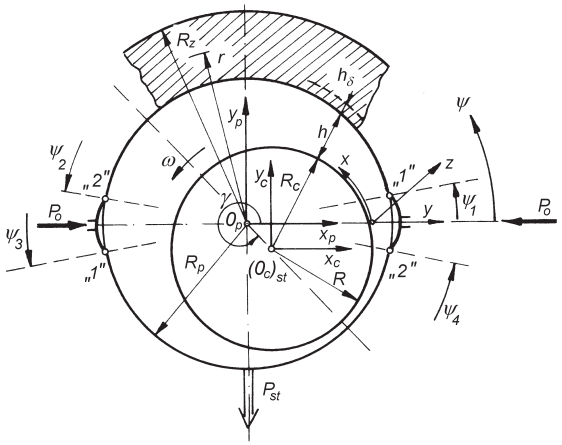
Elementy ograniczające szczelinę smarną są na ogół konstrukcjami bryłowymi przewodzącymi ciepło w kierunku trzech współrzędnych geometrycznych. Określenie rozkładu temperatur w tych elementach jest ściśle uzależnione od warunków pracy łożyska, a więc od warunków wymiany ciepła na powierzchniach wewnętrznych, stykających się bezpośrednio z filmem smarnym i powierzchniach zewnętrznych utwierdzających łożysko. Szczególnie trudne są do określenia warunki wymiany ciepła na powierzchniach zewnętrznych. Ciepło od nagrzanych elementów ograniczających szczelinę smarną, odprowadzane może być do otoczenia zarówno drogą swobodnej konwekcji, jak i droga przewodzenia przez elementy utwierdzające.

Dla ustalonych warunków pracy, przewodzenie ciepła w dowolnej konstrukcji bryłowej i związany z tym rozkład temperatur określić możemy za pomocą znanego trójwymiarowego równania Laplace'a:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0. \tag{2.42}$$

Określenie warunków brzegowych dla tego równania wiąże się ściśle z warunkami wymiany ciepła na powierzchniach ograniczających konstrukcję bryłową.

Dalsze rozważania odniesiemy do przypadku poprzecznych łożysk ślizgowych. Przyjmijmy oznaczenia i układy współrzędnych jak na rys. 2.25.



Rys. 2.25. Układy współrzędnych prostokątnych i walcowych

Najbardziej właściwym dla analizowanego przypadku będzie teraz walcowy układ współrzędnych ψ, r, z. Równanie przewodnictwa (2.42) dla panwi przyjmie

postać

$$\frac{\partial^2 t_p}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial t_p}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 t_p}{\partial \psi^2} + \frac{\partial^2 t_p}{\partial z^2} = 0\,, \tag{2.43}$$

natomiast dla czopa, zakładając stałą średnia temperaturę w kierunku obwodowym (wskutek wirowania), czyli przyjmując $\partial t_c/\partial\psi = 0$ otrzymamy:

$$\frac{\partial^2 t_c}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial t_c}{\partial r} + \frac{\partial^2 t_c}{\partial z^2} = 0. \tag{2.44}$$

Równanie przewodnictwa dla czopa (2.44) rzadko jest stosowane w praktyce, głównie z powodu trudności z określeniem warunków brzegowych. Najczęściej przyjmowana jest stała wartość temperatury czopa, czyli:

$$t_c(r, z) = t_c = const.$$

Wartość t_c określana jest na podstawie danych eksperymentalnych lub innego rodzaju szacunków.

Warunki brzegowe

Spróbujmy teraz określić warunki brzegowe dla równania (2.43), a więc dla równania opisującego rozkład temperatury w panwi. W kierunku promieniowym r przyjmiemy co następuje:

- na powierzchni wewnętrznej panwi $r = R_p$ spełniony jest warunek równości strumieni cieplnych w filmie olejowym i w materiale panwi, co możemy zapisać:
$$\frac{\partial t_p}{\partial r}\Big|_{r=R_p} = \frac{k_{ol}}{k_p}\frac{\partial t}{\partial y}\Big|_{y=h}\,, \tag{2.45}$$

- na powierzchni zewnętrznej panwi $r = R_z$ przejmowanie ciepła przez otoczenie odbywa się wyłącznie drogą swobodnej konwekcji
$$\frac{\partial t_p}{\partial r}\Big|_{r=R_z} = \frac{\alpha_{0t}}{k_p}\left[t_z - t_p\left(\psi, r, z\right)\Big|_{r=R_z}\right]\,, \tag{2.46}$$

  gdzie:

  k_{ol} – współczynnik przewodzenia ciepła w oleju;
  k_p – współczynnik przewodzenia ciepła w materiale panwi;
  α_{0t} – współczynnik przejmowania ciepła przy swobodnej konwekcji;
  t_z – temperatura zewnętrzna (otoczenia),
  t – temperatura w filmie smarnym;
  t_p – temperatura w panwi.

W kierunku obwodowym (ψ), w przypadku gdy panew stanowi wycinek pierścienia, oraz w kierunku osiowym (z), na zewnętrznych powierzchniach ograniczających, przyjmowane są najczęściej również warunki (2.46) związane z swobodną konwekcją ciepła do otoczenia.

W przypadku, gdy panew w kierunku obwodowym stanowi pełny, symetryczny pierścień, warunki brzegowe w tym kierunku tworzyć mogą warunki periodyczności rozwiązania. Umożliwia to rozwiązanie analityczne równania przewodnictwa w postaci ciągu szeregów trygonometrycznych.

W strefie skawitowanej łożyska strumień cieplny na granicy fazy ciekłej (oleju) i stałej (materiał panwi) ulega zmniejszeniu, ponieważ można założyć, że powietrze zawarte w pęcherzach kawitacyjnych nie uczestniczy w generowaniu ciepła. W takim przypadku wielkość strumienia ciepła możemy odpowiednio skorygować wprowadzając współczynnik korekcyjny w postaci:

$$M_n(\psi) = \frac{q_s(\psi_s)}{q_{cav}(\psi)} \quad \text{dla} \quad \psi > \psi_s, \tag{2.47}$$

gdzie:

$q_s(\psi_s)$ – przepływ oleju na granicy strefy skawitowanej ψ_s,

$q_{cav}(\psi)$ – przepływ oleju w strefie skawitowanej,

przy czym przepływ q_{cav} korygowany jest według prostej zależności:

$$\frac{h_s}{h} = \frac{1}{L}.$$

Warunek (2.47) dla strefy skawitowanej ($\psi > \psi_s$) możemy więc napisać w postaci:

$$\frac{\partial t_p}{\partial r}\Big|_{r=R_p} = \frac{k_{ol}}{k_p}\frac{\partial t}{\partial y}\Big|_{y=h} \; M_n(\psi). \tag{2.48}$$

Równanie (2.43) rozwiązane zostało dla przypadku panwi równoległej i symetrycznej za pomocą szeregów trygonometrycznych, a dla przypadku panwi częściowych lub niesymetrycznych za pomocą metody różnic skończonych.

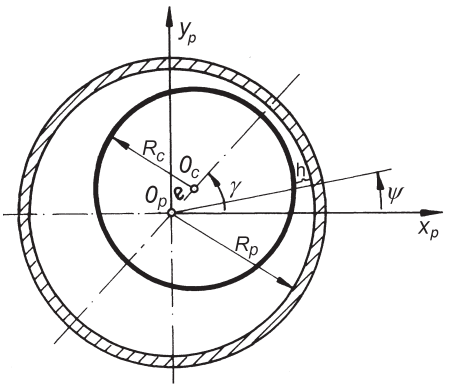
2.2.2.4 Równania kształtu szczeliny smarnej

Podstawą do wyprowadzenia równania kształtu szczeliny smarnej jest oczywiście jej geometria. W przypadku poprzecznych łożysk ślizgowych powszechnie przyjmuje się cylindryczny kształt czopa i panwi. Geometria szczeliny smarnej łożysk z luzem cylindrycznym wraz z układem współrzędnych została przedstawiona na rys. 2.26.

Luz promieniowy bezwzględny definiowany jest jako różnica promieni panwi i czopa (rys. 2.26):

$$\Delta R = R_p - R_c. \tag{2.49}$$

Przy cylindrycznych powierzchniach czopa i panwi kształt szczeliny smarnej można z dobrym przybliżeniem opisać za pomocą funkcji *cosinus*. Założenie to jest



Rys. 2.26. Geometria szczeliny smarnej łożysk z luzem cylindrycznym

powszechnie przyjmowane w literaturze. Definiując kąt ψ jako współrzędną obwodową, kąt γ jako kąt określający położenie linii środków czopa i panwi a e jako mimośrodowość czopa i panwi (rys. 2.26), najbardziej podstawowe równanie kształtu szczeliny smarnej przyjmie postać:

$$h = \Delta R - e\cos(\psi - \gamma). \tag{2.50}$$

Wygodnie jest posługiwać się bezwymiarową formą równania (2.50). Możemy łatwo to uzyskać odnosząc parametry wymiarowe h i e do luzu promieniowego ΔR, czyli wprowadzając $H = h/\Delta R$ oraz $\varepsilon = e/\Delta R$. Równanie (2.50) przyjmie wówczas powszechnie znaną postać bezwymiarową:

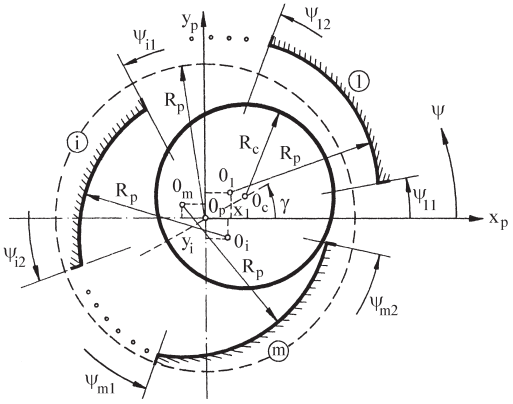
$$H = 1 - \varepsilon\cos(\psi - \gamma). \tag{2.51}$$

Występujące w równaniu (2.51) parametry: $\varepsilon = e/\Delta R$ (mimośrodowość względna) oraz γ (kąt położenia linii środków) są podstawowymi parametrami określającymi kształt cylindrycznej szczeliny smarnej H poprzecznych łożysk ślizgowych. Będą one często używane w dalszych rozważaniach.

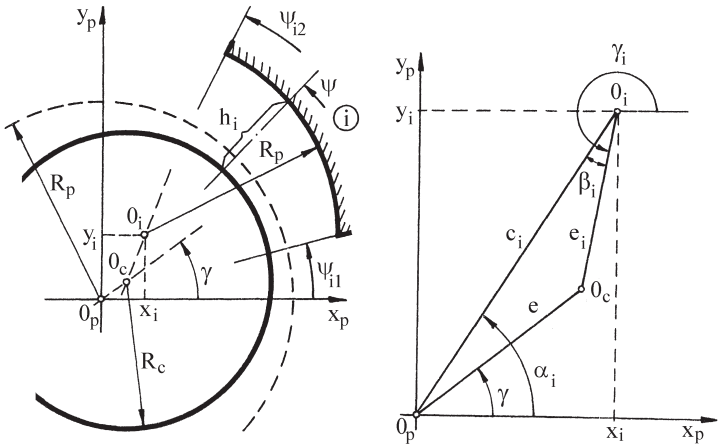
Geometria szczelin wieloklinowych

Zależności (2.50) lub (2.51) opisują całą szczelinę smarną w kierunku obwodowym o pełnym kącie opasania równym 360 stopniu (rys. 2.26). Oczywiście zależności te obowiązują również dla fragmentów szczeliny smarnej w kierunku obwodowym czyli dla tzw. łożysk z panwiami częściowymi. Można sobie również wyobrazić, że „rozszczepiamy" środek panwi z rys. 2.26 i poszczególne fragmenty szczeliny smarnej przesuwamy w płaszczyźnie luzów o wielkości x_i, y_i dla i-tego fragmentu. Każdy z tych fragmentów będzie także opisany zależnościami (2.50) lub (2.51) ale

całość odnosić się będzie do łożysk o złożonej już geometrii szczeliny smarnej czyli łożysk wieloklinowych. Sytuację taką pokazują rys. 2.27 i rys. 2.28. Uzyskujemy w ten sposób możliwość praktycznie dowolnego „komponowania" kształtu szczeliny smarnej i tym samym wpływania na własności łożyska. Otrzymujemy całą gamę łożysk z klasy tzw. antywibracyjnych, poczynając od najpopularniejszych z luzem soczewkowym (przesuniecie obu półpanwi w kierunku pionowym y), z luzem offsetowym (przesunięcie obu półpanwi w kierunku poziomym x) czy wreszcie łożysk z luzem wieloklinowym (przesuniecia poszczególnych fragmentów szczeliny zarówno w kierunku pionowym jak i poziomym).



Rys. 2.27. Ogólna geometria szczelin wieloklinowych



Rys. 2.28. Geometria i-tego wycinka panwi

Dla przyjętych oznaczeń i układu współrzędnych z rys. 2.27 i rys. 2.28 otrzymujemy zależność opisującą geometrię szczeliny dla i-tego jej wycinka:

$$H_i(\psi) = 1 - \varepsilon_i \cos(\psi - \gamma_i) \quad \text{w przedziale } \psi_{i1} \leqslant \psi \leqslant \psi_{i2}, \tag{2.52}$$

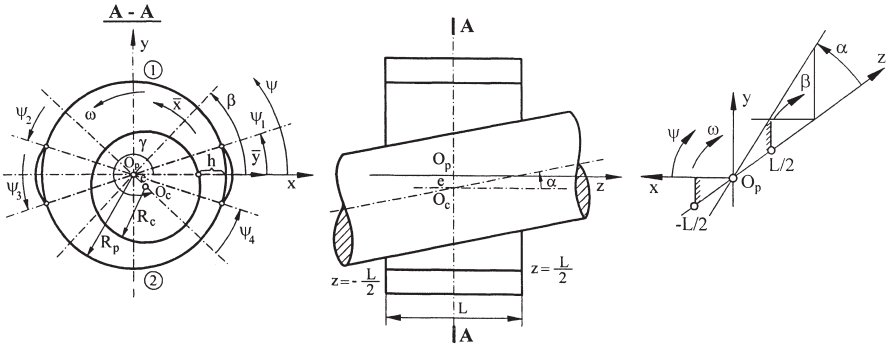
gdzie wartości ε_i oraz γ_i wyznaczamy z prostych przekształceń trygonometrycznych:

$$\varepsilon_i = \sqrt{C_i^2 + \varepsilon^2 - 2C_i\varepsilon\cos(\alpha_i - \gamma)}, \quad C_i = \sqrt{X_i^2 + Y_i^2} \quad \alpha_i = arctg\,|Y_i/X_i|\,,$$

natomiast: $X_i = x_i/\Delta R$, $Y_i = y_i/\Delta R$ określają położenie i-tego fragmentu szczeliny smarnej w płaszczyźnie luzów w stosunku do pierwotnego środka panwi O_p.

Geometria szczelin z „przekoszonymi" czopami

W dotychczasowych rozważaniach dotyczących kształtu szczeliny smarnej zakładaliśmy, że osie czopa i panwi są zawsze równoległe w kierunku osiowym (osi z). W rzeczywistości osie te mogą być nierównoległe, co oznacza przypadek tzw. „zukosowania" lub „przekoszenia" czopa/panwi tak jak to ilustruje rys. 2.29.

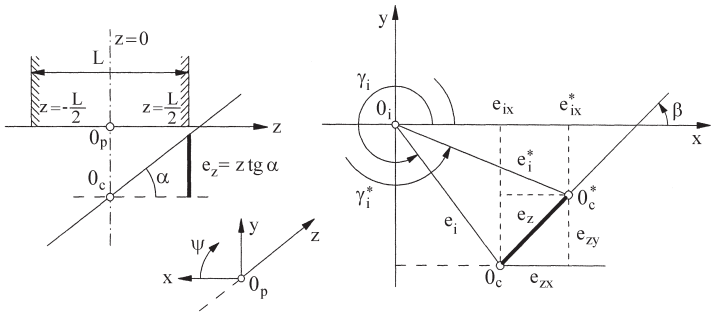


Rys. 2.29. Układ współrzędnych dla przypadku „przekoszonego" czopa

Z powyższego rysunku wynika, że położenie i wielkość zukosowania opisują dwa kąty α i β, które w sposób jednoznaczny determinują kształt szczeliny smarnej. Przyjmijmy następujące oznaczenia:

x, y – układ prostokątny związany ze środkiem panwi O_p;
$\bar{x}$ – współrzędna obwodowa;
$\bar{y}$ – współrzędna po grubości filmu
} lokalny układ współrzędnych;
z – współrzędna osiowa (po szerokości panwi);
α – kąt określający przekoszenie czopa w płaszczyźnie wyznaczonej przez kąt β;
β – kąt określający położenie płaszczyzny przekoszenia w stosunku do płaszczyzny $x - z$;
e – mimośrodowość (w linii środkowej łożyska);
γ – kat linii środków (w linii środkowej);
R – promień łożyska ($\approx R_p \approx R_c$).

Rozważmy wycinek i-tej szczeliny smarnej z rys. 2.28, której kształt opisany jest zależnością (2.52). W przypadku panwi przekoszonych zależność ta również będzie obowiązywała jednakże przy odpowiednio zmienionych wartościach ε_i oraz γ_i . Wprowadźmy pojęcie zastępczej mimośrodowości e_i^* oraz kąta pochylenia linii środków γ_i^* zgodnie z rys. 2.30.



Rys. 2.30. Definicja zastępczych wielkości e_i^*, γ_i^*

Dla danych wartości α, β oraz e, γ, x_i, y_i, ΔR geometria i-tego klina wzdłuż długości łożyska z i w kierunku obwodowym ψ – a więc geometria łożyska przekoszonego wyraża się zależnością:

$$h_i(\psi, z) = \Delta R - e_i^* \cos(\psi - \gamma_i^*), \tag{2.53}$$

gdzie: $\left.\begin{matrix} e_i^* \\ \gamma_i^* \end{matrix}\right\} = f(z)$.

Przyjmując oznaczenia jak na rys. 2.30 wyprowadzimy teraz zależności na e_i^* oraz γ_i^* posługując się oznaczeniami pomocniczymi:

$$e_{ix}^* = e_{ix} + e_{zx} = e_i \cos\gamma_i + z \operatorname{tg}\alpha \cos\beta\,,$$

$$e_{iy}^* = e_{iy} + e_{zy} = e_i \sin\gamma_i + z \operatorname{tg}\alpha \sin\beta\,,$$

$$e_i = \sqrt{c_i^2 + e^2 - 2c_i e\cos(\alpha_i - \gamma)}\,,$$
$$\gamma_i = \Pi + \alpha_i - \beta_i\,,$$

gdzie:
$c_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$,
czyli
$e_i^* = \sqrt{(e_{ix}^*)^2 + (e_{iy}^*)^2}$, $\gamma_i^* = \operatorname{arc\,tg}\frac{e_{iy}^*}{e_{ix}^*}$ (z uwzględnieniem ćwiartki).

Dla zadanych parametrów przekoszenia α, β mamy:

$$e_i^*(z) = \sqrt{[e_i\cos\gamma_i + z\operatorname{tg}\alpha\cos\beta]^{\,2} + [e_i\sin\gamma_i + z\operatorname{tg}\alpha\sin\beta]^2}\,,$$

$$\gamma_i^*(z) = \operatorname{arc\,tg}\frac{e_i\sin\gamma_i + z\operatorname{tg}\alpha\sin\beta}{e_i\cos\gamma_i + z\operatorname{tg}\alpha\cos\beta}\ \text{(z uwzględnieniem ćwiartki)}\,,$$

natomiast wartości e_i, γ_i są określane dla danych e, γ, x_i, y_i według zależności trygonometrycznych dla szczelin wieloklinowych bez przekoszenia czyli związków (2.52).

Rozważmy kilka przypadków szczególnych, które mogą stanowić sprawdzenie wyprowadzonej zależności (2.53).
I tak:

$$\begin{aligned}
&\text{dla } \alpha = 0\text{:}\quad e_i^* = e_i \qquad\quad \gamma_i^* = \gamma_i\,,\\
&\text{dla } z = 0\text{:}\quad e_i^* = e_i \qquad\quad \gamma_i^* = \gamma_i\,,\\
&\text{dla } \beta = \gamma\text{:}\quad e_i^* = e_i + z\operatorname{tg}\alpha \quad \gamma_i^* = \gamma_i\,,
\end{aligned}$$

co jest zgodne z intuicyjnymi przewidywaniami.

Wprowadzając wartości bezwymiarowe dla i-tego klina szczeliny smarnej w sposób analogiczny jak dla całego łożyska oraz ponadto wprowadzając nową wartość ξ

$$H_i = \frac{h_i}{\Delta R},\quad \varepsilon_i^* = \frac{e_i^*}{\Delta R},\quad \varepsilon_i = \frac{e_i}{\Delta R},\quad Z = \frac{2z}{L},\quad \psi = \frac{\overline{x}}{R}\,,$$
$$\xi = \frac{L}{2\Delta R}\,,$$

wyrażenie (2.53) otrzymamy w następującej postaci:

$$H_i(\psi, Z) = 1 - \varepsilon_i^*(Z)\cos\left[\psi - \gamma_i^*(Z)\right]\,, \tag{2.54}$$

gdzie:
$\varepsilon_i^*(Z) = \sqrt{[\varepsilon_i\cos\gamma_i + Z\xi\operatorname{tg}\alpha\cos\beta]^2 + [\varepsilon_i\sin\gamma_i + Z\xi\operatorname{tg}\alpha\sin\beta]^2}\,,$

$\gamma_i^*(Z) = \operatorname{arc\,tg}\dfrac{\varepsilon_i\sin\gamma_i + Z\xi\operatorname{tg}\alpha\sin\beta}{\varepsilon_i\cos\gamma_i + Z\xi\operatorname{tg}\alpha\cos\beta}$ (z uwzględnieniem ćwiartki).

Współrzędna bezwymiarowa Z przyjmować może wartości z następującego przedziału:

$$-1 \leqslant Z \leqslant 1\,.$$

Związek (2.54) pozwala nam już wyprowadzić zależności na pochodne w kierunku osiowym i obwodowym. O ile pochodna w kierunku obwodowym $\frac{\partial H}{\partial \psi}$ daje się określić stosunkowo łatwo:

$$\frac{\partial H}{\partial \psi}(Z) = \varepsilon_i^*(Z)\sin\left[\psi - \gamma_i^*(Z)\right] ,$$

to określenie pochodnej w kierunku osiowym $\frac{\partial H}{\partial Z}$ w formie analitycznej jest niezmiernie trudne. Oczywiście postacie związków (2.54) a także na pochodne $\frac{\partial H}{\partial \psi}$ i $\frac{\partial H}{\partial Z}$ nie przedstawiają żadnych trudności przy obliczeniach numerycznych.

Wartości kątów α dla typowej geometrii szczeliny smarnej są bardzo małe. Możemy się o tym przekonać przyjmując następujące parametry łożyska:

$$D = 0,1\text{ m}, \quad L = 0,05\text{ m}, \quad \Delta R = 80 \cdot 10^{-6}\text{m}$$

Jak łatwo wyliczyć, dla $\varepsilon = 0$ i $\beta = 90^{\text{o}}$ $\alpha_{\max} = 0.183^{\text{o}}$, natomiast dla $\varepsilon = 0.3$ i $\beta = 90^{\text{o}}$ $\alpha_{\max} = 0.128^{\text{o}}$. Kąty α są więc w skali bezwzględnej małe.

Geometria szczelin z odchyłkami eksploatacyjnymi

Kształt szczeliny smarnej określonej związkami (2.51, 2.52, 2.54) jest idealnym kształtem geometrycznym zakładanym w procesie konstrukcji łożyska. W większości przypadków związek ten jest wystarczająco dokładny. Może się jednak zdarzyć, że wskutek niedokładności technologicznych lub deformacji termosprężystych panwi występujących w procesie eksploatacji łożyska przy dużych obciążeniach, rzeczywisty kształt szczeliny smarnej odbiega już od kształtu konstrukcyjnego. Jeśli jednak założymy, że odchyłki eksploatacyjne lub technologiczne które określimy jako $H_\delta\left(\psi, Z\right)$ nie są zbyt duże w stosunku do wielkości luzu łożyskowego ΔR (co najczęściej zachodzi w praktyce), to główny zarys szczeliny smarnej możemy nadal określić zależnością funkcyjną typu kosinus, tylko odpowiednio zmodyfikowaną:

$$H_i(\psi, Z) = 1 - \varepsilon_i^*(Z)\cos\left[\psi - \gamma_i^*(Z)\right] + H_\delta(\psi, Z)\,, \tag{2.55}$$

gdzie wartości ε_i^* oraz γ_i^* przyjmują oczywiście wartości stosowne dla łożysk z luzem cylindrycznym (2.51), wieloklinowym (2.52) lub z przekoszonymi czopami (2.54).

2.2.2.5 Współczynniki sztywności i tłumienia filmu smarnego

Przejdźmy teraz do zagadnień związanych z określeniem współczynników sztywności i tłumienia filmu smarnego. Procedura ich wyznaczania jest niestety dość złożona.

Rozpatrzmy przypadek poprzecznego łożyska ślizgowego z nieruchomą panwią. Równanie Reynoldsa (2.26) dla takiego przypadku przyjmie następującą postać:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\,A\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial p}{\partial z}A\right) = -\left[\omega R\left(\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial B}{\partial x}\right) + \frac{\partial h}{\partial t}\right], \tag{2.56}$$

gdzie A i B opisują związki (2.25). Do dalszych rozważań wygodnie jest przyjąć bezwymiarową formę równania poprzez wprowadzenie następujących, typowych dla poprzecznych łożysk ślizgowych, związków:

$$\psi = \frac{x}{R}, \quad Y = \frac{y}{h}, \quad H = \frac{h}{\Delta R}, \quad Z = \frac{2z}{L}, \quad M = \frac{\mu}{\mu_0}, \quad \tau = \omega t\,,$$

gdzie ΔR – luz promieniowy łożyska, L – szerokość panwi, D – średnica czopa, R – promień czopa, h – wysokość szczeliny smarnej, μ_0 – lepkość dynamiczna oleju w temperaturze zasilania t_0, ω – prędkość kątowa czopa, t – czas.

Wartość ciśnienia hydrodynamicznego p można wówczas wyrazić w formie bezwymiarowej jako:

$$\Pi = \frac{p\,(\Delta R/R)^2}{LD\;\mu_0\omega}\,,$$

natomiast wyrażenia na A i B (związki (2.25)) można zapisać w postaci bezwymiarowej w następujący sposób:

$$\bar{A} = A\frac{\mu_0}{h^3} \quad \text{oraz} \quad \bar{B} = B\frac{1}{h}.$$

Równanie (2.56) możemy teraz przekształcić do postaci bezwymiarowej:

$$\frac{\partial}{\partial\psi}\left(H^3\overline{A}\frac{\partial\Pi}{\partial\psi}\right) + \left(\frac{D}{L}\right)^2\frac{\partial}{\partial Z}\left(H^3\overline{A}\frac{\partial\Pi}{\partial Z}\right) = \left[\frac{\partial H}{\partial\psi}\left(\overline{B}-1\right) + H\frac{\partial\overline{B}}{\partial\psi} - \frac{\partial H}{\partial\tau}\right], \tag{2.57}$$

Opiszemy teraz sposób postępowania dla przypadku małych przemieszczeń czopa wokół punktu równowagi statycznej, a więc dla przypadku, dla którego właściwy jest **opis liniowy** i adekwatny jest związek (2.19) i sytuacja przedstawiona na rys. 2.19a z podrozdziału 2.2.1.

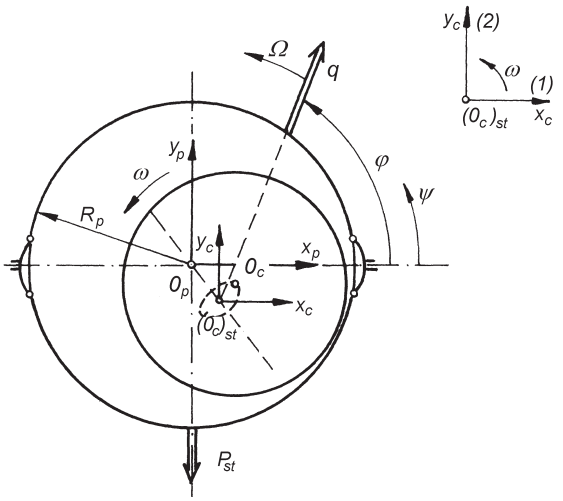
Opis liniowy

Rozwiązanie równania (2.57), dla danej chwili τ, stanowi rozkład ciśnienia hydrodynamicznego $\Pi(\psi, Z)$ i tym samym składowe reakcji $\overline{\Pi}_x, \overline{\Pi}_y$ można zapisać w postaci:

$$\left.\begin{aligned}\overline{\Pi}_x &= -\tfrac{1}{4}\int_{-1}^{+1}\int_{\psi_1}^{\psi_2}\Pi\cos\,\psi\;dZd\psi\\ \overline{\Pi}_y &= -\tfrac{1}{4}\int_{-1}^{+1}\int_{\psi_1}^{\psi_2}\Pi\sin\,\psi\;dZd\psi\end{aligned}\right\}. \tag{2.58}$$

Przyjmijmy układ współrzędnych jak na (rys. 2.31). Załóżmy, że znamy składowe reakcji hydrodynamicznej $\overline{\Pi}_{x0}, \overline{\Pi}_{y0}$ w punkcie równowagi statycznej odpowiadającym położeniu czopa $(O_c)_{st}$. Załóżmy też, że środek czopa O_c wykonuje, wskutek różnego rodzaju zaburzeń ruchu, małe oscylacje wokół punktu równowagi statycznej $(O_c)_{st}$.

Założenie małych ruchów względnych czopa i panwi pozwala na linearyzowanie związków pomiędzy składowymi reakcji a przemieszczeniami.



Rys. 2.31. Układ współrzędnych

Przyjmijmy w układzie współrzędnych x_c, y_c związanym ze środkiem czopa w położeniu równowagi statycznej $(O_c)_{st}$ bezwymiarowe składowe przemieszczeń

$$X_c = \frac{x_c}{\Delta R} \quad \text{oraz} \quad Y_c = \frac{y_c}{\Delta R},$$

a także znak różniczkowania względem bezwymiarowego czasu $\tau = \omega t$:

$$(^{\cdot})= \frac{\partial}{\partial \tau}$$

Możemy teraz napisać:

$$\left.\begin{aligned} \overline{\Pi}_x &= \overline{\Pi}_{x0} + \left(\frac{\partial \overline{\Pi}_x}{\partial X_c}\right)_{st} X_c + \left(\frac{\partial \overline{\Pi}_x}{\partial Y_c}\right)_{st} Y_c + \left(\frac{\partial \overline{\Pi}_x}{\partial \dot{X}_c}\right)_{st} \dot{X}_c + \left(\frac{\partial \overline{\Pi}_x}{\partial \dot{Y}_c}\right)_{st} \dot{Y}_c \\ \overline{\Pi}_y &= \overline{\Pi}_{y0} + \left(\frac{\partial \overline{\Pi}_y}{\partial X_c}\right)_{st} X_c + \left(\frac{\partial \overline{\Pi}_y}{\partial Y_c}\right)_{st} Y_c + \left(\frac{\partial \overline{\Pi}_y}{\partial \dot{X}_c}\right)_{st} \dot{X}_c + \left(\frac{\partial \overline{\Pi}_y}{\partial \dot{Y}_c}\right)_{st} \dot{Y}_c \end{aligned}\right\}. \tag{2.59}$$

Indeks st oznacza, że pochodne $\partial \overline{\Pi}_x / \partial X_c$, $\partial \Pi_x / \partial Y_c$ itd. obliczane są w punkcie równowagi statycznej czopa $(O_c)_{st}$.

Przyjmując następujące oznaczenia w zapisie tensorowym (rys. 2.31)

$$\left.\begin{aligned} \gamma_{11} &= \left(\frac{\partial \overline{\Pi}_x}{\partial X_c}\right)_{st} \quad \gamma_{12} = \left(\frac{\partial \overline{\Pi}_x}{\partial Y_c}\right)_{st} \\ \gamma_{21} &= \left(\frac{\partial \overline{\Pi}_y}{\partial X_c}\right)_{st} \quad \gamma_{22} = \left(\frac{\partial \overline{\Pi}_y}{\partial Y_c}\right)_{st} \end{aligned}\right\}, \tag{2.60}$$

$$\left.\begin{aligned} \beta_{11} &= \left(\frac{\partial \overline{\Pi}_x}{\partial \overset{|}{X}_c}\right)_{st} \quad \beta_{12} = \left(\frac{\partial \overline{\Pi}_x}{\partial \overset{|}{Y}_c}\right)_{st} \\ \beta_{21} &= \left(\frac{\partial \overline{\Pi}_y}{\partial \overset{|}{X}_c}\right)_{st} \quad \beta_{22} = \left(\frac{\partial \overline{\Pi}_y}{\partial \overset{|}{Y}_c}\right)_{st} \end{aligned}\right\}, \tag{2.61}$$

równanie (2.59) można też przedstawić w postaci:

$$\left.\begin{aligned} \overline{\Pi}_x - \overline{\Pi}_{x0} &= \gamma_{11} X_c + \gamma_{12} Y_c + \beta_{11} \overset{|}{X}_c + \beta_{12} \overset{|}{Y}_c \\ \overline{\Pi}_y - \overline{\Pi}_{y0} &= \gamma_{21} X_c + \gamma_{22} Y_c + \beta_{21} \overset{|}{X}_c + \beta_{22} \overset{|}{Y}_c \end{aligned}\right\}.$$

Współczynniki γ_{11}, γ_{12}, γ_{21}, γ_{22} – ogólnie $\gamma_{i,k}$ – są to bezwymiarowe współczynniki sztywności, natomiast β_{11}, β_{12}, β_{21}, β_{22} – ogólnie $\beta_{i,k}$ – bezwymiarowe współczynniki tłumienia.

W zw. (2.60) i (2.61) współczynniki sztywności $\gamma_{i,k}$ i tłumienia $\beta_{i,k}$ mają postać bezwymiarową, stosowną do sposobu ubezwymiarowienia składowych reakcji $\overline{\Pi}_x, \overline{\Pi}_y$ oraz przemieszczeń X_c, Y_c .

Ponieważ:

$$\overline{\Pi}_x = \frac{W_x \left(\Delta R/R\right)^2}{LD\ \mu_0 \omega}, \quad \overline{\Pi}_y = \frac{W_y \left(\Delta R/R\right)^2}{LD\ \mu_0 \omega},$$

natomiast:

$$X_c = \frac{x_c}{\Delta R}, \qquad Y_c = \frac{y_c}{\Delta R},$$

łatwo wyprowadzić, że

$$\left.\begin{aligned} \gamma_{i,k} &= c_{i,k} \frac{\left(\Delta R/R\right)^2 \Delta R}{DL\ \mu_0 \omega} = c_{i,k}\ S_0 \frac{\Delta R}{P_{st}} \\ \beta_{i,k} &= d_{i,k} \frac{\left(\Delta R/R\right)^2 \Delta R}{DL\ \mu_0} = d_{i,k} \omega\ S_0 \frac{\Delta R}{P_{st}} \end{aligned}\right., \tag{2.62}$$

gdzie:
$c_{i,k}$ – współczynniki sztywności wymiarowe w [N/m],
$d_{i,k}$ – współczynniki tłumienia wymiarowe w [Ns/m],
natomiast:

$$S_0 = \frac{P_{st} \left(\Delta R/R\right)^2}{LD\ \mu_0 \omega} \quad \text{oraz} \quad P_{st} = \sqrt{W_{x0}^2 + W_{y0}^2}.$$

Symbol S_0 oznacza tu oczywiście liczbę Sommerfelda, natomiast W_{x0}, W_{y0} składowe reakcji filmu w punkcie równowagi statycznej $(O_c)_{st}$.

Tradycyjne podejście do zagadnienia wyznaczenia tych współczynników polega na przyjęciu małych przyrostów ΔX_c, ΔY_c, $\Delta \overset{|}{X}_c, \Delta \overset{|}{Y}_c$ i obliczaniu reakcji $\overline{\Pi}_x, \overline{\Pi}_y$ dla kolejnych ich wartości (co oznacza czterokrotne rozwiązanie równania Reynoldsa) a następnie obliczaniu pochodnych według najprostszej przybliżonej zależności, np. $\gamma_{11} = \left(\overline{\Pi}_x - \overline{\Pi}_{x0}\right) / \Delta X_c$. Metoda ta jest mało dokładna (wynik zależy bowiem od wielkości przyjętych przyrostów ΔX_c, $\Delta Y_c \ldots$). Ponadto istnieje

niebezpieczeństwo, że dla zbyt małych przyrostów ΔX_c, $\Delta Y_c \ldots$ wejdziemy już w zakres znacznych błędów numerycznych (dokładność obliczeń maszyny cyfrowej).

Przedstawimy teraz nowoczesną, bardzo dokładną i szybką metodę obliczania współczynników sztywności i tłumienia opartą na rachunku perturbacji.

Punktem wyjścia do naszych rozważań jest postać równania Reynoldsa (2.57) właściwa dla złożonego diatermicznego modelu cieplnego, w którym odniesiona lepkość środka smarnego M jest funkcją trzech współrzędnych geometrycznych

$$M = f(\psi, Y, Z),$$

a kształt szczeliny smarnej H jest funkcją obu współrzędnych powierzchniowych

$$H = f(\psi, Z).$$

Metoda perturbacji polega na rozwinięciu w szereg Taylora w punkcie równowagi statycznej $(O_c)_{st}$ wszystkich członów wchodzących w skład równania (2.57) i odzwierciedlających wzajemne zależności pomiędzy siłami i przemieszczeniami (w naszym przypadku pomiędzy ciśnieniem Π i kształtem szczeliny H) według parametrów zakłócających X_c, Y_c, $\overset{|}{X}_c$, $\overset{|}{Y}_c$.

Nie ma więc potrzeby rozwijania w szereg Taylora całek $\overline{A}$ i $\overline{B}$, gdyż są one funkcjami lepkości M, a ta z kolei nie zależy, w przyjętym modelu, bezpośrednio od ciśnienia Π (lepkość M zależy pośrednio od ciśnienia Π; zależność ta jest jednak minimalna przy małych przemieszczeniach względnych czopa i panwi – stąd możemy ją zaniedbać).

Rozwinięcie w szereg Taylora wyrażeń na ciśnienie Π i kształt szczeliny H przyjmie postać:

$$\left.\begin{aligned} \Pi &= \Pi_{st} + \left(\frac{\partial \Pi}{\partial X_c}\right)_{st} X_c + \left(\frac{\partial \Pi}{\partial Y_c}\right)_{st} Y_c + \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \overset{|}{X}_c}\right)_{st} \overset{|}{X}_c + \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \overset{|}{Y}_c}\right)_{st} \overset{|}{Y} \\ H &= H_{st} + \left(\frac{\partial H}{\partial X_c}\right)_{st} X_c + \left(\frac{\partial H}{\partial Y_c}\right)_{st} Y_c \end{aligned}\right\}. \quad (2.63)$$

Można wykazać, że poszukiwane współczynniki sztywności $\gamma_{i,k}$ i tłumienia $\beta_{i,k}$ dadzą się przedstawić w postaci:

$$\left.\begin{aligned}
\gamma_{11} &= -\frac{1}{4}\int_{-1}^{1}\int_{\psi_1}^{\psi_2}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial X_c}\right)_{st}\cos\psi\; d\psi dZ\\
\gamma_{21} &= -\frac{1}{4}\int_{-1}^{1}\int_{\psi_1}^{\psi_2}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial X_c}\right)_{st}\sin\psi\; d\psi dZ\\
\gamma_{12} &= -\frac{1}{4}\int_{-1}^{1}\int_{\psi_1}^{\psi_2}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial Y_c}\right)_{st}\cos\psi\; d\psi dZ\\
\gamma_{22} &= -\frac{1}{4}\int_{-1}^{1}\int_{\psi_1}^{\psi_2}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial Y_c}\right)_{st}\sin\psi\; d\psi dZ\\
\beta_{11} &= -\frac{1}{4}\int_{-1}^{1}\int_{\psi_1}^{\psi_2}\left(\frac{\partial\Pi}{\overset{|}{\partial X_c}}\right)_{st}\cos\psi\; d\psi dZ\\
\beta_{21} &= -\frac{1}{4}\int_{-1}^{1}\int_{\psi_1}^{\psi_2}\left(\frac{\partial\Pi}{\overset{|}{\partial X_c}}\right)_{st}\sin\psi\; d\psi dZ\\
\beta_{12} &= -\frac{1}{4}\int_{-1}^{1}\int_{\psi_1}^{\psi_2}\left(\frac{\partial\Pi}{\overset{|}{\partial Y_c}}\right)_{st}\cos\psi\; d\psi dZ\\
\beta_{22} &= -\frac{1}{4}\int_{-1}^{1}\int_{\psi_1}^{\psi_2}\left(\frac{\partial\Pi}{\overset{|}{\partial Y_c}}\right)_{st}\sin\psi\; d\psi dZ
\end{aligned}\right\}. \tag{2.64}$$

Aby wyznaczyć rozkłady $(\partial\Pi/\partial X_c)_{st}\ldots\left(\partial\Pi/\partial\overset{|}{Y}_c\right)_{st}$ musimy rozwinąć w szereg Taylora również pochodne ciśnienia Π i kształtu szczeliny H wchodzące w skład równania (2.57):

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial\Pi}{\partial\psi} &= \left(\frac{\partial\Pi}{\partial\psi}\right)_{st} + \frac{\partial}{\partial\psi}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial X_c}\right)_{st}X_c + \frac{\partial}{\partial\psi}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial Y_c}\right)_{st}Y_c +\\
&\quad + \frac{\partial}{\partial\psi}\left(\frac{\partial\Pi}{\overset{|}{\partial X_c}}\right)_{st}\overset{|}{X}_c + \frac{\partial}{\partial\psi}\left(\frac{\partial\Pi}{\overset{|}{\partial Y_c}}\right)_{st}\overset{|}{Y}_c\\
\frac{\partial^2\Pi}{\partial\psi^2} &= \left(\frac{\partial^2\Pi}{\partial\psi^2}\right)_{st} + \frac{\partial^2}{\partial\psi^2}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial X_c}\right)_{st}X_c + \frac{\partial^2}{\partial\psi^2}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial Y_c}\right)_{st}Y_c +\\
&\quad + \frac{\partial^2}{\partial\psi^2}\left(\frac{\partial\Pi}{\overset{|}{\partial X_c}}\right)_{st}\overset{|}{X}_c + \frac{\partial^2}{\partial\psi^2}\left(\frac{\partial\Pi}{\overset{|}{\partial Y_c}}\right)_{st}\overset{|}{Y}_c\\
\frac{\partial H}{\partial\psi} &= \left(\frac{\partial H}{\partial\psi}\right)_{st} + \left(\frac{\partial^2 H}{\partial\psi\partial X_c}\right)_{st}X_c + \left(\frac{\partial^2 H}{\partial\psi\partial Y_c}\right)_{st}Y_c
\end{aligned}\right\}. \tag{2.65}$$

W analogiczny sposób rozwijamy pochodne $(\partial\Pi/\partial Z)$, $\partial^2\Pi/\partial Z^2$ oraz $\partial H/\partial Z$.

$$\left.\begin{aligned}
\tfrac{\partial H}{\partial \tau} &= \left(\tfrac{\partial H}{\partial X_c}\right)_{st} \overset{|}{X}_c + \left(\tfrac{\partial H}{\partial Y_c}\right)_{st} \overset{|}{Y}_c \\
H^2 &= H_{st}^2 + 2H_{st}\left(\tfrac{\partial H}{\partial X_c}\right)_{st} X_c + 2H_{st}\left(\tfrac{\partial H}{\partial Y_c}\right)_{st} Y_c \\
H^3 &= H_{st}^3 + 3H_{st}^2\left(\tfrac{\partial H}{\partial X_c}\right)_{st} X_c + 3H_{st}^2\left(\tfrac{\partial H}{\partial Y_c}\right)_{st} Y_c
\end{aligned}\right\}. \tag{2.66}$$

Powyższe wyrażenie wstawiamy teraz do równania Reynoldsa (2.50), wykonujemy odpowiednie mnożenie, opuszczamy wszystkie człony zawierające iloczyny $X_c\ X_c$, $X_c\ Y_c$, $X_c \overset{|}{Y}_c \ldots$, a następnie przyporządkowujemy wyrażenia względem X_c, Y_c $\overset{|}{X}_c$, $\overset{|}{Y}_c$. Porównując wyrażenia lewej i prawej strony równania Reynoldsa według X_c, $\overset{|}{X}_c$, Y_c, $\overset{|}{Y}_c$, pozostawiając poszukiwane rozkłady $(\partial\Pi/\partial X_c)_{st} \ldots (\partial\Pi/\partial \overset{|}{Y}_c)_{st}$ po lewej stronie, a wszystkie inne wyrażenia po prawej, po odpowiednim uporządkowaniu dochodzimy ostatecznie do czterech równań różniczkowych zakłócających i jednego równania „niezaburzonego”:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial\psi}\left[H_{st}^3\overline{A}\frac{\partial}{\partial\psi}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial X_c}\right)_{st}\right] + \left(\frac{D}{L}\right)^2\frac{\partial}{\partial Z}\left[H_{st}^3\overline{A}\frac{\partial}{\partial Z}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial X_c}\right)_{st}\right] = R_x \\
&\frac{\partial}{\partial\psi}\left[H_{st}^3\overline{A}\frac{\partial}{\partial\psi}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial \overset{|}{X}_c}\right)_{st}\right] + \left(\frac{D}{L}\right)^2\frac{\partial}{\partial Z}\left[H_{st}^3\overline{A}\frac{\partial}{\partial Z}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial \overset{|}{X}_c}\right)_{st}\right] = R_{\overset{|}{x}} \\
&\frac{\partial}{\partial\psi}\left[H_{st}^3\overline{A}\frac{\partial}{\partial\psi}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial Y_c}\right)_{st}\right] + \left(\frac{D}{L}\right)^2\frac{\partial}{\partial Z}\left[H_{st}^3\overline{A}\frac{\partial}{\partial Z}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial Y_c}\right)_{st}\right] = R_y \\
&\frac{\partial}{\partial\psi}\left[H_{st}^3\overline{A}\frac{\partial}{\partial\psi}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial \overset{|}{Y}_c}\right)_{st}\right] + \left(\frac{D}{L}\right)^2\frac{\partial}{\partial Z}\left[H_{st}^3\overline{A}\frac{\partial}{\partial Z}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial \overset{|}{Y}_c}\right)_{st}\right] = R_{\overset{|}{y}} \\
&\frac{\partial}{\partial\psi}\left[H_{st}^3\overline{A}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial\psi}\right)_{st}\right] + \left(\frac{D}{L}\right)^2\frac{\partial}{\partial Z}\left[H_{st}^3\overline{A}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial Z}\right)_{st}\right] = R_{st}
\end{aligned}\right\}, \tag{2.67}$$

gdzie:

$$\left.\begin{aligned}
R_x &= \frac{\partial R_{st}}{\partial X_c} + R_{xA} \\
R_{\overset{|}{x}} &= -\left(\frac{\partial H}{\partial X_c}\right)_{st} \\
R_y &= \frac{\partial R_{st}}{\partial Y_c} + R_{yA} \\
R_{\overset{|}{y}} &= -\left(\frac{\partial H}{\partial Y_c}\right)_{st}
\end{aligned}\right\}, \tag{2.68}$$

natomiast:

$$\left.\begin{aligned}
&R_{st} = \left(\frac{\partial H}{\partial \psi}\right)_{st}\left(\overline{B}-1\right) + H_{st}\frac{\partial \overline{B}}{\partial \psi}\\
&\frac{\partial R_{st}}{\partial X_c} = \left(\frac{\partial^2 H}{\partial \psi \partial X_c}\right)_{st}\left(\overline{B}-1\right) + \left(\frac{\partial H}{\partial X_c}\right)_{st}\frac{\partial \overline{B}}{\partial \psi}\\
&\frac{\partial R_{st}}{\partial Y_c} = \left(\frac{\partial^2 H}{\partial \psi \partial Y_c}\right)_{st}\left(\overline{B}-1\right) + \left(\frac{\partial H}{\partial Y_c}\right)_{st}\frac{\partial \overline{B}}{\partial \psi}\\
&R_{xA} = -3\left\{\frac{R_{st}}{H_{st}}\left(\frac{\partial H}{\partial X_c}\right)_{st} + H_{st}\left(\frac{\partial H}{\partial \psi}\right)_{st}\left[H_{st}\overline{A}\,\left(\frac{\partial^2 H}{\partial \psi \partial X_c}\right)_{st} -\right.\right.\\
&-\overline{A}\left(\frac{\partial H}{\partial \psi}\right)_{st}\left(\frac{\partial H}{\partial X_c}\right)_{st}\Big] + \left(\frac{D}{L}\right)^2 H_{st}\left(\frac{\partial \Pi}{\partial Z}\right)_{st}\Big[H_{st}\overline{A}\,\left(\frac{\partial^2 H}{\partial Z \partial X_c}\right)_{st} -\\
&\left.\left.-\overline{A}\left(\frac{\partial H}{\partial Z}\right)_{st}\left(\frac{\partial H}{\partial X_c}\right)_{st}\Big]\right\}\\
&R_{yA} = -3\left\{\frac{R_{st}}{H_{st}}\left(\frac{\partial H}{\partial Y_c}\right)_{st} + H_{st}\left(\frac{\partial H}{\partial \psi}\right)_{st}\left[H_{st}\overline{A}\,\left(\frac{\partial^2 H}{\partial \psi \partial Y_c}\right)_{st} -\right.\right.\\
&-\overline{A}\left(\frac{\partial H}{\partial \psi}\right)_{st}\left(\frac{\partial H}{\partial Y_c}\right)_{st}\Big] + \left(\frac{D}{L}\right)^2 H_{st}\left(\frac{\partial \Pi}{\partial Z}\right)_{st}\Big[H_{st}\overline{A}\,\left(\frac{\partial^2 H}{\partial Z \partial Y_c}\right)_{st} -\\
&\left.\left.-\overline{A}\left(\frac{\partial H}{\partial Z}\right)_{st}\left(\frac{\partial H}{\partial Y_c}\right)_{st}\Big]\right\}
\end{aligned}\right\}. \qquad (2.69)$$

Zauważamy, że równanie piąte „niezaburzone" z układu równań (2.67) jest po prostu równaniem Reynoldsa (2.57) w punkcie równowagi statycznej, a więc dla $\partial H/\partial \tau = 0$. Również lewa strona równań różniczkowych zakłócających jest podobna do równania Reynoldsa o czym się przekonamy, jeśli zamiast rozkładów $\partial \Pi/\partial X_c \ldots$ itd., położymy ciśnienie Π. Powyższe oznacza, że **wszystkie równania z układu (2.67), a więc łącznie z równaniem Reynoldsa (2.57) mogą być rozwiązywane według identycznego schematu numerycznego. Fakt ten jest ważny zarówno z uwagi na wygodę zapisu jak i szybkość obliczeń numerycznych.** Rozwiązaniem układu (2.67) są rozkłady $\partial \Pi/\partial X_c \ldots \partial \Pi/\partial \overset{|}{Y}_c$, które scałkowane według zależności (2.64) dają w efekcie poszukiwane współczynniki sztywności i tłumienia.

Odrębny problem stanowi określenie zależności $(\partial H/\partial X_c)_{st}$ oraz $\left(\partial H/\partial \overset{|}{Y}_c\right)_{st}$. Kształt szczeliny smarnej dla poprzecznych łożysk ślizgowych (dla dowolnego jej wycinka) można opisać za pomocą powszechnie przyjmowanego wyrażenia z wykorzystaniem funkcji *cosinus:*

$$H\left(\psi, Z_p, \varepsilon_i, \gamma_i\right) = 1 - \varepsilon_i \cos\left(\psi - \gamma_i\right) + H_\delta\left(\psi, Z_p\right),$$

gdzie:

ε_i, γ_i – parametry związane z położeniem środka czopa ε, γ oraz rodzajem luzu,

$H_\delta(\psi, Z_p)$ – odchyłki od założonego kształtu konstrukcyjnego.

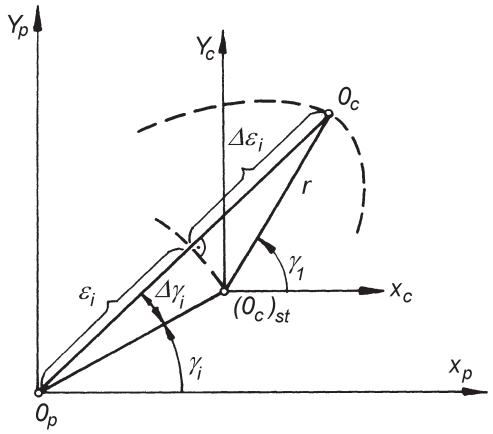
Interesują nas niewielkie oscylacje środka czopa wokół punktu równowagi statycznej, a więc niewielkie przyrosty $\Delta\varepsilon_i$, i $\Delta\gamma_i$. Oznacza to, że przyrosty te nie powodują zmian członu H_δ (ψ,Z_p), zależnego przede wszystkim od położenia czopa w punkcie równowagi statycznej i zewnętrznych warunków pracy łożyska.

Możemy więc napisać:

$$H = H_{st} + \left(\frac{\partial H}{\partial \varepsilon_i}\right)_{st} \Delta\varepsilon_i + \left(\frac{\partial H}{\partial \gamma_i}\right)_{st} \Delta\gamma_i,$$

przy czym:

$$\frac{\partial H}{\partial \varepsilon_i} = -\cos\,(\psi - \gamma_i)\,,$$
$$\frac{\partial H}{\partial \gamma_i} = -\varepsilon_i \sin\,(\psi - \gamma_i)\,.$$



Rys. 2.32. Zależności geometryczne przy ruchu czopa względem punktu równowagi statycznej

Wykorzystując zależności geometryczne jak na rys. 2.32 mamy:

$$\Delta\varepsilon_i = r\ \cos\ (\gamma_1 - \gamma_i)\,,$$

$$\Delta\gamma_i = \frac{r\ \sin\ (\gamma_1 - \gamma_i)}{\varepsilon_i},$$

oraz

$$X_c = r\cos\gamma_1, \quad Y_c = r\sin\gamma_1\ .$$

Uwzględniając zależności geometryczne typu:

$$\cos(\gamma_1 - \gamma_i) = \cos\gamma_1\cos\gamma_i + \sin\gamma_1\sin\gamma_i$$

i podobnie dla $\sin(\gamma_1 - \gamma_i)$, $\cos(\psi - \gamma_i)$, $\sin(\psi - \gamma_i)$, po uporządkowaniu otrzymamy ostatecznie:

$$H = H_{st} - X_c\cos\psi - Y_c\sin\psi\ ,$$

co oznacza:

$$\left.\begin{array}{ll} \left(\frac{\partial H}{\partial X_c}\right)_{st} = -\cos\psi & \left(\frac{\partial H}{\partial Y_c}\right)_{st} = -\sin\psi \\ \left(\frac{\partial^2 H}{\partial\psi\partial X_c}\right)_{st} = \sin\psi & \left(\frac{\partial^2 H}{\partial\psi\partial Y_c}\right)_{st} = -\cos\psi \\ \left(\frac{\partial^2 H}{\partial Z\partial X_c}\right)_{st} = 0 & \left(\frac{\partial^2 H}{\partial Z\partial Y_c}\right)_{st} = 0 \end{array}\right\}. \tag{2.70}$$

Jest interesujące, że zw. (2.70) nie zależą od ε_i, γ_i oraz Z_p a także członu H_δ. Mają więc charakter ogólny odnoszący się do wszystkich łożysk poprzecznych, dla których konstrukcyjny kształt szczeliny daje się opisać funkcją typu cosinus.

Uwzględniając zależności (2.70) prawe strony układu równań (2.67), a więc związki (2.68) i zw. (2.69) możemy napisać w postaci:

$$\left.\begin{array}{l} R_x = \frac{\partial R_{st}}{\partial X_c} + R_{xA} \qquad R_y = \frac{\partial R_{st}}{\partial Y_c} + R_{yA} \\ R_{\underset{x}{|}} = \cos\ \psi \qquad\qquad R_{\underset{y}{|}} = \sin\ \psi \\ R_{st} = \left(\frac{\partial H}{\partial\psi}\right)_{st}\left(\overline{B}-1\right) + H_{st}\frac{\partial\overline{B}}{\partial\psi} \\ \frac{\partial R_{st}}{\partial X_c} = \left(\overline{B}-1\right)\sin\ \psi - \frac{\partial\overline{B}}{\partial\psi}\cos\ \psi \\ \frac{\partial R_{st}}{\partial Y_c} = \left(1-\overline{B}\right)\cos\ \psi - \frac{\partial\overline{B}}{\partial\psi}\sin\ \psi \\ R_{xA} = 3\left\{\frac{R_{st}}{H_{st}}\cos\ \psi - H_{st}\overline{A}\ \left(\frac{\partial\Pi}{\partial\psi}\right)_{st}\left[H_{st}\sin\ \psi + \left(\frac{\partial H}{\partial\psi}\right)_{st}\cos\ \psi\right] - \right. \\ \qquad \left. - \left(\frac{D}{L}\right)^2 H_{st}\overline{A}\ \left(\frac{\partial\Pi}{\partial Z}\right)_{st}\left(\frac{\partial\Pi}{\partial Z}\right)_{st}\cos\ \psi\right\} \\ R_{yA} = 3\left\{\frac{R_{st}}{H_{st}}\sin\ \psi - H_{st}\overline{A}\ \left(\frac{\partial\Pi}{\partial\psi}\right)_{st}\left[-H_{st}\cos\ \psi + \left(\frac{\partial H}{\partial\psi}\right)_{st}\sin\ \psi\right] - \right. \\ \qquad \left. - \left(\frac{D}{L}\right)^2 H_{st}\overline{A}\ \left(\frac{\partial\Pi}{\partial Z}\right)_{st}\left(\frac{\partial H}{\partial Z}\right)_{st}\sin\ \psi\right\} \end{array}\right\}. \tag{2.71}$$

Zatem bezwymiarowe współczynniki sztywności i tłumienia filmu olejowego określone związkami (64) wyznaczamy rozwiązując równania różniczkowe zakłócające (67) z uwzględnieniem ich prawych stron w postaci (71). Wykorzystując natomiast związki (62) łatwo możemy uzyskać wartości tych współczynników w formie **wymiarowej**.

Opis nieliniowy

W sytuacji, kiedy mamy do czynienia z dużymi przemieszczeniami czopa w obrębie szczeliny smarnej, a więc w sytuacji przedstawionej na rys. 2.19b kiedy obowiązują zależności (2.18), przedstawiona wyżej procedura wyznaczania współczynników sztywności i tłumienia musi być odpowiednio zmodyfikowana. Jak się okazuje, metoda perturbacji może być z powodzeniem zastosowana również i w tym przypadku.

Załóżmy, że to, co do tej pory oznaczaliśmy jako punkt równowagi statycznej czopa $(O_c)_{st}$, oznacza teraz położenie czopa O_c dla wybranej chwili t_k przy jego dużych przemieszczeniach, tak jak to pokazuje rys. 2.19b. Dla tak określonej chwili t_k rozwiązujemy równanie Reynoldsa (2.57) wraz z jego członem dynamicznym $\partial H/\partial\tau$ czyli pochodnymi $\partial\varepsilon/\partial t$ i $\partial\gamma/\partial t$.

Jeżeli przyjmiemy, że dla dostatecznie małych przedziałów czasu $\Delta t = t_k - t_{k-1}$ znajdziemy dostatecznie małe przedziały przemieszczeń Δx oraz Δy w których możemy założyć, że własności filmu olejowego są stałe i opisane chwilowymi i stałymi w tych przedziałach „dynamicznymi" współczynnikami sztywności i tłumienia (rys. 2.19b), to cała procedura wyznaczania tych współczynników metodą perturbacyjną może być zastosowana również w przypadku opisu nieliniowego. Wystarczy bowiem w wyrażeniach określających prawe strony równań zakłócających (2.71) podstawić nową wartość na R_{st} którą będzie teraz prawa strona równania Reynoldsa (2.57) z członem dynamicznym czyli:

$$R_{st} = R^*_{st} = \frac{\partial H}{\partial \psi}\left(\overline{B} - 1\right) + H\frac{\partial \overline{B}}{\partial \psi} - \frac{\partial H}{\partial \tau}\,, \tag{2.72}$$

natomiast w równaniach zakłócających (2.67) zamiast ciśnienia Π obliczonego w punkcie równowagi statycznej podstawiamy teraz Π^* stanowiącego wynik rozwiązania „dynamicznego" równania Reynoldsa (2.57) dla określonej chwili t_k czyli:

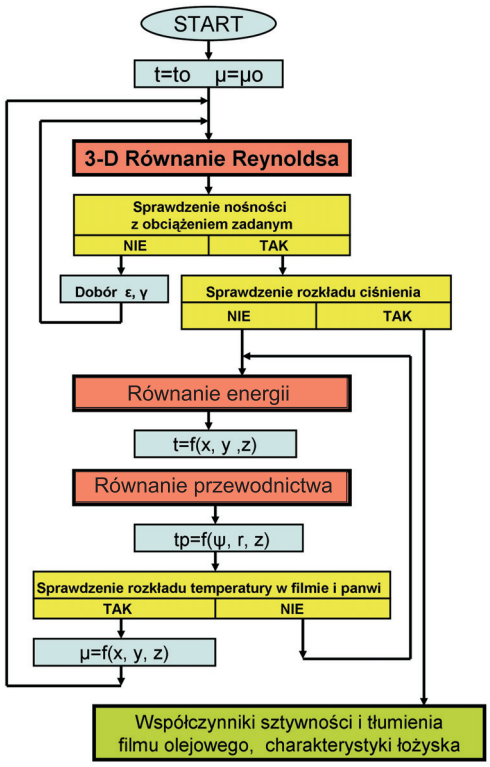
$$\Pi = \Pi^*. \tag{2.73}$$

Uwzględniając związki (2.72) i (2.73) możemy teraz całą perturbacyjną procedurę wyznaczania współczynników sztywności i tłumienia filmu smarnego powtórzyć tak jak dla przypadku opisu liniowego, czyli rozwiązać równania zakłócające (2.67) z uwzględnieniem związków (2.71) i ostatecznie związków (2.64).

2.2.3 Algorytm obliczeń

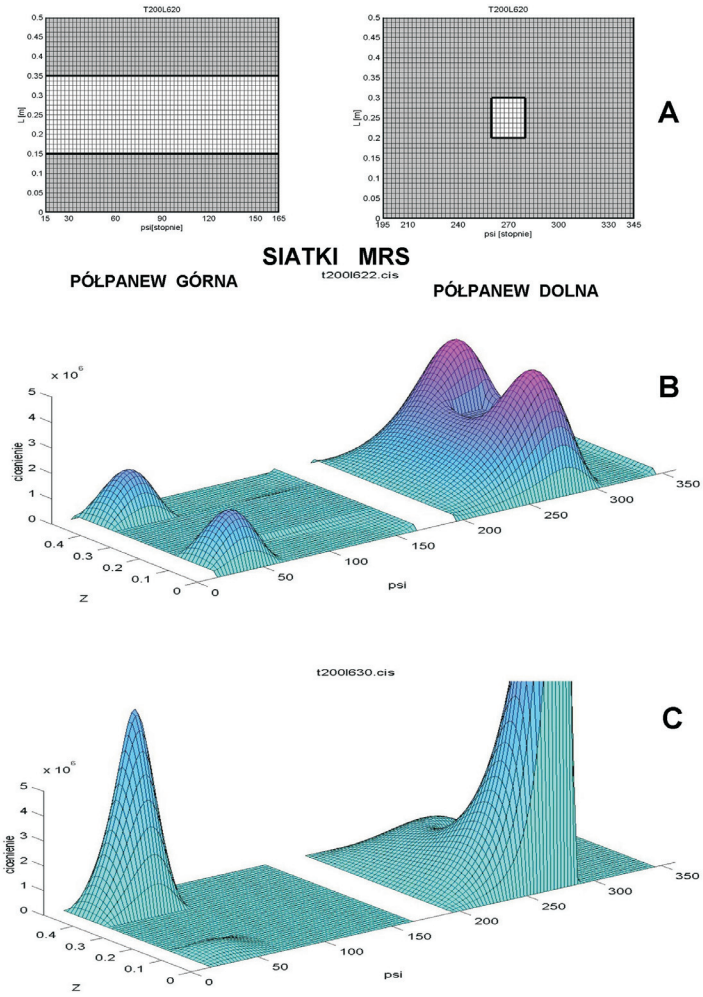
Przedstawione w podrozdziale 2.2.2 równania odnoszące się do łożysk ślizgowych, a więc równanie Reynoldsa (2.26), równanie energii (2.31), równanie przewodnictwa (2.43), równania kształtu szczeliny smarnej (2.51)-(2.55), równania zakłócające (2.67) i (2.71) czy wreszcie równania definiujące współczynniki sztywności i tłumienia filmu smarnego (2.64), tworzą spójną i logiczną całość, są one więc wzajemnie sprzężone. Fakt ten rodzi określone trudności w ich numerycznym rozwiązaniu. Dobór właściwego algorytmu obliczeń i właściwych metod numerycznych to kwestia wielu lat doświadczeń i prób zespołów badawczych zajmujących się tym problemem. Przedstawimy teraz algorytm obliczeń przyjęty w IMP PAN w Gdańsku, który sprawdził się w wielu praktycznych aplikacjach. Algorytm ten przedstawia rys. 2.33. Warto tu zauważyć, że równanie energii i przewodnictwa spięte zostały oddzielną pętlą iteracyjną. Wynika to z faktu, iż określone z równania energii warunki brzegowe dla równania przewodnictwa (gradienty temperatury w filmie) bardzo silnie wpływają na stabilność rozwiązania numerycznego. Zastosowanie wydzielonej pętli iteracyjnej oraz zastosowanie dodatkowo metod

relaksacyjnych z współczynnikiem relaksacji znacznie mniejszym od 1 umożliwia uzyskanie stabilnych rozwiązań.

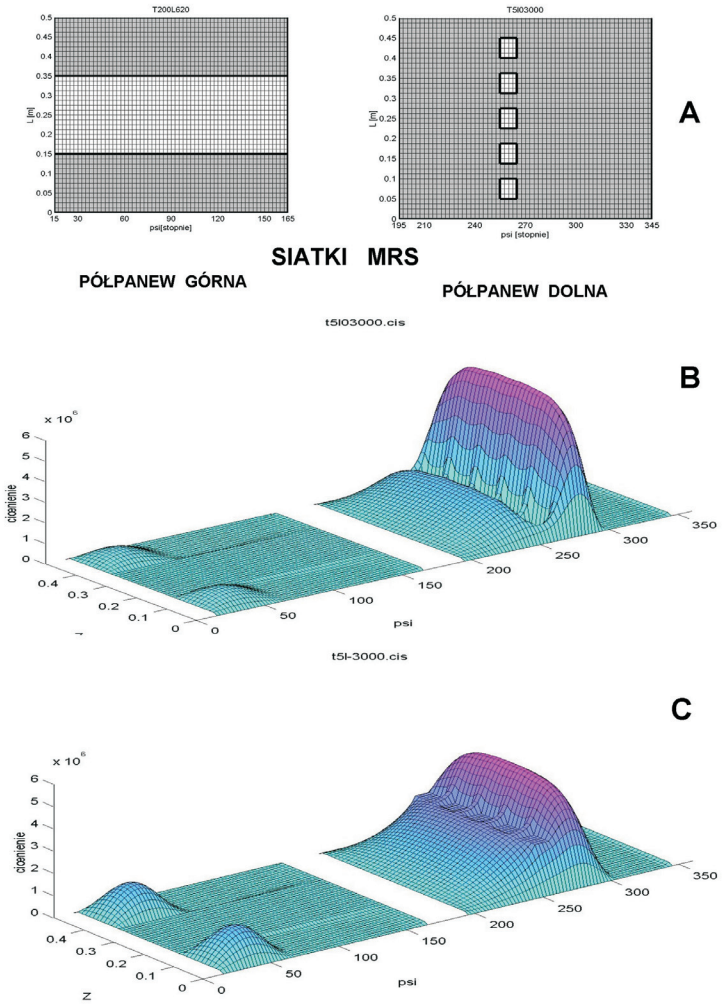


Rys. 2.33. Algorytm rozwiązania głównych równań tworzących diatermiczny model cieplny poprzecznego łożyska ślizgowego

Równanie Reynoldsa (2.26) oraz równania zakłócające (2.67) i (2.71) rozwiązywane są według identycznego schematu siatek MRS w płaszczyźnie $x - z$ (lub ψ, z) metodą iteracyjną SOR. W procesie rozwiązywania numerycznego tych równań łatwo możemy dowolnym węzłom siatki MRS przypisać stałe wartości ciśnienia, formułując tym samym dodatkowe (poza określonymi w podrozdziale 2.2.2.1) warunki brzegowe. W połączeniu z równaniami kształtu szczeliny smarnej (2.51)-(2.55) otwiera to nowe możliwości opisu łożysk z **kieszeniami lewarowymi i ciśnieniem lewarowym** i tym samym łożysk ze **smarowaniem hybrydowym.** Przykłady siatek MRS z kieszeniami lewarowymi wraz z przykładami rozwiązania tych równań (rozkładami ciśnienia hybrydowego: hydrodynamicznego i hydrostatycznego) przedstawiają rys. 2.34 oraz 2.35.



Rys. 2.34. Przykład siatki MRS z rowkiem olejowym (półpanew górna) i jedną kieszenią lewarową (półpanew dolna) – A; rozkład ciśnienia w filmie przy zasilaniu lewarowym (smarowanie hybrydowe) – B; Smarowanie hybrydowe w warunkach zukosowanej panwi – C



Rys. 2.35. Przykład siatki MRS z rowkiem olejowym i kieszeniami lewarowymi typowej dla łożysk turbinowych – A; rozkład ciśnienia w filmie olejowym przy braku zasilania lewarowego – B i z ciśnieniem lewarowym – C

2.3 Podstawowe równania dynamiki

Stosownie do rozważań prowadzonych na początku tego rozdziału (patrz: uwagi w ramce) przedstawimy teraz zestaw równań odnoszący się do bardzo prostego modelu wirnika ułożyskowanego ślizgowo, a mianowicie **wirnika jednomasowego i symetrycznego.** Równania ruchu w tym przypadku można przedstawić w eleganckiej, analitycznej formie. Punktem wyjścia będą oczywiście współczynniki sztywności i tłumienia filmu olejowego wyznaczone ze związków (2.67), (2.71) i (2.64) dla określonego punktu równowagi statycznej czopa $(O_c)_{st}$. Powyższe stwarza nam bardzo interesującą możliwość kombinacji modeli. Współczynniki sztywności i tłumienia łożysk ślizgowych możemy określić bazując zarówno na prostym (izotermicznym) jak i złożonym (diatermicznym) modelu łożyska i tak określone współczynniki wprowadzić do prostego modelu wirnika. Ilustruje to schemat na rys. 2.36.



Rys. 2.36. Możliwe kombinacje prostego modelu wirnika z modelami łożyska

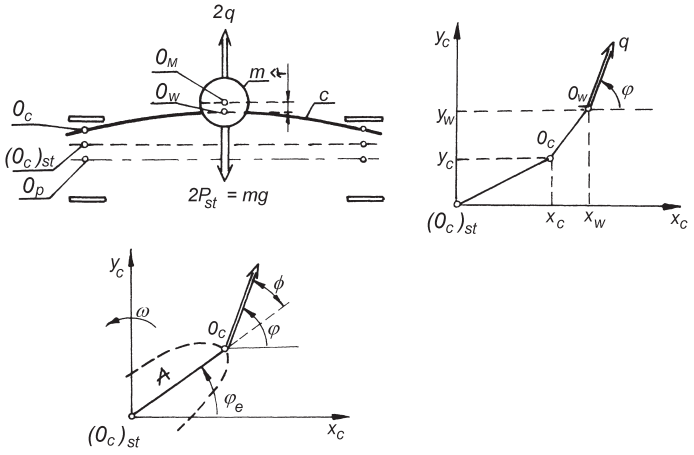
Wbrew pozorom taki model nie zawsze musi odbiegać zbyt mocno od modelu rzeczywistego. Wyobraźmy sobie sytuację, kiedy mamy do czynienia z bardzo sztywnym i w miarę symetrycznym wirnikiem oraz niewielkimi, sinusoidalnie zmiennymi w czasie, siłami zewnętrznymi wymuszającymi drgania układu. Taki układ dość dobrze opisują wspomniane powyżej modele kombinowane: prosty lub złożony model łożyska – prosty model wirnika. Również w przypadkach, kiedy chcemy głównie analizować własności samych łożysk ślizgowych (np.: nowo zaprojektowanych) to zawsze lepiej jest to uczynić w powiązaniu z wirnikiem nawet prostym niż zupełnie go pomijając (co jest niestety powszechną praktyką). Wynika to z faktu oczywistych związków jakie zachodzą pomiędzy łożyskami i maszyną, o czym pisaliśmy wcześniej.

Oczywiście we wszystkich innych przypadkach musimy stosować złożony model wirnika wielomasowego i wielopodporowego opisanego w podrozdziale 2.1 skojarzonego z diatermicznym modelem łożysk ślizgowych przedstawionym w rozdziale 2.2 i z macierzami podatności dynamicznej konstrukcji podpierającej opisanymi w rozdziale 1.

2.3.1 Równania ruchu dla wirnika jednomasowego i symetrycznego

Przyjmijmy do rozważań prosty model wirnik-łożyska z wirnikiem jednomasowym, symetrycznym ułożyskowanym na dwóch identycznych łożyskach. Przyjmując za podstawę rozważań współczynniki sztywności i tłumienia filmu olejowego możemy uzyskać interesujące i praktyczne informacje odnośnie własności dynamicznych takiego układu takie jak: częstości drgań własnych, granica stabilności lub też parametry elipsy drgań w przypadku różnego rodzaju wymuszeń zewnętrznych.

Wyprowadźmy podstawowe równania opisujące tego rodzaju układ. Przyjmijmy do rozważań model układu wirnik-łożyska jak na rys. 2.37. Pod wpływem działania siły wymuszającej $2q$ przyłożonej w środku masy wirnika, czop łożyska wykonuje małe oscylacje względem punktu równowagi statycznej $(O_c)_{st}$. Reakcje hydrodynamiczne filmu olejowego możemy więc przedstawić w postaci (w układzie $x_c - y_c$ – rys. 2.37):



Rys. 2.37. Prosty model układu wirnik-łożyska

$$\left.\begin{aligned} \Delta W_x &= W_x - W_{x_o} = c_{11}x_c + c_{12}y_c + d_{11}\dot{x}_c + d_{12}\dot{y}_c \\ \Delta W_y &= W_y - W_{y_o} = c_{21}x_c + c_{22}y_c + d_{21}\dot{x}_c + d_{22}y_c \end{aligned}\right\}, \tag{2.74}$$

gdzie: c_{ik} oraz d_{ik} to współczynniki sztywności i tłumienia filmu olejowego

Podatność wirnika określimy poprzez stałą sprężystości wału (sztywność) c w [N/m] lub strzałką ugięcia spowodowaną ciężarem własnym wirnika:

$$f_{st} = \frac{mg}{c} \qquad [\mathrm{m}]\ .$$

Równania ruchu środka masy wirnika O_w przyjmą postać (dla wygody zapisu

opuścimy indeks c oznaczający opis w układzie współrzędnych x_c, y_c):

$$\left.\begin{aligned} -m\ddot{x}_w - c(x_w - x) + 2q_x = 0 \\ -m\ddot{y}_w - c(y_w - y) + 2q_y = 0 \end{aligned}\right\}, \tag{2.75}$$

natomiast dla czopa O_c będzie:

$$\left.\begin{aligned} 2\Delta W_x + c(x_w - x) = 0 \\ 2\Delta W_y + c(y_w - y) = 0 \end{aligned}\right\}, \tag{2.76}$$

gdzie: x_w, y_w oznaczają współrzędne ruchu środka wirnika; x, y – współrzędne ruchu środka czopa w układzie współrzędnych $x_c - y_c$ związanym z punktem równowagi statycznej $(O_c)_{st}$.

Wyznaczając ze zw. (2.74) wyrażenia na $x_w - y_w$ i różniczkując dwukrotnie względem czasu t, a następnie wstawiając wynik do zw. (2.75) otrzymamy

$$\left.\begin{aligned} -m(\ddot{x} - \tfrac{2}{c}\Delta\ddot{W}_x) + 2\Delta W_x + 2q_x = 0 \\ -m(\ddot{y} - \tfrac{2}{c}\Delta\ddot{W}_y) + 2\Delta W_y + 2q_y = 0 \end{aligned}\right\}, \tag{2.77}$$

gdzie ΔW_x, ΔW_y opisują zw. (2.74).

Przyjmijmy następujące wielkości bezwymiarowe:

$X = \frac{x}{\Delta R} \quad Y = \frac{y}{\Delta R}$	dla współrzędnych z układu x_c, y_c,
$\tau = \omega t$	bezwymiarowy czas,
$(^{'}) = \frac{\partial}{\partial \tau}, \quad (\dot{}) = \frac{\partial}{\partial t} = \omega \frac{\partial}{\partial \tau}$	różniczkowanie względem bezwymiarowego czasu τ,
$\Delta\overline{\Pi}_{x,y} = \frac{\Delta W_{x,y}(\Delta R/R)^2}{LD\ \mu_0\omega}$	bezwymiarowe przyrosty reakcji hydrodynamicznej,
$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\Delta R}}$	wymiarowy parametr odniesienia w [rd/s] (g – przyspieszenie ziemskie),
$\alpha_0 = S_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$	bezwymiarowa „masa" wirnika,
$Q_{x,y} = \frac{q_{x,y}}{LD} \frac{(\Delta R/R)^2}{\mu_0\omega}$	bezwymiarowe składowe siły wymuszającej drgania układu,
$\hat{\mu} = \frac{f_{st}}{\Delta R} = \frac{mg}{c\Delta R}$	względna elastyczność wirnika,
$S_0 = \frac{P_{st}}{LD} \frac{(\Delta R/R)^2}{\mu_0\omega}$	liczba Sommerfelda, P_{st} - obciążenie statyczne łożyska.

Równanie ruchu (2.77) możemy teraz napisać w postaci

$$\left.\begin{aligned} -\alpha_0 \overset{||}{X} + \hat{\mu}\Delta \overset{||}{\underset{x}{\Pi}}(\frac{\omega}{\omega_0})^2 + \Delta\overline{\Pi}_x + Q_x = 0 \\ -\alpha_0 \overset{||}{Y} + \hat{\mu}\Delta \overset{||}{\underset{y}{\Pi}}(\frac{\omega}{\omega_0})^2 + \Delta\overline{\Pi}_y + Q_y = 0 \end{aligned}\right\}, \tag{2.78}$$

gdzie

$$\left.\begin{aligned} \Delta\overline{\Pi}_x = \gamma_{11}X + \gamma_{12}Y + \beta_{11}\overset{|}{X} + \beta_{12}\overset{|}{Y} \\ \Delta\overline{\Pi}_y = \gamma_{21}X + \gamma_{22}Y + \beta_{21}\overset{|}{X} + \beta_{22}\overset{|}{Y} \end{aligned}\right\}, \tag{2.79}$$

natomiast współczynniki $\gamma_{i,k}$, $\beta_{i,k}$ określają zw. (2.64).

Równania (2.78) obejmują zarówno przypadek wirnika nieskończenie sztywnego ($\hat{\mu} = 0$) jak i bezmasowego ($\alpha_0 = 0$) – mają więc one dla przyjętego modelu – charakter ogólny.

2.3.2 Drgania wymuszone

Załóżmy, że działająca na układ siła $2q$ (rys. 2.37) jest siłą okresową, periodycznie zmienną, przy czym prędkość kątowa tych zmian może być różna od prędkości wirowania wirnika. Rozpatrzmy trzy przypadki:

- siły stałej wirującej z częstotliwością Ω,
- siły jednokierunkowej pulsującej z częstotliwością Λ,
- siły stałej wirującej pochodzącej od niewywagi wirnika $\Omega = \omega$.

Stała siła wirująca

Siłę q (wymiarową lub Q (bezwymiarową) możemy zdefiniować następująco

$$\left.\begin{aligned} q = r_B P_{st} \\ \varphi = k_\Omega \omega t \end{aligned}\right\} \quad \text{lub} \quad \left.\begin{aligned} Q = r_B S_0 \\ \varphi = k_\Omega \tau \end{aligned}\right\}, \tag{2.80}$$

gdzie

$$k_\Omega = \pm\Omega/\omega\,,$$

co oznacza że stała siła q, będąca częścią obciążenia wirnika P_{st}, wiruje w kierunku zgodnym lub przeciwnym do kierunku wirowania wirnika z prędkością stałą lecz różną od prędkości ω.

Składowe siły Q będą miały postać:

$$Q_x = r_B S_0 \cos(k_\Omega \tau),$$

$$Q_y = r_B S_0 \sin(k_\Omega \tau).$$

Przewidując rozwiązanie równania (78) w postaci:

$$\left.\begin{aligned} X = A_\Omega \sin(k_\Omega\tau) + B_\Omega \cos(k_\Omega\tau) \\ Y = C_\Omega \sin(k_\Omega\tau) + D_\Omega \cos(k_\Omega\tau) \end{aligned}\right\} \tag{2.81}$$

a następnie różniczkując względem τ związki (2.81), oraz (2.79), równanie (2.78) po przekształceniach możemy przedstawić następująco:

$$\begin{bmatrix} -\frac{\alpha_0}{\omega^*}k_\Omega^2-\gamma_{11} & \beta_{11}k_\Omega & -\gamma_{12} & \beta_{12}k_\Omega \\ -\beta_{11}k_\Omega & -\frac{\alpha_0}{\omega^*}k_\Omega^2-\gamma_{11} & -\beta_{12}k_\Omega & -\gamma_{12} \\ -\gamma_{21} & \beta_{21}k_\Omega & -\frac{\alpha_0}{\omega^*}k_\Omega^2-\gamma_{22} & \beta_{22}k_\Omega \\ -\beta_{21}k_\Omega & -\gamma_{21} & -\beta_{22}k_\Omega & -\frac{\alpha_0}{\omega^*}k_\Omega^2-\gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_\Omega \\ B_\Omega \\ C_\Omega \\ D_\Omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{r_B S_0}{\omega^*} \\ \frac{r_B S_0}{\omega^*} \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{2.82}$$

gdzie $\omega^* = 1 - \hat{\mu}k_\Omega^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$.

Rozwiązanie układu równań (2.82) daje poszukiwane wartości A_Ω, B_Ω, C_Ω, D_Ω, które jednoznacznie określają wszystkie parametry charakterystyczne elipsy drgań (zw. 2.81), a więc amplitudę drgań, kąt nachylenia osi dużej czy kąt przesunięcia fazowego.

Jednokierunkowa siła pulsująca

Przypadek ten możemy opisać następująco

$$\left.\begin{array}{l} q = r_A P_{st}\sin(k_\Lambda \omega t) \\ \varphi = \varphi_0 \end{array}\right\} \text{ lub } \left.\begin{array}{l} Q = r_A S_0 \sin(k_\Lambda \tau) \\ \varphi = \varphi_0 \end{array}\right\}, \tag{2.83}$$

gdzie

$$k_\Lambda = \pm\Lambda/\omega,$$

co oznacza, że przyłożona do układu pod stałym kierunkiem φ_0 siła q pulsuje sinusoidalnie z prędkością Λ stałą lecz różną od prędkości kątowej wirowania wirnika ω.

Składowe siły Q będą miały postać:

$$\begin{aligned} Q_x &= r_A S_0 \sin(k_\Lambda \tau)\cos\varphi_0 \ , \\ Q_y &= r_A S_0 \sin(k_\Lambda \tau)\sin\varphi_0 \ . \end{aligned}$$

Tak jak poprzednio przewidujemy rozwiązanie równania (2.78) w postaci:

$$\left.\begin{array}{l} X = A_\Lambda \sin(k_\Lambda \tau) + B_\Lambda \cos(k_\Lambda \tau) \\ Y = C_\Lambda \sin(k_\Lambda \tau) + D_\Lambda \cos(k_\Lambda \tau) \end{array}\right\}, \tag{2.84}$$

co sprowadza równanie (78) do następującego układu:

$$\begin{bmatrix} -\frac{\alpha_0}{\omega^*}k_\Lambda^2-\gamma_{11} & \beta_{11}k_\Lambda & -\gamma_{12} & \beta_{12}k_\Lambda \\ -\beta_{11}k_\Lambda & -\frac{\alpha_0}{\omega^*}k_\Lambda^2-\gamma_{11} & -\beta_{12}k_\Lambda & -\gamma_{12} \\ -\gamma_{21} & \beta_{21}k_\Lambda & -\frac{\alpha_0}{\omega^*}k_\Lambda^2-\gamma_{22} & \beta_{22}k_\Lambda \\ -\beta_{21}k_\Lambda & -\gamma_{21} & -\beta_{22}k_\Lambda & -\frac{\alpha_0}{\omega^*}k_\Lambda^2-\gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_\Lambda \\ B_\Lambda \\ C_\Lambda \\ D_\Lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{r_A S_0 \cos\varphi_0}{\omega^*} \\ \frac{r_A S_0 \sin\varphi_0}{\omega^*} \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{2.85}$$

gdzie $\omega^* = 1 - \hat{\mu} k_\Lambda^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$.

Drgania spowodowane niewyważeniem wirnika

Największe znaczenie, z praktycznego punktu widzenia, mają drgania układu spowodowane niewyważeniem wirujących mas. W naszym modelu, przyjmując, że promień niewyważenia wirującej masy m wynosi $\hat{r}$, oznacza to następujący zapis siły dynamicznej q:

$$\left.\begin{array}{l} 2q = m\hat{r}\omega^2 \\ \varphi = \omega t \end{array}\right\}, \tag{2.86}$$

$$\rho = \frac{\hat{r}}{\Delta R},$$

możemy też zw. (2.86) przedstawić w postaci

$$\left.\begin{array}{l} Q = S_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \rho = \alpha_0 \rho \\ \varphi = \tau \end{array}\right\}. \tag{2.87}$$

Zauważamy natychmiast, że drgania spowodowane niewyważeniem stanowią przypadek szczególny obciążenia stałą siłą wirującą, a więc przypadek szczególny równań (2.80) i (2.82). Kładąc

$$\left.\begin{array}{l} r_B = \rho \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \\ k_\Omega = 1 \end{array}\right\} \tag{2.88}$$

do układu równań (2.82) otrzymamy rozwiązanie (2.81) właściwe dla przypadku drgań wymuszonych spowodowanych niewyważeniem wirnika.

Dotychczas otrzymane rozwiązania w postaci zw. (2.81) lub (2.84) odnoszą się do ruchu czopa w łożysku. Wyprowadzimy teraz związki określające ruch środka wirnika O_w dla przyjętego modelu teoretycznego.

Pozostając przy przypadku drgań spowodowanych niewyważeniem łatwo możemy wyprowadzić następującą postać równań

$$\left.\begin{array}{l} -\alpha_0 \overset{||}{X}_w - \frac{S_0}{\hat{\mu}} (X_w - X) + \rho\alpha_0 \cos\tau = 0 \\ -\alpha_0 \overset{||}{Y}_w - \frac{S_0}{\hat{\mu}} (Y_w - Y) + \rho\alpha_0 \sin\tau = 0 \end{array}\right\}, \tag{2.89}$$

gdzie X, Y oznaczają znane już z równań (2.81) przemieszczenia środka czopa.

Również dla środka wirującego O_w przewidujemy rozwiązanie równań (2.89) w postaci:

$$\left.\begin{array}{l} X_w = A_w \sin\tau + B_w \cos\tau \\ Y_w = C_w \sin\tau + D_w \cos\tau \end{array}\right\}, \tag{2.90}$$

co po odpowiednich działaniach prowadzi do wyniku:

$$\left.\begin{aligned} A_w &= \frac{A_\Omega}{1-\hat{\mu}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \qquad C_w = \frac{C_\Omega+\rho\mu\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1-\hat{\mu}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \\ B_w &= \frac{B_\Omega+\rho\mu\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1-\hat{\mu}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \qquad D_w = \frac{D_\Omega}{1-\hat{\mu}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \end{aligned}\right\}, \tag{2.91}$$

gdzie: A_Ω, B_Ω, C_Ω, D_Ω stanowią rozwiązanie układu równań (2.82) z warunkami (2.88).

W punkcie charakterystycznym:

$$\hat{\mu}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 = 1 \ ,$$

z równań (2.82) wypada (dla $k_\Omega = 1$): $A_\Omega = D_\Omega = 0$, a więc i $A_w = D_w = 0$. Wyrażenia na B_w i C_w mają w tym punkcie skończoną granicę.

Przyjęty model wirnika posiada znany charakterystyczny parametr, a mianowicie prędkość kątową krytyczną ω_k, zdefiniowaną według elementarnej zależności:

$$\omega_k = \sqrt{\frac{c}{m}} \qquad [\mathrm{rd/s}].$$

Łatwo można wykazać, że pomiędzy wprowadzonym wcześniej parametrem odniesienia ω_0 a prędkością krytyczną ω_k zachodzi prosta zależność

$$\omega_0 = \sqrt{\hat{\mu}}\ \omega_k. \tag{2.92}$$

Dla $\hat{\mu} = 1$ będzie po prostu $\omega_0 = \omega_k$, a wyrażenie $(\omega/\omega_0)^2 = 1$ oznacza fizycznie przypadek rezonansu, a więc moment, w którym prędkość kątowa wirnika ω równa się prędkości krytycznej ω_k przyjętego prostego układu (jednomasowej elastycznej belki sztywno podpartej na końcach).

Wszystkie wyprowadzone związki tzn. równanie (2.82), (2.85), (2.88) oraz (2.91) pozwalają nam analizować bardzo szeroki zakres zmian zewnętrznej siły wymuszającej Q i tym samym badać właściwości układu dla różnych $\hat{\mu}\,, k_\Omega\,, k_\Lambda\,, r_A\,, r_B\,, \rho\,.$

2.3.3 Drgania swobodne

Drgania swobodne przyjętego modelu wirnika (rys. 2.37) opisują równania homogeniczne ($Q_x = Q_y = 0$) układu równań (2.78), a więc

$$\left.\begin{aligned} -\alpha_0 \overset{||}{X} + \hat{\mu}\overset{||}{\Delta\overline{\Pi}}_x \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \Delta\overline{\Pi}_x = 0 \\ -\alpha_0 \overset{||}{Y} + \hat{\mu}\overset{||}{\Delta\overline{\Pi}}_y \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \Delta\overline{\Pi}_y = 0 \end{aligned}\right\} \tag{2.93}$$

gdzie: $\Delta\overline{\Pi}_x$, $\Delta\overline{\Pi}_y$ opisują zw. (2.79).

Rozwiązanie układu równań (2.93) przewidujemy teraz w postaci:

$$\left.\begin{array}{l} X = X_A e^{\lambda\tau} \\ Y = Y_A e^{\lambda\tau} \end{array}\right\}, \tag{2.94}$$

Przeprowadzając odpowiednie działania dochodzimy do następującego równania charakterystycznego

$$C_6\lambda^6 + C_5\lambda^5 + C_4\lambda^4 + C_3\lambda^3 + C_2\lambda^2 + C_1\lambda + C_0 = 0\,, \tag{2.95}$$

gdzie

$$\left.\begin{array}{l} C_0 = A_0 \\ C_1 = A_1 \\ C_2 = A_2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 [S_0 A_4 + 2\hat{\mu} A_0] \\ C_3 = \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 [S_0 A_3 + 2\hat{\mu} A_1] \\ C_4 = 2\hat{\mu}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 A_2 + \left(\frac{\omega}{\omega\,0}\right)^4 \left[S_0^2 + \hat{\mu} S_0 A_4 + \hat{\mu}^2 A_0\right] \\ C_5 = \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4 \left[\hat{\mu}^2 A_1 + \hat{\mu} S_0 A_3\right] \\ C_6 = \hat{\mu}^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4 A_2 \end{array}\right\}, \tag{2.96}$$

natomiast:

$$\left.\begin{array}{l} A_0 = \gamma_{11}\gamma_{22} - \gamma_{12}\gamma_{21} \\ A_1 = \gamma_{11}\beta_{22} + \gamma_{22}\beta_{11} - \gamma_{12}\beta_{21} - \gamma_{21}\beta_{12} \\ A_2 = \beta_{11}\beta_{22} - \beta_{21}\beta_{12} \\ A_3 = -\beta_{11} - \beta_{22} \\ A_4 = -\gamma_{11} - \gamma_{22} \end{array}\right\}. \tag{2.97}$$

Drgania swobodne układu mechanicznego opisanego równaniem 2.95 opisują jego pierwiastki zespolone

$$\lambda_n = \frac{u_n}{\omega} + i\frac{v_n}{\omega}, \tag{2.98}$$

gdzie: $n = 1, 2....6$. Możemy teraz napisać, np.: dla składowej X

$$X_n = X_{An} e^{\lambda_n \tau} = X_{An} e^{\frac{u_n}{\omega}\tau} e^{i\frac{v_n}{\omega}\tau}\,. \tag{2.99}$$

Łatwo zauważyć, że pierwszy człon równania (2.99) opisuje tłumienie, a drugi częstość drgań własnych układu. Układ będzie bowiem stabilny jeśli człon

$$e^{\frac{u_n}{\omega}\tau}\,,$$

z upływem czasu τ będzie malał do zera (dla wszystkich częstości własnych), co oznacza ujemną część rzeczywistą pierwiastków λ_n czyli $u_n < 0$. A zatem:

u_n – tłumienie odpowiadające n-tej częstości własnej układu [rd/s],
v_n – n-ta częstość własna układu [rd/s].

Równanie (2.95) jeśli ma rozwiązania zespolone (opisujące drgania układu mechanicznego) to tylko parami sprzężone. Oznacza to, że model wirnika przedstawiony na (rys. 2.37) i opisany równaniem (2.94), może mieć co najwyżej trzy fizyczne częstości drgań własnych i trzy odpowiadające im tłumienia.
Łatwo zauważyć, że dla wirnika nieskończenie sztywnego ($\hat{\mu} = 0$) równanie charakterystyczne (2.95) staje się wielomianem czwartego stopnia, w więc układ może posiadać co najwyżej dwie częstości drgań własnych i dwa odpowiadające im tłumienia.

Wyprowadzimy jeszcze związki określające bardzo ważną, z technicznego punktu widzenia, właściwość układu, a mianowicie granicę jego stabilności. Z interpretacji tłumienia układu u_n wynika, że drgania będą zanikać, jeśli będzie $u_n < 0$, i odwrotnie, drgania z upływem czasu τ będą wzrastały jeśli $u_n > 0$ (dla wszystkich częstości drgań własnych). Łatwo możemy stąd wywnioskować, że granicę stabilnej pracy układu reprezentować będzie warunek zerowej wartości tłumienia $u_n = 0$, czyli

$$\lambda_{gr} = i\frac{v_{gr}}{\omega} \,. \tag{2.100}$$

Wstawiając warunek (2.100) do równania (2.95), po przekształceniach otrzymamy:

$$\left(\frac{\omega_{gr}}{\omega_0}\right)^2 = \frac{A_1 A_2 A_3^2}{[\hat{\mu}A_1 + S_0 A_3]\,[A_1^2 - A_1 A_3 A_4 + A_0 A_3^2]} \,, \tag{2.101}$$

gdzie: współczynniki A_0, A_1, A_2, A_3, A_4 opisują zw. (2.97), a ω_{gr} oznacza granicę stabilności przyjętego układu.

Często w literaturze przyjmuje się interpretację, że ujemna wartość współczynnika u_n oznacza w rzeczywistości dodatnie tłumienie, co z pewnością znajduje swoje uzasadnienie fizyczne. My również pozostaniemy w dalszych rozważaniach przy tej interpretacji.

2.4 Dyskusja modelu

Przejdźmy teraz do zagadnień związanych z dyskusją złożonego modelu maszyny wirnikowej przedstawionego w rozdziałach 1, oraz podrozdziałach 2.1 i 2.2. Przedstawiony na rys. 2.33 algorytm obliczeń odnosi się wyłącznie do łożysk ślizgowych. Efektem końcowym tej procedury są współczynniki sztywności i tłumienia filmu olejowego łączące łożyska z pozostałymi podukładami maszyny wirnikowej. Stąd też algorytm ten stanowi w istocie część ogólnego algorytmu przedstawionego na rys. 1.2. Z drugiej strony czynnikiem spinającym model maszyny wirnikowej w całość są macierze podatności dynamicznej konstrukcji podpierającej (zw.(1.20), (1.30), (1.31), (1.32) – rozdz. 1) wraz ze związkami umożliwiającymi ich transformację (zw. (1.35)-(1.55) – rozdz.1) i obróbkę matematyczną według koncepcji funkcji wagowych (zw.(1.56)-(1.59) i rys. 1.13 z rozdz.1). I wreszcie sam model

MES linii wirników przedstawiony w rozdziale 2.1 (zw.(2.1)-(2.16) wraz ze strukturą macierzy globalnych – rys. 2.14) na którym skupiają się oddziaływania zarówno łożysk ślizgowych jak konstrukcji podpierającej, uzupełnia kompleksowy model całego układu.

Koncepcja zintegrowania modelu układu: linia wirników-łożyska ślizgowe-konstrukcja podpierająca poprzez współczynniki sztywności i tłumienia oraz macierze podatności przedstawiona została już wcześniej na rys. 2.1.

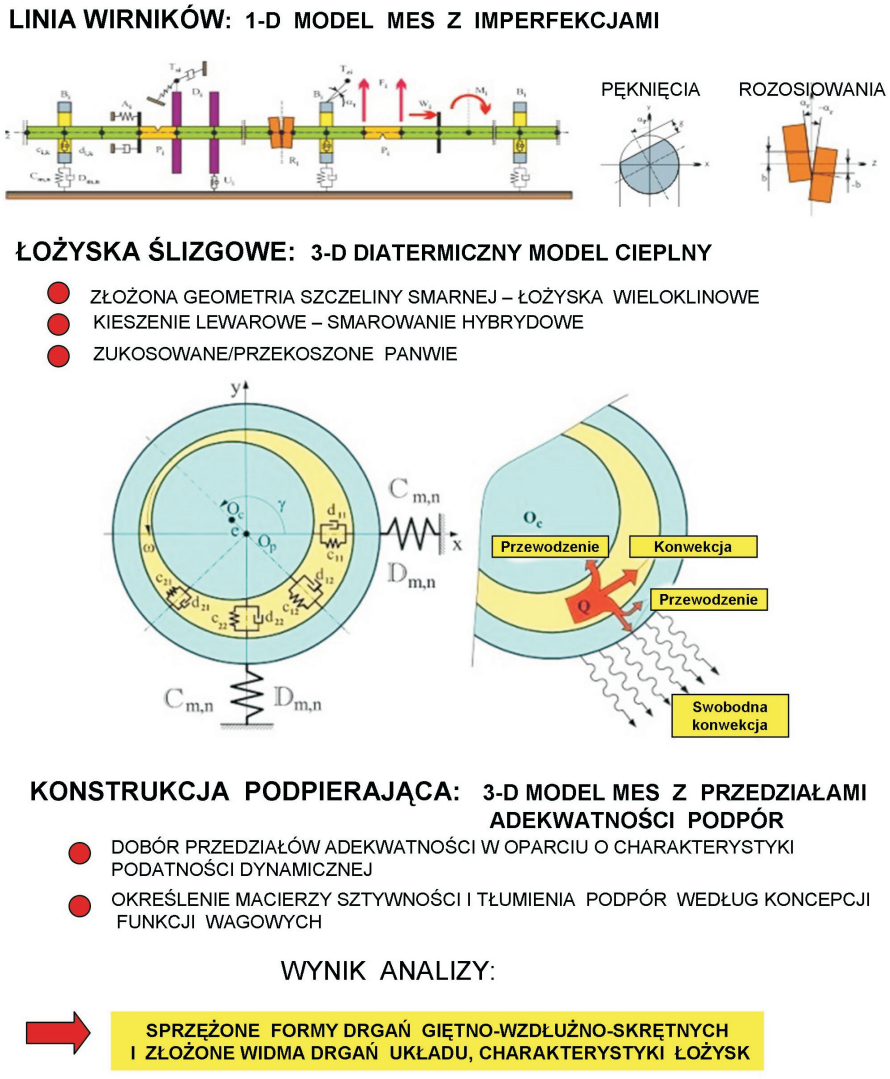
Wszystkie podane wyżej zależności w istocie tworzą globalne macierze mas $\mathbb{M}$, tłumienia $\mathbb{D}$ i sztywności $\mathbb{K}$ ogólnego równania ruchu całego układu (zw. (1.5) – rozdz.1). Przypomnijmy to fundamentalne równanie raz jeszcze:

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbb{D}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\dot{\mathbf{x}} + \mathbb{K}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\,\mathbf{x} = \mathbb{P}(t)\,.$$

Podstawowy problem stanowi tu, jak pamiętamy, zależność macierzy $\mathbb{D}$ i $\mathbb{K}$ od parametrów ruchu układu i to zależność silnie nieliniową. Fakt ten narzuca konieczność postępowania iteracyjnego według ogólnego algorytmu przedstawionego na rys. 1.2 i przyjęcia zupełnie nowej metodologii rozwiązania problemu (patrz: rozdz.1). Nie można też wyprowadzić równań dynamiki w formie analitycznej tak jak w przypadku prostego modelu wirnika (patrz: podrozdział 2.3) ponieważ parametry dynamiczne układu uwikłane są w parametrach ruchu $\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}$ powyższego równania (czyli w trajektoriach przemieszczeń i prędkości oraz w widmach drgań).

W podsumowaniu możemy stwierdzić, że opracowany w IMP PAN w Gdańsku model maszyny wirnikowej stanowi zestaw wielu równań i zależności o bardzo złożonej strukturze. Otwiera on nowe możliwości w badaniach tego typu maszyn. Ogólną charakterystykę modelu w formie poglądowej przedstawia rys. 2.38.

W rozdziale 3 niniejszej monografii przedstawimy programy komputerowe bazujące na niniejszym modelu i przykłady jego weryfikacji . Programy te tworzą spójne środowisko o nazwie MESWIR i stanowią podstawowe narzędzie badawcze za pomocą którego będą uzyskiwane wyniki badań prezentowane w niniejszej monografii.



Rys. 2.38. Model układu: linia wirników-łożyska ślizgowe-konstrukcja podpierająca opracowany w IMP PAN w Gdańsku

Bibliografia do rozdziału 2

[2.1] Kiciński J., Markiewicz-Kicińska A.: *Programy NLDW-70 i NLDW-71 do obliczeń sprzężonych form drgań giętno-wzdłużno-skrętnych z imperfekcjami typu pęknięcia wału i rozosiowania elementów*, Oprac. zewn. IMP PAN, nr 357/2000, Gdańsk 2000.

[2.2] Kiciński J.: *Identyfikacja własności dynamicznych konstrukcji podpierających maszyn wirnikowych*, Oprac. zewn. IMP PAN, nr 655/2000, Gdańsk 2000.

[2.3] Krawczuk M.: *Algorytmy programów komputerowych do analizy dynamiki wirników maszyn energetycznych*, Oprac. wewn. IMP PAN, Gdańsk.

[2.4] Krawczuk M.: *Dynamika elementów konstrukcyjnych z pęknięciami zmęczeniowymi*, Zeszyty Naukowe IMP PAN, nr 441/1398/94.

[2.5] Cowper G. R.: *The shear coefficient in Timoshenko's beam theory*, ASME, J. of Applied Mechanics, 1966, Vol. 32, 335-340.

[2.6] Krawczuk M.: *Finite Timoshenko-type beam element with a crack*, Engineering Trans., 40, 1992, 229-248.

[2.7] Ostachowicz W., Krawczuk M.: *Coupled torsional and bending vibrations of a rortor with an open crack*, Ingenieur-Archiv, 62, 1992, 191-201.

[2.8] ABAQUS 4.9, *User Manual*, HBS Inc.

[2.9] Tada H., Paris P.C., Irwin G. R.: *The Stress Analysis of Cracks – Handbook*, Del Research Corporation, St. Louis, USA, 1973.

[2.10] Kruszewski J. i inni: *Metoda elementów skończonych w dynamice konstrukcji*, Arkady, Warszawa 1984.

[2.11] Kiciński J.: *Teoria i badania hydrodynamicznych poprzecznych łożysk ślizgowych*, Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Wrocław 1994.

[2.12] Przemieniecki J. S.: *Theory of Matrix Structural Analysis*, McGraw-Hill Book Company, New York 1968.

[2.13] Kiciński J., Drozdowski R., Materny P.: *The non-linear analysis of the effect of support construction properties on the dynamic properties of multi-support rotor systems*, J. of Sound & Vibration 206(4), 1997, 523-539.

[2.14] Kiciński J., Drozdowski R., Materny P.:*Nonlinear model of vibrations in a rotor – bearings system*, J. of Vibration & Control, Vol. 4, n. 5, 1998, 519-540.

[2.15] Kiciński J.: *Nonlinear model of vibration in rotor/bearings system – calculation algorithm*, Machine Dynamics Problems, Vol. 15, 1996, 45-60.

[2.16] Kiciński J.: *Nonlinear model of vibration in rotor/bearings system – calculation results*, Machine Dynamics Problems, Vol. 15, 1996, 61-73.

[2.17] Walczyk Z.: *Metody określania danych wejściowych do programów obliczania giętnych drgań linii okrętowych wałów napędowych i wirników maszyn energetycznych oraz strategii przeprowadzania takich obliczeń*, Raport z pracy badawczej nr 45632/97, Pol. Gdańska, 1997.

[2.18] Walczyk Z.: *Dynamika wirnikowych maszyn energetycznych*, Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej, Mechanika nr 64, 1992.

[2.19] Muszynska A.: *Improvements in lightly loaded rotor/bearing and rotor/seal models*, Trans. of the ASME, J. of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, Vol. 110, 1988, 129-136.

[2.20] Muszynska A., Franklin W. D., Bently D. E.: *Rotor active „anti-swirl" control*, Trans. of the ASME, J. of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, 1988, Vol. 110, 143-150.

[2.21] Muszynska A., Bently D. E.: *Anti-swirl arrangements prevent rotor/seal instability*, Trans. of the ASME, J. of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, Vol. 111, 1989, 156-162.

[2.22] Muszynska A., Bently D. E.: *Fluid-induced instabilities of rotors: whirl and whip*, Bently Rotor Dynamics Research Corporation Report No. 3, 1995.

[2.23] Nandi A., Neogy S.: *Dynamic response of cracked beams and beams with an imperfect support*, Proc. of VETOMAC-1 Conf., Bangalore 2000, (na CD, poz. CP 114).

[2.24] Rao J. S., Sreenivas R.: *Dynamic analysis of misaligned rotor systems*, Proc. of VETOMAC-1 Conf., Bangalore 2000, (na CD, poz. CP 048).

[2.25] Kiciński J., Markiewicz – Kicińska A.: *Coupled non-linear vibrations in multi-support rotors founded on slide bearings*, Proc. of VETOMAC-1 Conf., Bangalore 2000, (na CD, poz. CP 047).

[2.26] Kiciński J.: *Coupled non-linear vibrations in multisupported rotors*, Polish Maritime Research, no 3, September 2000, 9-13.

[2.27] Chan D. S. H.: *Nonlinear analysis of rotor dynamic instabilities in high-speed turbomachinery*, Trans. of the ASME, J. of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 118, January 1996, 122-129.

[2.28] Guido A. R., Adiletta G.: *Dynamics of a rigid unbalanced rotor with nonlinear elastic restoring forces. Part I: Theoretical analysis*, Nonlinear Dynamics, 19,1 999, 359-385.

[2.29] Guido A. R., Adiletta G.: *Dynamics of a rigid unbalanced rotor with nonlinear elastic restoring forces. Part II: Experimental analysis*, Nonlinear Dynamics, 19, 1999, 387-397.

[2.30] Adiletta G., Guido A. R., Rossi C.: *Nonlinear dynamics of a rigid unbalanced rotor in journal bearings. Part I: Theoretical Analysis*, Nonlinear Dynamics, 1997, 14, 57-87.

[2.31] Adiletta G., Guido A. R., Rossi C.: *Nonlinear dynamics of a rigid unbalanced rotor in journal bearings. Part II: Experimental Analysis*, Nonlinear dynamics, 14, 1997, 157-189.

[2.32] Sundararajan P., Noah S. T.: *Dynamics of forced nonlinear systems using shooting/arc-length continuation method – application to rotor systems*, Trans. of the ASME, J. of Vibration and Acoustics, Vol. 119, January 1997, 9-20.

[2.33] Chu C. S.,. Wood K. L, Busch-Vishniac I. J.: *A nonlinear dynamic model with confidence bounds for hydrodynamic bearings*, Trans. of the ASME, J. of Tribology, Vol. 120, July 1998, 595-604.

[2.34] Cholewa W., Kiciński J.: *Diagnostyka techniczna – odwrotne modele diagnostyczne*, Wyd. Politechniki Śląskiej, Gliwice 1997.

[2.35] Zienkiewicz O. C.: *Metoda elementów skończonych*, ARKADY, Warszawa 1972.

[2.36] Kruszewski J., Wittbrodt E., Walczyk Z.: *Drgania układów mechanicznych w ujęciu komputerowym. Tom I: Zagadnienia liniowe* (1992), *Tom II: Zagadnienia wybrane* (1993). Seria: Wspomaganie komputerowe CAD CAM. WNT, Warszawa.

[2.37] Knott J. F.: *Fundamentals of Fracture Mechanics*, Butterworths, London 1973.

[2.38] Krawczuk M.: *Uzupełnienia do modelu belkowego elementu skończonego z pęknięciem i rozosiowaniem*, Oprac. wewn. IMP PAN, nr arch. 89/2000, Gdańsk 2000.

[2.39] Kiciński J.: *Influence of thermal phenomena in the slide bearings on the dynamics of a simple rotor – bearings system*, Machine Dynamics Problems, Vol.6, 1993, 37-60.

[2.40] Kiciński J., Haller R.: *Computer optimization on external fixings and preliminary cramp of a bush with respect to static and dynamic properties of journal bearings*, ASME Trans., J. of Tribology, Vol. 116, October 1994.

[2.41] Kiciński J.: *New method of description of dynamic properties of slider bearings*, Wear, No. 132, 1989, 205-220.

[2.42] Kiciński J.: *Łożyskowanie ślizgowe – stan i perspektywy rozwoju*, Mat. XVIII Sympozjonu PKM, Kielce-Ameliówka, wrzesień 1997, 29-49.

[2.43] Kiciński J.: *Wybrane zagadnienia z zakresu statyki i dynamiki łożysk maszyn wirnikowych*, Mat. Krajowej Konf. Nauk.-Techn. INŻYNIERIA ŁOŻYSKOWANIA '96, Gdańsk, czerwiec 1996, 3-22.

[2.44] Hebda M., Wachal A.: *Trybologia*, WNT, Warszawa 1980.

[2.45] Barwell F. T.: *Łożyskowanie*, WNT, Warszawa 1984.

[2.46] Włodarski J. K.: *Zużycie i smarowanie maszyn okrętowych*, Wydawnictwo Morskie, Gdańsk 1979.

[2.47] Someya T.: *Journal – Bearing Databook*, Springer, Berlin 1989.

[2.48] Pinkus O., Sternlicht B.: *Theory of Hydrodynamic Lubrication*, McGraw-Hill, New York 1961.

[2.49] Cameron A.: *The Principles of Lubrication*, Longman, London 1966.

[2.50] Tipei N.: *Theory of Lubrication*, Stanford Univ. Press, London 1962.

[2.51] Barwell F.: *Lubrication of Bearings*, Butterworths Sc. Publ., London 1956.

[2.52] Wilcock D. F., Booser R. E.: *Bearing Design and Application*, McGraw-Hill, New York 1957.

[2.53] Shaw M. C., Macks F.: *Analysis and Lubrication of Bearings*, McGraw-Hill, New York 1949.

[2.54] Radzimovsky E. I.: *Lubrication of Bearings*, The Ronald Press Co., New York 1959.

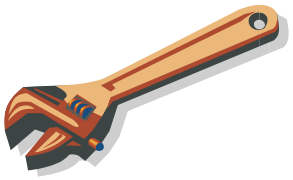
[2.55] Gross W. A., Matsch L. A. et al.: *Fluid Film Lubrication*, Wiley, New York 1980.

[2.56] Lang O. R., Steinhilper W.: *Gleitlager*, Springer, Berlin 1978.

CZĘŚĆ II

NARZĘDZIA BADAWCZE





ROZDZIAŁ 3

NARZĘDZIA BADAWCZE I ICH WERYFIKACJA

- ZESPÓŁ PROGRAMÓW KOMPUTEROWYCH MESWIR
- WERYFIKACJA W SKALI LABORATORYJNEJ
- WERYFIKACJA NA OBIEKTACH RZECZYWISTYCH

Przedstawimy w tym rozdziale zespół programów komputerowych tworzących spójne środowisko o nazwie **MESWIR** i bazujących na modelach zaprezentowanych w rozdziałach 1 i 2. Zespół programów MESWIR a zwłaszcza program **NLDW** do analizy dynamiki w zakresie nieliniowym stanowią podstawowe narzędzia badawcze wykorzystywane w niniejszej monografii. Tego typu narzędzia umożliwiają zaawansowane aplikacje w diagnostyce różnych maszyn wirnikowych, a zwłaszcza dużych obiektów energetycznych takich jak turbozespoły dużej mocy. Możliwe bowiem staje się modelowanie różnego rodzaju defektów w pracy tych obiektów, a następnie analiza ich symptomów na podstawie nieeliptycznych kształtów trajektorii i widm drgań. Nieeliptyczne i niesinusoidalne przebiegi przemieszczeń dynamicznych wybranych węzłów układu kryją w sobie różnego rodzaju defekty, a ich analiza za pomocą widm drgań umożliwia budowę **katalogów relacji diagnostycznych** i tym samym „trenowanie" różnego rodzaju układów adaptacyjnych stosowanych przy bardzo już zaawansowanych systemach nadzoru i diagnostyki wykorzystujących np. elementy sztucznej inteligencji. Zaprezentowane zostaną też możliwe do zamodelowania **klasy defektów** typowe dla maszyn wirnikowych.

Przedstawimy również przykłady weryfikacji eksperymentalnej programów tworzących środowisko MESWIR. Badania weryfikacyjne przeprowadzone zostały zarówno w skali laboratoryjnej na unikalnym, wielkogabarytowym stanowisku badawczym jak i na obiektach rzeczywistych, takich jak turbozespoły energetyczne o mocy 200 MW. Wykorzystany tu został system diagnostyczny DT-200 zainstalowany na jednym z krajowych bloków energetycznych. System ten dostarczył wielu cennych danych eksperymentalnych niezbędnych dla procesu weryfikacji opracowanych narzędzi badawczych. Zwrócona została uwaga na fakt, iż w przypadku dużych maszyn energetycznych, tzw. **weryfikacja ilościowa** – typowa w badaniach laboratoryjnych – jest praktycznie niemożliwa, z uwagi na trudności w pozyskaniu wielu danych do obliczeń. Pozostaje nam wówczas do dyspozycji jedynie **weryfikacja jakościowa** realizowana drogą obliczeń parametrycznych i poprzez procedurę „**strojenia modelu**".

Przedstawimy również przykład weryfikacji modelu na stanowisku badawczym po przekroczeniu przez układ granicy stabilności, a więc w warunkach występowania wirów i „bicia" olejowego w łożyskach ślizgowych. Tego typu badania eksperymentalne prowadzone są niezwykle rzadko z uwagi bezpieczeństwo obsługi.

3.1 Środowisko MESWIR

Przedstawiona w rozdziałach 1 i 2 metodologia opisu matematycznego konstrukcji podpierającej, linii wirników i łożysk ślizgowych oraz zaprezentowane tam modele teoretyczne i algorytmy obliczeń wraz z dyskusją dotycząca możliwości rozwiązania numerycznego przyjętego układu, stanowiły podstawę dla opracowania całego pakietu programów komputerowych, tworzących spójne i unikalne w skali kraju środowisko o nazwie **MESWIR**(**M**etoda **E**lementów **S**kończonych w analizie **WIR**ników). Środowisko MESWIR jest oryginalnym osiągnięciem ośrodka gdańskiego (Instytutu Maszyn Przepływowych PAN w Gdańsku) i stanowi efekt wielu lat pracy kilkunastu osób bezpośrednio związanych z teorią i praktyką łożysk ślizgowych i maszyn wirnikowych.

Środowisko komputerowe MESWIR składa się z trzech zasadniczych modułów – rys. 3.1:

- zespołu programów do analizy poprzecznych i wzdłużnych łożysk ślizgowych,
- zespołu programów do analizy zagadnień kinetostatyki układów wirnik-łożyska-fundament,
- zespołu programów do analizy zagadnień dynamiki układów wirnik-łożyska-fundament.

Łożyska ślizgowe

Zespół programów łożyskowych stanowi punkt wyjścia w kompleksowej analizie całego zagadnienia. Moduł ten jest szczególnie istotny z uwagi na fakt, iż łożyska ślizgowe stanowią silnie nieliniowy element całego układu. Ponadto diagnostyka maszyn wirnikowych oparta na ocenie drgań czopów i panwi łożyskowych ciągle pozostaje głównym sposobem oceny stanu dynamicznego tych maszyn. Opracowane programy komputerowe bazują na trzech modelach cieplnych (rozdział 2.2), a mianowicie: izotermicznym, w którym zakłada się stałą lepkość oleju w całej szczelinie smarnej (programy IZOTER i IZOSLEW); diatermicznym, w którym lokalną lepkość określa się na podstawie wymiany ciepła w filmie smarnym i w pozostałych elementach łożyska wraz z otoczeniem (programy DIATER) oraz elastodiatermicznym, w którym dodatkowo uwzględnia się deformacje termosprężyste panwi (program DIADEF).

Wszystkie ww. programy mają możliwość praktycznie dowolnego zapisu kształtu szczeliny smarnej, co oznacza możliwość analizy charakterystyk łożysk zarówno z luzem kołowo-cylindrycznym jak i łożysk antywibracyjnych (soczewkowych, offsetowych czy wieloklinowych z dowolną kompozycją klinów smarnych).

Szczególnie interesujące możliwości kryje w sobie program IZOSLEW, który ponadto uwzględnia ewentualne nierównoległości osi czopa względem osi panwi (tzw. „przekoszenie" panwi) oraz kieszenie lewarowe dowolnie usytuowane w szczelinie smarnej. Przy zasilaniu zewnętrznym ciśnieniem lewarowym program IZOSLEW opisuje pracę łożyska w warunkach **smarowania hybrydowego**, a więc smarowania hydrodynamicznego skojarzonego z smarowaniem hydrostatycznym.

Wszystkie programy łożyskowe obliczają współczynniki sztywności i tłumienia filmu olejowego metodą perturbacji opisaną w rozdziale 2.2, a więc metodą dokładną i szybką. Ponadto zawierają one moduł DYNAMIKA, który sprzęga z łożyskiem w trybie *on-line* prosty, jednomasowy i symetryczny model wirnika, opisany szczegółowo w rozdziale 2.3. Pozwala nam to realizować obliczenia według koncepcji przedstawionej na rys. 2.36, z wykorzystaniem wszystkich równań analitycznych wyprowadzonych w rozdziale 2.3 i w efekcie otrzymywać bardzo użyteczne charakterystyki dynamiczne w postaci amplitudy drgań wymuszonych (półoś duża elipsy przemieszczeń czopa), tłumienia i częstości drgań własnych układu oraz granicę jego stabilności.

Zespół programów komputerowych o różnym stopniu złożoności i różnych możliwościach obliczeniowych, pracujących w jednym spójnym środowisku, stwarza szansę wielu wzajemnych kombinacji i tym samym kojarzenia rozwiązań optymalnych. Dla przykładu, z programów bardziej zaawansowanych opartych na diatermicznym modelu cieplnym, można wyznaczyć średnią temperaturę oleju wylotowego z łożyska i tym samym średnią efektywną lepkość dynamiczną i tak wyznaczoną wartość zastosować jako stałą w całej szczelinie smarnej w programach opartych wprawdzie na prostym modelu izotermicznym, ale posiadających za to inne możliwości opisu stanu łożyska (np. w programie IZOSLEW, co w efekcie stwarza szansę „pseudodiatermicznego" opisu wpływu „przekoszeń" panwi i smarowania hybrydowego przy jednocześnie krótkim czasie obliczeń). Tego rodzaju możliwości optymalizacji analizy przyjętego obiektu, z punktu widzenia modelowania defektów lub anormalnych jego stanów, a więc z punktu widzenia diagnostyki, mają kapitalne znaczenie.

Zagadnienia kinetostatyki

Zagadnienia kinetostatyki układów wirnik-łożyska-fundament stanowią wydzieloną grupę tematyczną i tym samym odrębny moduł środowiska MESWIR. Powody dla których takie ujęcie problemu jest właściwe zostały przedstawione w rozdziale 1. Bazując na omówionych wcześniej programach łożyskowych a następnie na modelu MES wielopodporowego wirnika i sprowadzając oddziaływania konstrukcji podpierającej do macierzy współczynników sztywności i tłumienia dla każdej z podpór (rozdział 1 i 2) można opracować kilka wariantów programów do analizy zagadnień kinetostatyki, tzn. zagadnień, w których interesują nas głównie oddziaływania podpór na obracający się wał i tym samym obciążenia statyczne łożysk. Z punktu widzenia mechaniki układy wielopodporowe są statycznie niewyznaczalne, co oznacza konieczność uciążliwego postępowania iteracyjnego w którym pętla

doboru odkształceń linii wirników musi być skorelowana z pętlą doboru położenia czopów łożyskowych w panwiach i położenia panwi w stosunku do linii geodezyjnej wirnika. W efekcie, po zakończeniu procedury iteracyjnej otrzymujemy linię ugięć kinetostatycznych wirnika i reakcje w poszczególnych podporach.

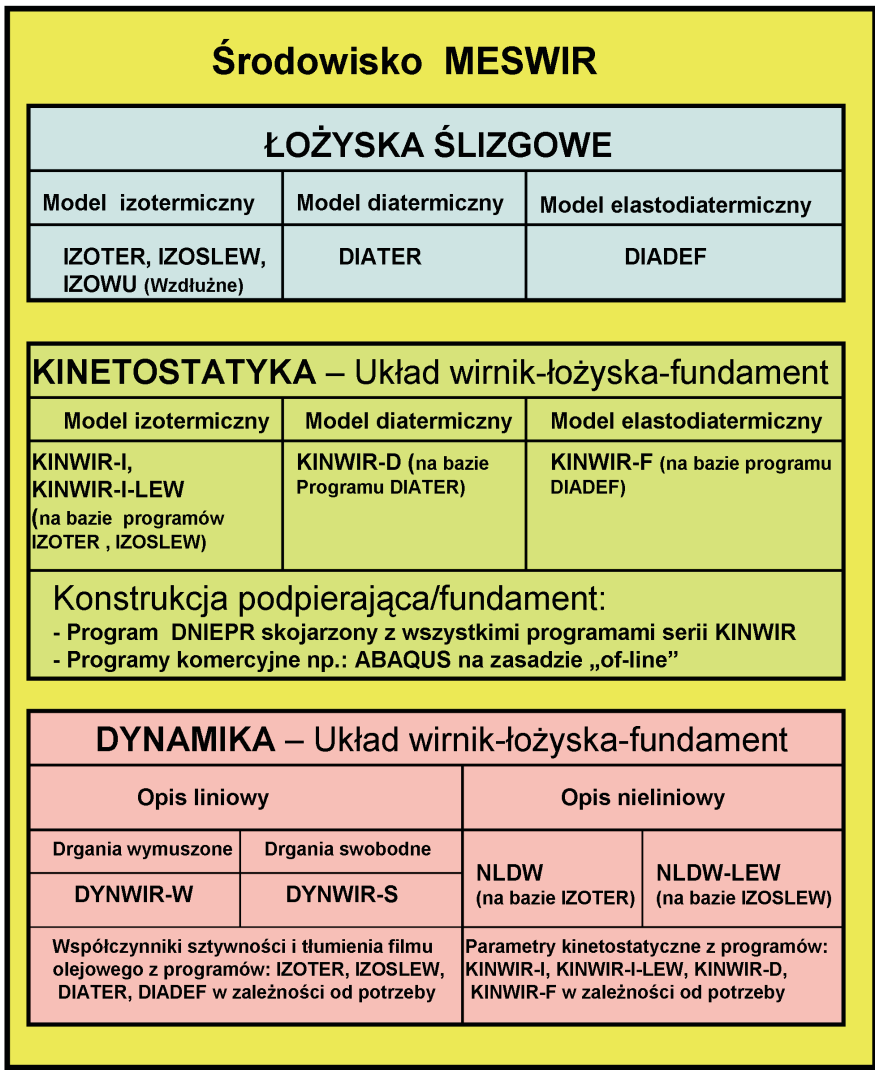
Opracowane zostały programy serii KINWIR, które w zależności od przyjętego modelu łożyska wyznaczają podstawowe parametry kinetostatyczne układu bazując na opisie izotermicznym (programy KINWIR-I, KINWIR-I-LEW), diatermicznym (program KINWIR-D) oraz elastodiatermicznym (program KINWIR-F) – rys. 3.1. Programy serii KINWIR określają podstawowe parametry statyczne łożysk w podporach (położenie środka czopa w płaszczyźnie luzów, nośność hydrodynamiczna, moc tarcia, zużycie oleju, minimalna grubość filmu olejowego itd.) oraz współczynniki sztywności i tłumienia filmu olejowego w punkcie równowagi statycznej, a także wyznaczają kształt linii ugięć wału wirnika.

Warto odnotować fakt, iż programy serii KINWIR umożliwiają obliczenia z uwzględnieniem przemieszczeń panwi łożyskowych w stosunku do linii geodezyjnej wirnika. Stwarza to szanse na modelowanie defektów w postaci dylatacji termicznych i eksploatacyjnych podpór łożyskowych i całej konstrukcji podpierającej czyli defekty w postaci **rozosiowania linii wirników.**

Charakterystyki konstrukcji podpierającej (podpory łożyskowe i fundament) w miejscu posadowienia linii wirników wprowadzane są do programów serii KINWIR w postaci macierzy współczynników sztywności i tłumienia opisującej zarówno lokalne charakterystyki podpory jak i sprzężenia pomiędzy nimi (patrz: rozdział 1). Wyznaczenie tych macierzy, jak pamiętamy, wymaga zastosowania przestrzennych modeli MES całej konstrukcji podpierającej lub też badań eksperymentalnych na obiekcie rzeczywistym i stanowi bardzo złożone zagadnienie. W programach serii KINWIR zastosowany został stosunkowo prosty model MES konstrukcji podpierającej o nazwie DNIEPR, który ma tą zaletę, iż jest bezpośrednio zintegrowany z programami kinetostatycznymi (obliczenia w trybie „on-line"). W przypadkach bardziej złożonych konieczne staje się zastosowanie narzędzi bardziej zaawansowanych np.: programów komercyjnych typu ABAQUS lub programów specjalistycznych różnych ośrodków. Narzędzia te jednak mogą współpracować z programami serii KINWIR jedynie w trybie *off-line*.

Zagadnienia dynamiki

Uzyskane parametry z analizy kinetostatycznej układu stanowią punkt wyjścia do analizy zagadnień dynamiki i to zarówno w ujęciu liniowym jak i nieliniowym. Jeśli na układ działają sinusoidalne wymuszenia zewnętrzne a ich amplituda jest na tyle mała, że przemieszczenia czopów łożyskowych wokół punktu równowagi statycznej są wystarczająco małe, to zasadnym staje się opis liniowy zagadnień dynamiki. Dla tego rodzaju przypadków opracowane zostały programy serii DYNWIR zarówno do analizy drgań wymuszonych (DYNWIR-W) jak i swobodnych (DYNWIR-S) – rys. 3.1. Warto zauważyć, że potrzebne tu współczynniki sztywności i tłumienia filmu olejowego oraz konstrukcji podpierającej wyznaczone mogą być w oparciu o zaawansowane programy kinetostatyczne, takie jak np. KINWIR-I-LEW lub



Rys. 3.1. Nazwy programów komputerowych do analizy złożonych układów typu: linia wirników–łożyska ślizgowe–konstrukcja podpierająca tworzących środowisko MESWIR

KINWIR-F, co znakomicie podnosi wartość opisu liniowego zagadnień dynamiki.

Z punktu widzenia diagnostyki według modelu największą jednak wartość mają programy do opisu zagadnień dynamiki w zakresie nieliniowym. Obciążenia zewnętrzne mają bowiem najczęściej charakter przebiegów niesinusoidalnych i ponadto zmiennych w czasie w sposób nieliniowy. Wartości tych obciążeń mogą być na tyle duże, że przemieszczenia czopów w obrębie luzów łożyskowych trudno uznać za małe. W takich przypadkach opis nieliniowy staje się po prostu niezbędny. Dodatkowym aspektem przemawiającym za opisem nieliniowym jest fakt, iż przy próbie uwzględnienia imperfekcji materiałowych wału (np. pęknięcia wirnika) lub eksploatacyjnych (np. rozosiowanie linii wałów) analizowany układ wyposażony zostaje w człony wzmacniające, tzw. nieliniowość strukturalną obiektu.

Do analizy w zakresie nieliniowym układów typu: linia wirników–łożyska–konstrukcja podpierająca opracowane zostały programy serii **NLDW** (**N**ie**L**iniowa **D**ynamika **W**irników) – rys. 3.1. Rozwiązują one nieliniowe równania ruchu całego układu (zw.(1.5) – rozdz.1) według algorytmu przedstawionego na rys. 1.2. Programy te łączą w sobie zalety wcześniej wymienionych programów łożyskowych, możliwości opisu dylatacji kinetostatycznych (cieplnych i eksploatacyjnych) podpór oraz zalety opisu MES linii wirników z imperfekcjami typu pęknięcia czy rozosiowania. Warto tu zaznaczyć, iż elementy pęknięte czy rozosiowane zostały w pełni zintegrowane z kinetostatycznym kształtem linii wałów i ich parametry są modyfikowane w każdym kroku czasowym procedury iteracyjnej. Jest to rozwiązanie oryginalne nie znane w pracach innych autorów. Takie podejście umożliwia wygenerowanie nieeliptycznych trajektorii i pełnych widm drgań, w których kształcie są zakodowane określone defekty i ich symptomy, w szczególności związane z przyjętymi imperfekcjami.

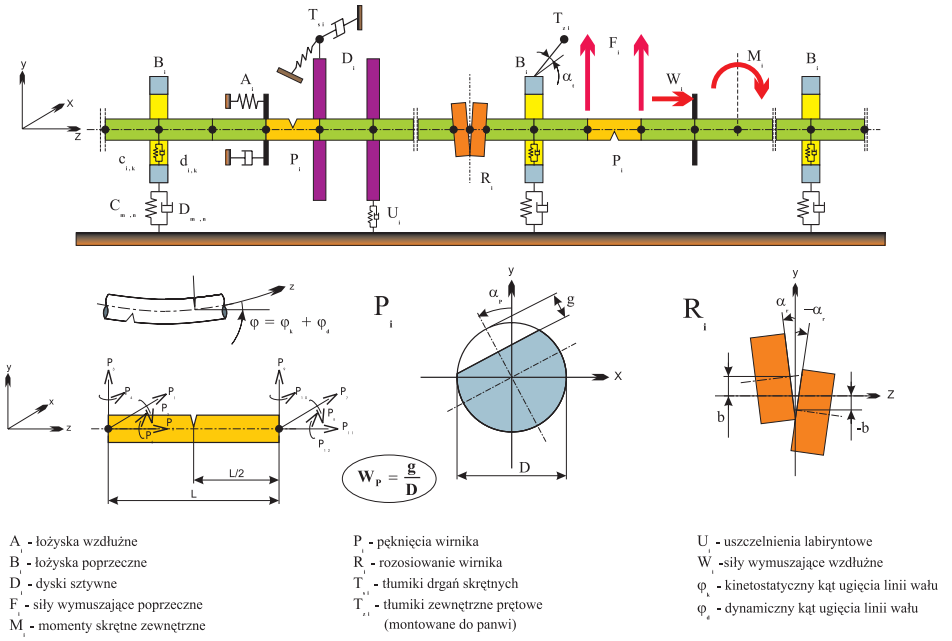
Wszystkie programy tworzące środowisko MESWIR zostały napisane w języku FORTRAN-90 i skompilowane oraz uruchomione pod systemem FORTRAN LAHEY-95. Opracowane też zostały nowoczesne pre-i postprocesory graficzne pracujące w środowisku WINTERACTER (komercyjna biblioteka graficzna systemu FORTRAN – LAHEY) oraz MATLAB. Część programów (np. NLDW) wyposażona została dodatkowo w pakiety do animacji uzyskanych rozwiązań. Szczegóły związane z opisem danych wejściowych i wynikowych, pakietów graficznych i animacyjnych do wszystkich programów tworzących środowisko MESWIR zawarte są w opracowaniach wewnętrznych Instytutu Maszyn Przepływowych PAN w Gdańsku [3.7]÷[3.12].

Ponieważ programy serii NLDW zajmują szczególne miejsce w przyjętej w niniejszej monografii koncepcji badań, zostaną one dokładniej omówione w kolejnym podrozdziale.

3.1.1 Programy komputerowe serii NLDW – opis ogólny

Programy serii NLDW umożliwiają obliczenia dynamiki wirników w zakresie nieliniowym, co oznacza, iż w każdym kroku czasowym modyfikowane są wartości współczynników sztywności i tłumienia $c_{i,k}$, $d_{i,k}$ filmu olejowego łożysk ślizgowych oraz macierze sztywności linii wirników związane z imperfekcjami konstrukcyjny-

mi. Programy NLDW posiadają bowiem niezależne moduły do obliczeń łożysk ślizgowych, które są automatycznie uruchamiane. Powyższa procedura oznacza, iż członem nieliniowym w analizowanym układzie są łożyska ślizgowe, imperfekcje konstrukcyjne typu pęknięcia lub rozosiowania linii wałów raz uszczelnienia labiryntowe. Wartości współczynników sztywności i tłumienia podpór (fundament) $C_{m,n}$ i $D_{m,n}$ są stałe dla danej prędkości obrotowej ω.



Rys. 3.2. Możliwości obliczeniowe programów serii NLDW. Oznaczenia i układy współrzędnych

Rysunek 3.2 przedstawia szkic linii wirników i oznaczeń właściwych dla programów serii NLDW. Procedura postępowania numerycznego i algorytm obliczeń właściwy dla zagadnień nieliniowych przedstawione zostały w rozdziale 1 – rys. 1.2. W postępowaniu iteracyjnym w każdym kroku czasowym t_k globalne macierze tłumienia $\mathbb{D}$ i sztywności $\mathbb{K}$ układu (zw.(1.5) – rozdz.1) są modyfikowane o nowe wartości współczynników sztywności i tłumienia filmu olejowego i dodatkowe sztywności wynikające z imperfekcji konstrukcyjnych typu pęknięcia i rozosiowania. Oznacza to zależność funkcyjną macierzy $\mathbb{D}$ i $\mathbb{K}$ od parametrów $\mathbf{x}$ i $\dot{\mathbf{x}}$ w równaniach ruchu (zw.(1.5) – rozdział 1) i to zależność silnie nieliniową. **Równania ruchu tworzą więc układ dziesiątków lub setek** (w zależności od ilości stopni swobody układu) **równań różniczkowych zwyczajnych nieliniowych wzajemnie sprzężonych.** Rozwiązanie numeryczne uzyskane zostało w oparciu o metodę Newmarka, przy czym zaszła konieczność jej modyfikacji z uwagi na silnie nieliniowe własności łożysk ślizgowych.

Wyniki obliczeń stanowią trajektorie przemieszczeń wybranych węzłów układu. Korzystne jest, z uwagi na analizę widmową drgań, rejestrowanie przemieszczeń węzłów z ostatnich 12 obrotów wału czyli dla wartości OKRES $= 12 \cdot 360^{\circ} = 4320^{\circ}$. Umożliwia to dokładny zapis subharmonicznych typu 1/3X i wystarczającą rozdzielczość analizy FFT (np. dla $n = 3000$ obr/min $\Delta f = 4,17$ Hz). Przy takim założeniu obliczenia winny być kontynuowane do wartości TALMAX $= m \cdot$OKRES przy czym m powinno być $\geqslant 3$, w zależności od analizowanych przypadków. Dla małych wirników (2- i 3-podporowych) wartość m można przyjąć jako równą 3, a wówczas TALMAX $= 12960^{\circ}$. Dla dużych wirników (np. turbozespołów dużej mocy) zaleca się stosowanie $m > 3$, np. 5 czyli TALMAX $= 21600^{\circ}$. W przypadkach szczególnie trudnych zaleca się stosować wyższe wartości m i analizować zbieżność procesu iteracyjnego (np. $m = 10$).

Jeżeli chcemy analizę widmową przeprowadzać z rozdzielczością np. 1 Hz, to dla $n = 3000$ obr/min otrzymamy: OKRES $= 50 \cdot 360^{\circ} = 18000^{\circ}$; przyjmując $m = 3$ TALMAX $= 3 \cdot 18000^{\circ} = 54000^{\circ}$. Oznacza to, iż w tym przypadku obliczenia trwają aż do czasu bezwymiarowego $\tau = \omega t$ odpowiadającego 150 obrotom wału, a przy średnim kroku czasowym $\Delta\tau = 2,5^{\circ}$ obliczenia łożysk i modyfikacje macierzy $\mathbb{D}$ i $\mathbb{K}$ są przeprowadzane 21600 razy!!! Przykład ten daje wyobrażenie o czasochłonności obliczeń numerycznych w zakresie nieliniowym dla przypadków bardziej złożonych.

Pęknięcia wału

Pojawienie się pęknięcia wywołuje dodatkową energię odkształcenia sprężystego, co matematycznie opisują odpowiednie zmodyfikowane macierze podatności – patrz rozdz.2 .1. Przyjęto dwupołożeniowy model zachowania się pęknięcia: pełne otwarcie lub pełne zamknięcie. Model taki jest powszechnie stosowany w literaturze. Nowością w przyjętym programie jest to, iż sterowanie procesem zamknięcia i otwarcia uzależnione jest zarówno od kształtu linii kinetostatycznej φ_k jak i chwilowego „dynamicznego" kształtu linii wirników φ_d spowodowanego oddziaływaniem sił zewnętrznych. Tak więc podczas wirowania wału czas otwarcia lub zamknięcia pęknięcia uzależniony jest od aktualnego kształtu linii wirników:

$$\varphi = \varphi_k + \varphi_d.$$

Ponadto, istnieje w przyjętym modelu i programie możliwość uwzględnienia fazowych opóźnień lub przyspieszeń położenia pęknięcia w stosunku do kolejnych pęknięć wzdłuż linii wirników i w stosunku do położenia fazowego wymuszeń zewnętrznych. Opisują to kąty $\pm\alpha_p$ liczone od osi pionowej y – rys. 3.2. Szczegóły zawarte są w rozdziale 2.1.

Elementy rozosiowane

Niewspółosiowe odcinki wału modelują przesunięcia elementu w kierunku osi x o wielkość a i w kierunku osi y o wielkość b oraz obrót o kąt $\pm\alpha_r$ w stosunku dla płaszczyzny pionowej – rys. 3.2. Korzystając ze sformułowania podatnościowego metody elementów skończonych można wyprowadzić zależności na dodatkowe momenty

gnące i skręcające występujące w układzie i zbudować odpowiednio zmodyfikowaną macierz podatności analizowanego elementu. Kolejnym krokiem jest budowa macierzy transformacji i sztywności elementu skończonego – patrz: rozdz. 2.1.

Powyższy model umożliwia modelowanie nie tylko „czystego" rozosiowania ale również stopnia nieprzylegania powierzchni np. sprzęgieł poprzez kąt $\pm \quad \alpha_r$. Szczegóły zawarte są w rozdziale 2.1.

Poprzeczne łożyska ślizgowe

Programy serii NLDW posiadają wbudowane moduły do obliczeń współczynników sztywności $c_{i,k}$ i tłumienia $d_{i,k}$ filmu olejowego. Moduły łożyskowe są automatycznie uruchamiane dla każdego kroku czasowego t_k. W pierwszym kroku dla $t_k = 0$ program samoczynnie określa położenie czopa ε_0 i γ_0 dla zadanych obciążeń łożyska:

$$p_x = -q_x, \qquad p_y = -q_y,$$

gdzie: q_x, q_y – reakcje kinetostatyczne podpór.

Wartościom ε_0 i γ_0 odpowiada więc stałe, kinetostatyczne obciążenie łożyska uwzględniane w dalszych obliczeniach dynamicznych.

Z uwagi na silnie nieliniowe własności łożysk ślizgowych, bezpośrednie wprowadzenie do równań ruchu współczynników $c_{i,k}$, $d_{i,k}$ często prowadzi do niestabilności rozwiązań numerycznych (proces iteracyjny nie zbiega się). Z tego też względu tradycyjna metoda całkowania równań ruchu Newmarka została odpowiednio zmodyfikowana. Wprowadzona tu została zasada relaksacji rozwiązań. Model MES łożysk przedstawiony został w rozdziale 2.1 natomiast model cieplny i numeryczny MRS w rozdziale 2.2.

Tłumiki zewnętrzne

W przyjętym modelu istnieje możliwość przyłożenia do układu zewnętrznych tłumików prętowych T_{zi} i tłumików bezstykowych T_{si}. Tłumiki prętowe w formie masy usytuowanej na końcu podatnego pręta mogą być oczywiście mocowane tylko do nieruchomych panwi łożyskowych pod kątem α_t. Zmieniają one właściwości dynamiczne całego układu.

Tłumiki drgań skrętnych T_{si} przykładane mogą być do dowolnego węzła wału. Ich charakterystyki to: sztywność w [N·m/rd] i tłumienie w [N·m·s/rd] – rys. 3.2. Szczegóły zawarte są w rozdziale 2.1.

Łożyska wzdłużne

Istnienie łożysk wzdłużnych modelowane jest poprzez przyjęcie stałego jednego współczynnika sztywności w [N/m] i tłumienia w [N·s/m] w kierunku osi z. Wartości tych współczynników wyznaczane są za pomocą programu IZOWU – rys. 3.1.

Łożysko to może być usytuowane w dowolnym węźle wału. Szczegóły modelu MES zawarte są w rozdziale 2.1.

Wymuszenia zewnętrzne

Na układ oddziaływać mogą wymuszenia spowodowane niewyważeniem wirujących elementów oraz zewnętrzne wymuszenia periodyczne, dowolnie zmienne w czasie poprzeczne, wzdłużne i skrętne. Wymuszenia zewnętrzne mogą być synchroniczne lub asynchroniczne, co otwiera szerokie możliwości modelowania oddziaływań zewnętrznych. Szczegóły związane z matematycznym zapisem tych sił przedstawione są w rozdziale 2.1.

3.1.2 Możliwości obliczeniowe programów serii NLDW

Zbudowanie modelu układu wirnik-łożyska-podpory za pomocą elementów skończonych o 12 stopniach swobody i przyjęcie modelu pęknięć z uwzględnieniem wpływu aktualnego kształtu linii ugięć wirnika φ i położenia pęknięć $\pm\alpha_p$ a także modelu rozosiowań uwzględniającego również nieprzyleganie płaszczyzn $\pm\alpha_r$, stwarza unikalne możliwości analizy drgań układu w zakresie nieliniowym. Przede wszystkim możliwa staje się analiza **sprzężonych drgań giętno-wzdłużno-skrętnych** spowodowanych imperfekcjami typu pęknięcia czy rozosiowania lub wymuszeniami zewnętrznymi. Programy te umożliwiają:

- modelowanie linii wirników za pomocą MES z uwzględnieniem pęknięć i rozosiowania wybranych jego elementów oraz z uwzględnieniem elementów pełnych lub drążonych;
- modelowanie zmiennego w czasie tłumienia zewnętrznego poprzez przyłączenie do układu tłumików umocowanych na sztywno do panwi lub stykowo bądź bezstykowo do dowolnego odcinka obracającego się wału;
- modelowanie tłumienia wewnętrznego (materiałowego) za pomocą współczynników α i β proporcjonalnych do macierzy bezwładności i sztywności;
- przykładanie do układu dowolnie zmiennych w czasie (synchronicznych i asynchronicznych) wymuszeń zewnętrznych poprzecznych, wzdłużnych i skrętnych;
- obliczenia dla każdego kroku czasowego t, nowych wartości współczynników sztywności i tłumienia filmu olejowego poprzecznych łożysk ślizgowych o dowolnej geometrii szczeliny smarnej, co umożliwia śledzenie rozwoju tzw. niestabilności hydrodynamicznej łożysk ślizgowych;
- przyłożenie do układu dowolnej liczby łożysk wzdłużnych o zadanych współczynnikach sztywności i tłumienia;
- uwzględnienie sztywności i tłumienia konstrukcji podpierającej (fundamentu) w postaci macierzy współczynników sztywności i tłumienia uwzględniającej zarówno charakterystyki lokalne podpory jak i sprzężenia między nimi;
- wygenerowanie przemieszczeń poprzecznych, wzdłużnych i skrętnych dowolnych węzłów układu w funkcji czasu (kąta obrotu wału), co umożliwia budowę nieeliptycznych trajektorii drgań poprzecznych oraz niesinusoidalnych przebiegów drgań wzdłużnych i skrętnych.

Programy serii NLDW stanowią więc złożony system komputerowy, umożliwiający analizę wpływu wybranych imperfekcji konstrukcyjnych oraz analizę wymuszeń zewnętrznych i sprzężonych form drgań w zakresie nieliniowym. Odnoszą się one do wielopodporowych wirników ułożyskowanych ślizgowo.

3.1.3 Programy serii NLDW – wyszczególnienie

W zależności od potrzeb opracowany został cały pakiet programów serii NLDW. Różnią się one stopniem zaawansowania modelu (4 lub 6 stopni swobody w węźle co oznacza możliwość opisu tylko drgań poprzecznych lub sprzężonych drgań poprzeczno-wzdłużno-skrętnych) lub przystosowaniem do konkretnego zapisu obciążeń zewnętrznych (np.: NLDW-LEW-75). Zestawienie tych programów przedstawia poniższa tabela. Z punktu widzenia założonych celów niniejszej monografii i przyjętego obiektu badań, do dalszych konkretnych obliczeń wykorzystany został głównie program NLDW-LEW-75.

PROGRAM	**OPIS**
NLDW-60	Elementy o czterech stopniach swobody w węźle; bez pęknięć i rozosiowań.
NLDW-LEW-60	Elementy o czterech stopniach swobody w węźle; bez pęknięć i rozosiowań. Program umożliwia analizę łożysk ślizgowych z uwzględnieniem kieszeni lewarowych i „przekoszeń" panwi.
NLDW-65	Elementy o czterech stopniach swobody w węźle; bez pęknięć i rozosiowań. Program umożliwia wprowadzanie zewnętrznych obciążeń w formie dodatkowych (poza niewyważeniami) sił poprzecznych.
NLDW-70	Elementy o sześciu stopniach swobody w węźle; z uwzględnieniem pęknięć i rozosiowań.
NLDW-LEW-70	Elementy o sześciu stopniach swobody w węźle; z uwzględnieniem pęknięć i rozosiowań. Program umożliwia analizę łożysk ślizgowych z uwzględnieniem kieszeni lewarowych i „przekoszeń" panwi.

3.2 Możliwości modelowania defektów i budowy relacji diagnostycznych

Jak wynika z rozważań przeprowadzonych w podrozdziale 3.1 narzędzia badawcze w postaci środowiska MESWIR – rys. 3.1 – stwarzają unikalne możliwości modelowania różnego rodzaju defektów czy też stanów anormalnych w pracy maszyny wirnikowej a następnie pozyskiwania symptomów tych defektów. Tym samym staje się możliwe generowanie tak wartościowych z punktu widzenia diagnostyki relacji

NLDW-75	Elementy o sześciu stopniach swobody w węźle; z uwzględnieniem pęknięć i rozosiowań. Program umożliwia wprowadzanie zewnętrznych obciążeń w formie dodatkowych (poza niewyważeniami) sił poprzecznych, wzdłużnych oraz momentów skrętnych.
NLDW-LEW-75	Elementy o sześciu stopniach swobody w węźle; z uwzględnieniem pęknięć i rozosiowań. Program umożliwia wprowadzanie zewnętrznych obciążeń w formie dodatkowych (poza niewyważeniami) sił poprzecznych, wzdłużnych oraz momentów skrętnych. Program umożliwia dodatkowo analizę łożysk ślizgowych z uwzględnieniem kieszeni lewarowych i „przekoszeń" panwi.
NLDW-ANIZ-75	Elementy o sześciu stopniach swobody w węźle; z uwzględnieniem pęknięć i rozosiowań. Program umożliwia wprowadzanie zewnętrznych obciążeń w formie dodatkowych (poza niewyważeniami) sił poprzecznych, wzdłużnych oraz momentów skrętnych. Dodatkowo program umożliwia obliczenia z uwzględnieniem anizotropii przekrojów wybranych elementów wału.
NLDW-LEW-ANIZ-75	Elementy o sześciu stopniach swobody w węźle; z uwzględnieniem pęknięć i rozosiowań. Program umożliwia wprowadzanie zewnętrznych obciążeń w formie dodatkowych (poza niewyważeniami) sił poprzecznych, wzdłużnych oraz momentów skrętnych. Program umożliwia dodatkowo analizę łożysk ślizgowych z uwzględnieniem kieszeni lewarowych i „przekoszeń" panwi oraz obliczenia z uwzglę -dnieniem anizotropii przekrojów wybranych elementów wału.
NLDW-80	Elementy o czterech stopniach swobody w węźle; bez pęknięć i rozosiowań; z uwzględnieniem sprzężeń między podporami.
NLDW-90	Elementy o sześciu stopniach swobody w węźle; z uwzględnieniem pęknięć i rozosiowań i sprzężeń między podporami.
NLDW-60-USZCZ **NLDW-60-USZCZ-LOZ**	Wersja **NLDW-60** z uwzględnieniem uszczelnień labiryntowych. Istnieją dwie wersje tego programu: – opis uszczelnień w postaci współczynników sztywności i tłumienia (model liniowy), – model nieliniowy uszczelnień tzw. „łożyskowy".

typu **defekt – symptom**. Relacje te stanowią podstawę dla przyjętej koncepcji „trenowania" układów adaptacyjnych i tym samym budowy zaawansowanych systemów diagnostycznych bazujących na sztucznej inteligencji.

Podsumowując w pewnym sensie rozważania dotyczące środowiska MESWIR spróbujmy zestawić najistotniejsze możliwości budowy relacji diagnostycznych, a więc związków typu defekt-symptom. Możliwości te przedstawimy określając ty-

powe uszkodzenia lub też inaczej tzw. klasy defektów a mianowicie:

I. Przemieszczenia termiczne, montażowe lub eksploatacyjne podpór łożyskowych

Z sytuacją przemieszczeń podpór łożyskowych w stosunku do linii geodezyjnej linii wirników wskutek ich dylatacji termicznych lub też zmian w trakcie eksploatacji z reguły mamy do czynienia w przypadku dużych, wielopodporowych maszyn wirnikowych takich jak np. turbozespoły energetyczne dużej mocy. Znajomość skutków takich przemieszczeń lub też informacja o dopuszczalnych lub granicznych przemieszczeniach poszczególnych podpór z uwagi na przyjęte kryteria (np. naciski w łożyskach lub amplitudy drgań czopów) stanowi kluczowy czynnik w procesie diagnozowania stanu przyjętego obiektu i tym samym niezmiernie cenną przesłanką w budowie baz wiedzy zaawansowanych systemów diagnostycznych. Połączenie programów serii KINWIR z programami serii NLDW stwarza taką możliwość. W efekcie możemy otrzymać obszary dopuszczalnych położeń czopów łożyskowych (tzw. mapy akceptacji) dla wszystkich podpór i odpowiadające im widma drgań bezwzględnych panwi i względnych filmu olejowego.

II. Zmiany sztywności podpór łożyskowych

Macierze sztywności konstrukcji podpierającej w programach serii NLDW mogą być modyfikowane w sposób uwzględniający zmiany jej charakterystyk wskutek niewłaściwej eksploatacji lub awarii maszyny. Niektóre typowe defekty mogą bowiem wyrażać się pewnymi zmianami współczynników sztywności i tłumienia podpór (np. wskutek obluzowania się śrub mocujących, lub spadku sztywności fundamentu spowodowanej zmianami własności gruntu).

III. Imperfekcje montażowe lub eksploatacyjne wałów typu pęknięcia lub rozosiowania

Narzędzia badawcze w postaci środowiska MESWIR stwarzają możliwości oceny wpływu nie tylko samego pęknięcia wału i jego lokalizacji wzdłuż linii wirników, ale również jego stopniowej propagacji w głąb materiału. Nieliniowy opis tego zjawiska umożliwia wygenerowania złożonych widm drgań lub widm kaskadowych. Analogiczne wyniki otrzymujemy w przypadku analizy wpływu rozosiowania poszczególnych elementów wirnika (np. sprzęgieł). Jak wiadomo, obecność w układzie pęknięć lub rozosiowań, może wywołać sprzężone formy drgań. Programy NLDW-70, NLDW-75 oraz NLDW-75-LEW stwarzają możliwości analizy drgań giętno-wzdłużno-skrętnych całego układu, co otwiera nowe możliwości w poszukiwaniu tzw. wyróżników diagnostycznych stanu obiektu i ocenie przydatności niektórych sposobów monitorowania maszyn wirnikowych.

IV. Zmiany charakteru i wielkości sił, momentów i tłumików zewnętrznych działających na układ

Programy serii NLDW umożliwiają przyłożenie do układu dowolnych sił i momentów zewnętrznych a następnie analizowanie wpływu zmiany ich przebiegów w czasie. Stwarza to doskonałe warunki do oceny wpływu np.: zmian momentów skrętnych w generatorze lub oddziaływań aerodynamicznych w poszczególnych stopniach turbiny.

V. Nierównoległości osi panwi i czopów (tzw. „przekoszenie" panwi)

Jest to typowy defekt montażowy lub eksploatacyjny właściwy dla wszystkich maszyn wirnikowych ułożyskowanych ślizgowo. Program łożyskowy IZOSLEW skojarzony z programami serii KINWIR i NLDW (rys. 3.1) stwarza takie możliwości. Na bazie otrzymanych widm drgań lub też widm kaskadowych możemy wnioskować o wpływie wielkości i położenia „przekoszenia" na pracę całego układu. Możliwe też jest uzyskanie informacji na temat łącznego wpływu przekoszeń w kilku łożyskach jednocześnie.

VI. Niestabilność hydrodynamiczna węzłów łożyskowych

Opis nieliniowy drgań czopów łożyskowych zarówno przy małych jak i dużych ich wartościach stwarza niezwykle interesującą możliwość stopniowego prześledzenia fazy jakościowej transformacji obrazu drgań układu wywołanego zjawiskami hydrodynamicznymi. Chodzi tu o zjawisko małych a następnie dużych drgań olejowych występujące po przekroczeniu przez układ granicy stabilności. Drgania te określane są często w literaturze wirami olejowymi i biciem olejowym *(oil whirl and oil whip)*. Charakterystycznym ich symptomem są subharmoniczne składowe w widmie drgań. Drgania olejowe są przyczyną wielu awarii i kłopotów eksploatacyjnych, stąd możliwość ich dokładnego prześledzenia może mieć niekiedy kluczowe znaczenie. Uwaga ta jest tym bardziej zasadna, że w wirnikach wielopodporowych często dochodzi do utraty stabilności w jednym z łożysk w postaci małych drgań olejowych i pomimo to cały układ zachowuje się stabilnie. Niebezpieczne stają się dopiero duże drgania olejowe, czyli bicie olejowe lub też jednoczesne wystąpienie małych drgań w formie wirów olejowych w kilku łożyskach. Możliwość prześledzenia drgań olejowych (niestabilności hydrodynamicznej) i oceny, kiedy sytuacja jest naprawdę groźna, stwarzają wszystkie programy serii NLDW.

VII. Zmiany kształtu szczeliny smarnej i warunków smarowania łożysk

Programy do analizy pracy łożysk ślizgowych tworzące środowisko MESWIR umożliwiają ocenę wpływu nagłej zmiany ciśnienia zasilania lub ciśnienia lewarowego. Z kolei silne deformacje termiczne i sprężyste panwi mogą dość istotnie zmienić założony konstrukcyjny kształt szczeliny smarnej. Analizę tego rodzaju przypadków umożliwia program DIADEF. Programy łożyskowe w powiązaniu z programami do analizy zagadnień kinetostatyki i dynamiki – rys. 3.1 – umożliwiają budowę symptomów tych defektów i zestawienia

gotowych relacji w formie bardzo wygodnych tzw. kart diagnostycznych.

VIII. Przypadki kombinowane
Możliwa jest oczywiście kombinacja wymienionych wyżej klas defektów i ocena wpływu ich łącznego oddziaływania. Możemy w ten sposób otrzymać złożone relacje diagnostyczne. Metoda kombinowana jest bardzo użyteczna w badaniach czułości układu na określone defekty i w badaniach zmierzających do określenia stopnia jednoznaczności relacji diagnostycznych. Są to aktualnie najtrudniejsze zagadnienia diagnostyki według modelu, często powiązane z zagadnieniem poszukiwania modeli odwrotnych (zagadnieniem inwersji).

3.3 Weryfikacja eksperymentalna

W przypadku tak złożonych narzędzi badawczych w postaci środowiska MESWIR weryfikacja eksperymentalna jest szczególnie istotna.

Przedstawimy teraz fragment badań weryfikacyjnych opracowanych modeli i programów przeprowadzonych na przykładzie dwóch obiektów:

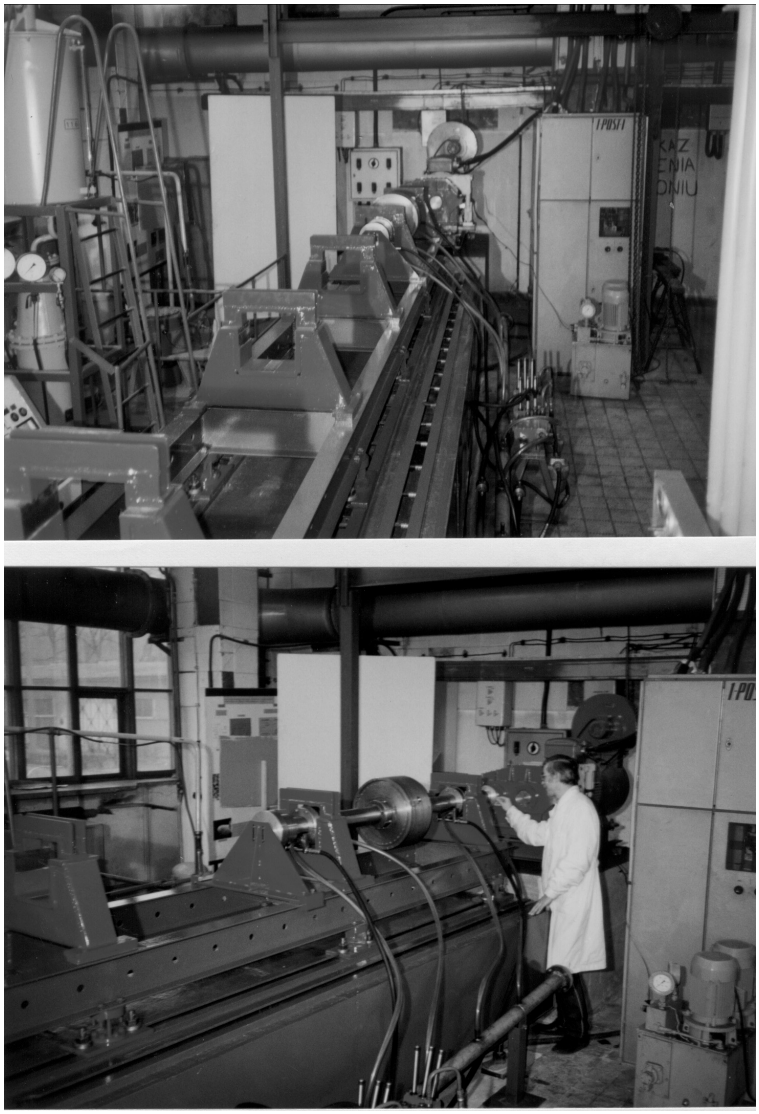
- wielkogabarytowego stanowiska laboratoryjnego,
- dużej maszyny energetycznej – turbozespołu o mocy 200 MW.

Powyższe obiekty stanowiły źródło danych eksperymentalnych niezbędnych dla przeprowadzenia stosownej weryfikacji.

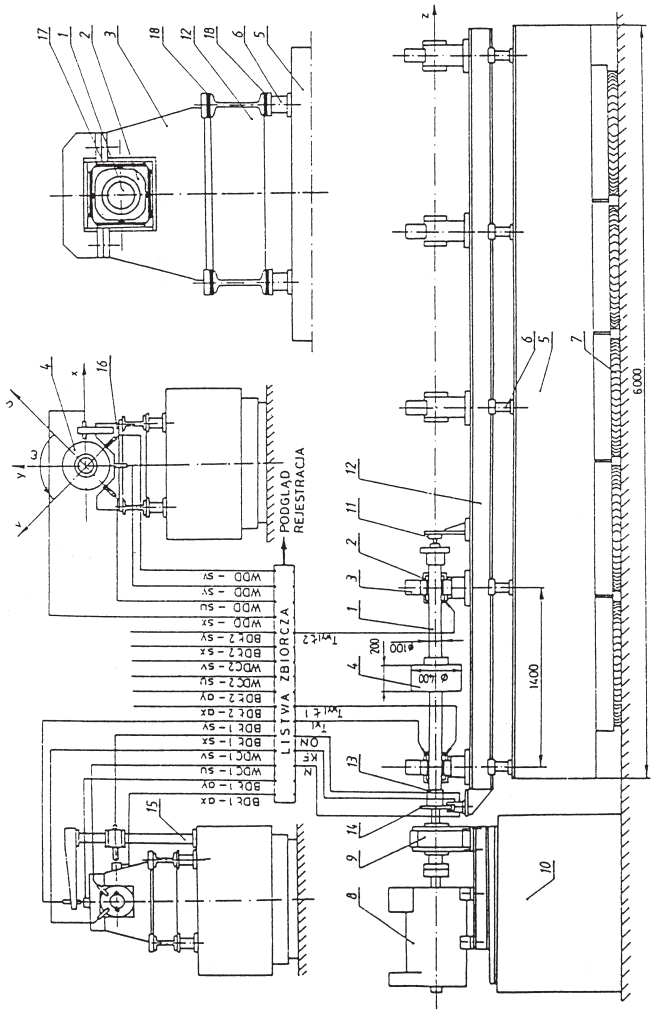
3.3.1 Obiekt laboratoryjny – wirnik dwupodporowy

Przyjęty do badań obiekt stanowi część linii wirników wielkogabarytowego stanowiska do badania dynamiki wirników będącego na wyposażeniu laboratorium wibrodiagnostyki Instytutu Maszyn Przepływowych PAN w Gdańsku. Fotografię stanowiska przedstawia rys. 3.3, natomiast schematy konstrukcyjne i schematy układów pomiarowych stanowiska przedstawiają rys. 3.4 i rys. 3.5.

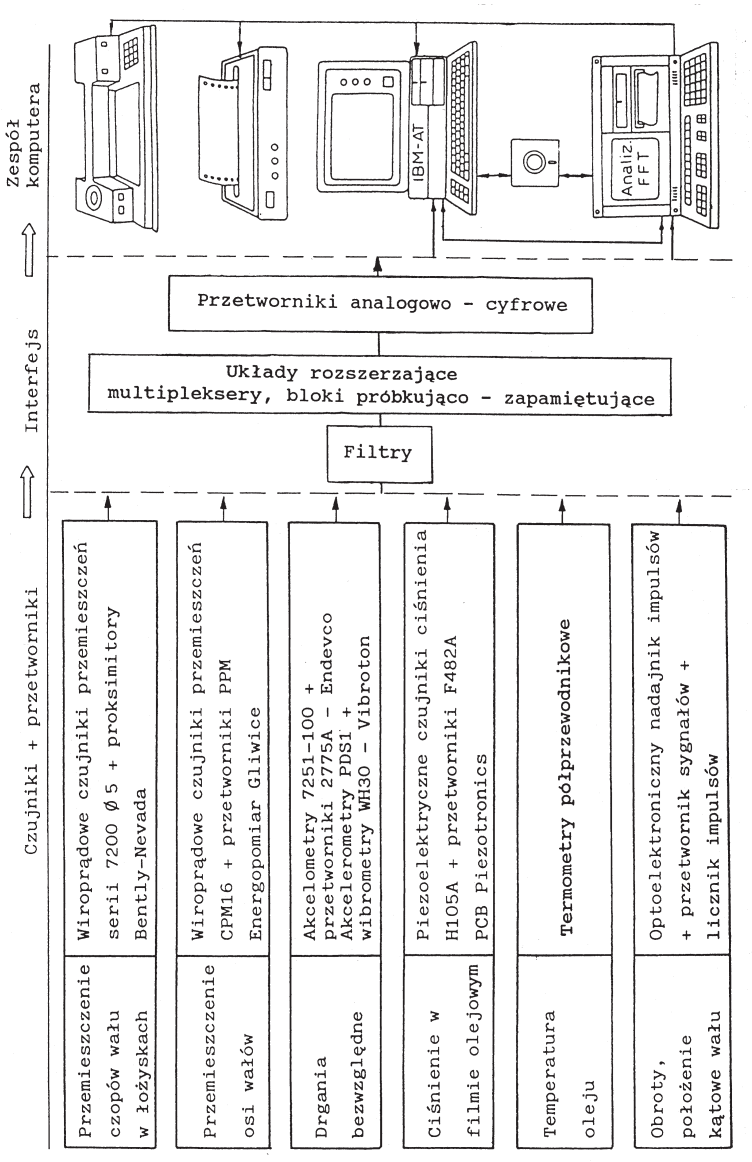
Zasadniczą część stanowiska stanowi modelowy wirnik, podparty w dwóch łożyskach ślizgowych i napędzany silnikiem elektrycznym. Łożyska osadzone są w stojakach łożyskowych posadowionych na ramie głównej. Rama oparta jest na ciężkim bloku betonowym pełniącym rolę gruntu i układu odniesienia dla mierzonych przemieszczeń bezwzględnych elementów stanowiska. Statyczne obciążenie łożysk wynika z ciężaru wirnika. Dynamiczne obciążenie łożysk realizowane jest poprzez montaż na wirniku ciężarków powodujących stan niewyważenia wirnika, jest zatem synchroniczne z obrotami.



Rys. 3.3. Fotografia przyjętego do badań obiektu – wirnika laboratoryjnego dwupodporowego



Rys. 3.4. Schemat stanowiska badawczego dwupodporowego wirnika laboratoryjnego [3.3, 3.5]: 1– wał, 2 – łożyska poprzeczne, 3 – stojaki łożyskowe, 4 – tarcza obciążająca (dysk), 5 – fundament, 6 – podpory ramy, 7 – wibroizolacja, 8 – silnik elektryczny, 9 – przekładnia, 10 – fundament układu napędowego, 11 – łożysko oporowe, 12 – rama główna, 13 – sprzęgło podatne, 14 – tarcza nadajnika impulsów, 15 – stojak do pomiaru drgań panwi, 16 – stojak do pomiaru drgań tarczy, 17 – utwierdzenia panwi, 18 – podkładki poziomujące



Rys. 3.5. Układy pomiarowe stanowiska badawczego [3.3, 3.5]

Podstawowe dane techniczne wirnika laboratoryjnego

- średnica wału $D = 0,1$ m;
- średnica tarczy $D = 0,4$ m, grubość $g = 0,2$ m (jedna tarcza o masie $m_t =$ 180 kg usytuowana w przybliżeniu pośrodku podpór);
- dwa poprzeczne łożyska ślizgowe z luzem kołowo-cylindrycznym i szerokości względnej $L/D = 0,5$; przy czym wielkość luzu bezwzględnego promieniowego ΔR dla obu łożysk jest różna:

  dla łożyska w podporze 1 – $\Delta R = 78,15$ μm,
  dla łożyska w podporze 2 – $\Delta R = 90,35$ μm,

- ciśnienie zasilania $p_0 = 2,2$ at;
- temperatura oleju zasilającego $t_0 = 31^{\circ}$C; do badań zastosowano olej maszynowy Z-26 o następującej charakterystyce lepkość–temperatura:

  dla $t_0 = 31^{\circ}$ $\mu_0 = 0,075$ [Pa·s],
  dla $t_0 = 50^{\circ}$ $\mu_0 = 0,03$ [Pa·s];

- każde z łożysk posiada w płaszczyźnie poziomej dwie kieszenie smarne o rozpiętości 20°;
- rozpiętość podpór wirnika 1 = 1,4 m;
- sztywność dynamiczna utwierdzeń zewnętrznych panwi

  dla podpory 1. $\lambda_{11} = 90 \cdot 10^6$ N/m (poziom)
  $\lambda_{22} = 330 \cdot 10^6$ N/m (pion),
  dla podpory 2. $\lambda_{11} = 65 \cdot 10^6$ N/m (poziom)
  $\lambda_{22} = 305 \cdot 10^6$ N/m (pion)

  (są to podpory „sztywne", dla których współczynniki tłumienia dynamicznego można przyjąć jako pomijalnie małe);
- tłumienie materiałowe wirnika (wg zaleceń firmy HKS producenta systemu ABAQUS dla pomierzonych częstości drgań własnych układu):

$$\alpha = 3,04, \quad \beta = 0,00003294;$$

- masa panwi łożyskowych $m_p = 15$ kg.

W laboratorium IMP PAN przeprowadzone zostały badania eksperymentalne odnoszące się do pomiarów drgań wymuszonych układu spowodowanych niewyważeniem wirującej tarczy. Z boków tarczy na promieniu $rnw = 0,18$ m wyfrezowane zostały dwa rowki, w których mocowane były odpowiednie masy niewyważenia mnw. W trakcie badań, za pomocą wiroprądowych przetworników firmy Bently-Nevada w układzie poziomym i pionowym, mierzone były przemieszczenia (trajektorie) następujących charakterystycznych punktów układu:

- bezwzględne tarczy (środka wirnika),
- bezwzględne panwi (w podporze 1. i 2.),
- względne panwi i czopów łożysk w podp. 1. i 2. (drgania filmu olejowego).

Badania eksperymentalne przeprowadzone zostały w zakresie prędkości obrotowych wirnika do $n = 5000$ obr/min i dla mas niewyważenia $mnw = 0,005$ kg do $mnw = 0,02$ kg. Na układ działały zatem zawsze dwie niewywagi:
$NW1 = mnw1 \cdot rnw1 \cdot \omega^2$,
$NW2 = mnw2 \cdot rnw2 \cdot \omega^2$
przytwierdzone sztywno do bloków tarczy (co oznacza $mnw1 = mnw2, rnw1 = rnw2$ oraz brak kątów fazowych $FI1 = FI2 = 0$).

Do rejestracji wyników badań zastosowano skomputeryzowany system pomiarowy. Wszystkie mierzone wielkości były przetwarzane do postaci cyfrowej za pomocą programowanych przetworników analogowo-cyfrowych i utrwalane na dysku komputera. Przetworniki A/C mają wbudowane wkłady *sample and hold*, dzięki czemu próbki sygnałów z wszystkich kanałów zebrane w trakcie jednego cyklu próbkowania dotyczą tego samego momentu czasowego. Próbkowanie jest ponadto ściśle zsynchronizowane z kątowym położeniem wału dzięki temu, że rejestracja danych jest inicjowana impulsem z optoelektronicznego nadajnika impulsów związanego z określonym położeniem kątowym wału, a częstość próbkowania jest automatycznie dostosowywana do prędkości obrotowej wału.

Celem wyeliminowania zakłóceń pomiarowych spowodowanych niejednorodnością magnetyczną wału wirnika i tarczy (tzw. *runout*) opracowana została specjalna metoda komputerowej ich rejestracji a następnie „odsiewu" od sygnału mierzonego. Jak wielkie mogą to być zakłócenia przedstawia rys. 3.6 [3.5, 3.6].

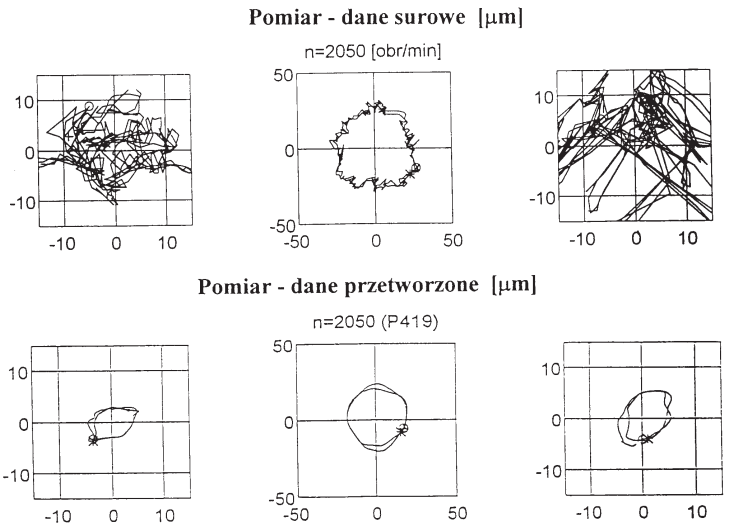
Stanowisko umożliwia badania eksperymentalne wzajemnych zależności pomiędzy zamodelowanymi defektami i symptomami. Zależności te tworzą wystarczająco „gęstą" sieć powiązań, co w poglądowy sposób przedstawia rys. 3.8.

Model obliczeniowy dwupodporowego wirnika laboratoryjnego, wraz z dyskretyzacją i numeracją poszczególnych jego elementów przedstawia rys. 3.7.

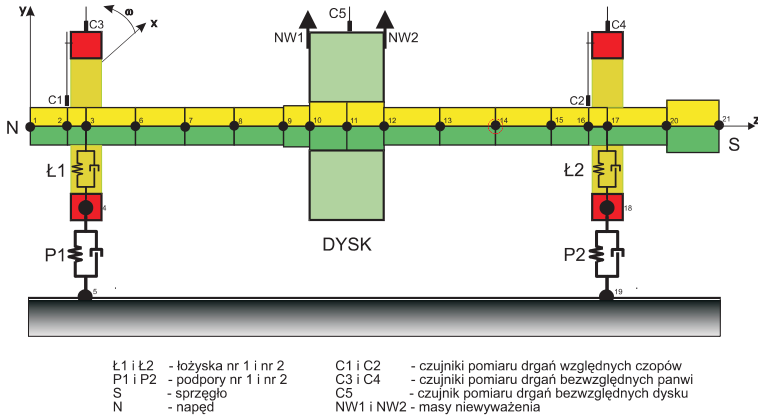
Wszystkie wyżej wymienione dane konstrukcyjne i eksploatacyjne stanowiska wprowadzone zostały do programów serii NLDW celem przeprowadzenia badań weryfikacyjnych.

Zakres badań

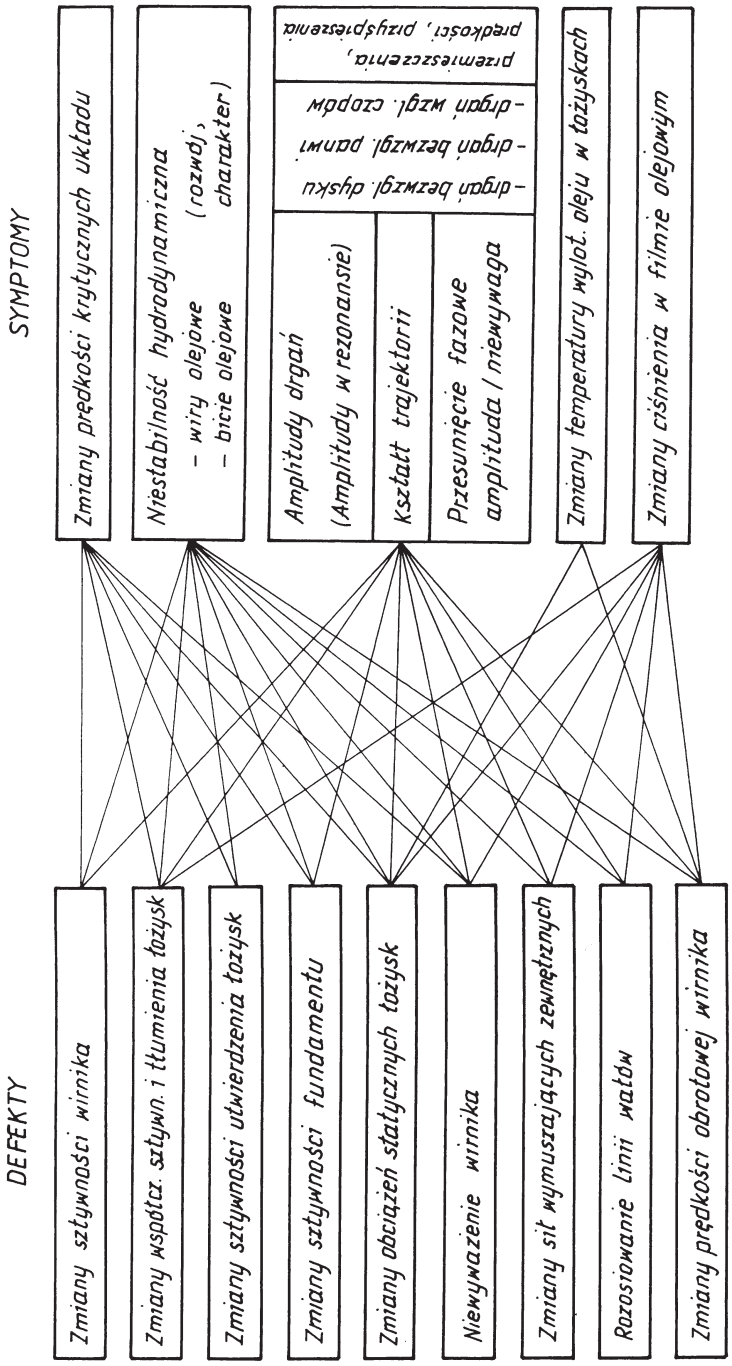
Obliczenia dynamiczne przeprowadzone zostały za pomocą programów serii NLDW oraz KINWIR (kinetostatyka). Przeprowadzone też zostały obliczenia za pomocą programu DYNWIR–W celem oceny zasadności opisu za pomocą modeli prostszych – rys. 3.1. Wyniki uzyskane za pomocą programu NLDW i DYNWIR-W w stabilnym zakresie pracy wirnika i przy małych jego drganiach powinny być bowiem podobne. Oczywiście po przekroczeniu granicy stabilności układu lub przy dużych drganiach wirnika wiarygodne wyniki możemy uzyskać jedynie w oparciu o program NLDW.



Rys. 3.6. Przykład wpływu różnego rodzaju zakłóceń, błędów pomiaru i „runout'u". Rysunki górne – pomiar surowy; rysunki dolne – pomiar przetworzony po komputerowym „odsianiu" niejednorodności magnetycznych; rysunki lewe – drgania względne czopa łożyska nr 1; rysunki środkowe – drgania bezwzględne tarczy; rysunki prawe – drgania względne czopa łożyska nr 2 [3.3, 3.5]



Rys. 3.7. Model obliczeniowy wirnika laboratoryjnego dwupodporowego



Rys. 3.8. Możliwości badania związków typu defekt-symptom na stanowisku badawczym

Założono, że na układ działają dwie siły wymuszające spowodowane niewyważeniem tarczy o następujących wartościach iloczynu masy niewyważenia mnw i promienia rnw:

$$mnw \cdot rnw = 0,005 \text{ kg} \cdot 0,18 \text{ m} = 0,0009 \text{ kgm},$$

$$mnw \cdot rnw = 0,0125 \text{ kg} \cdot 0,18 \text{ m} = 0,00225 \text{ kgm},$$

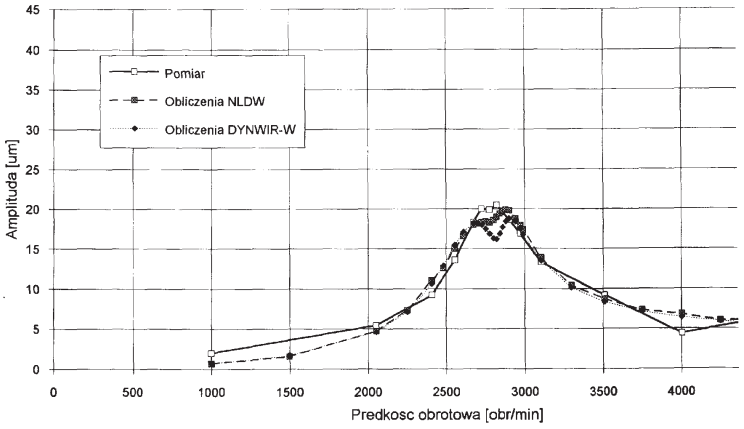
$$mnw \cdot rnw = 0,020 \text{ kg} \cdot 0,18 \text{ m} = 0,0036 \text{ kgm}.$$

Siły te $NW1 = NW2 = mnw \cdot rnw \cdot \omega^2$ działają zgodnie w fazie po obu stronach tarczy (a więc $FI1 = FI2 = 0$). Zarówno obliczenia jak i badania eksperymentalne przeprowadzono w zakresie prędkości obrotowych wirnika dla których zachowana została stabilność układu.

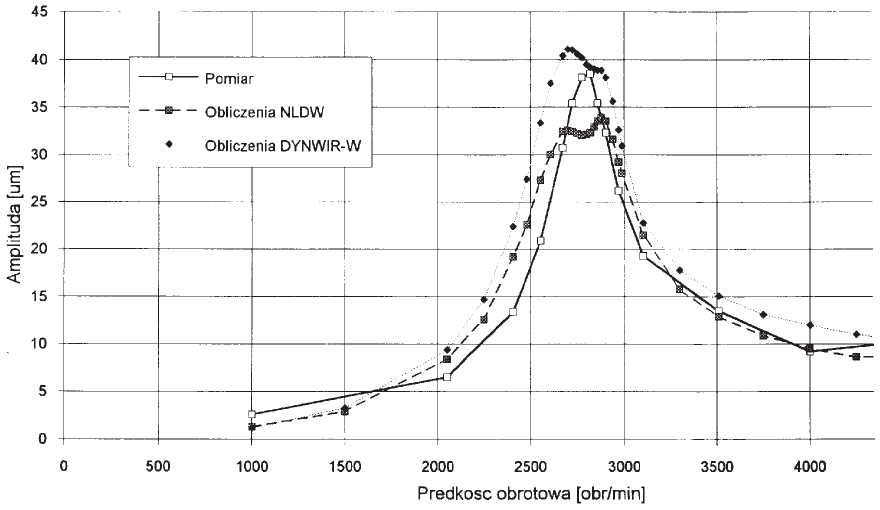
Wielkość sił wymuszających $NW1$, $NW2$ została dobrana w taki sposób, aby trajektorie względne czopów w łożyskach były dostatecznie małe w porównaniu do koła luzów. W ten sposób zachowany został wymóg adekwatności opisu liniowego.

Wyniki badań i wnioski

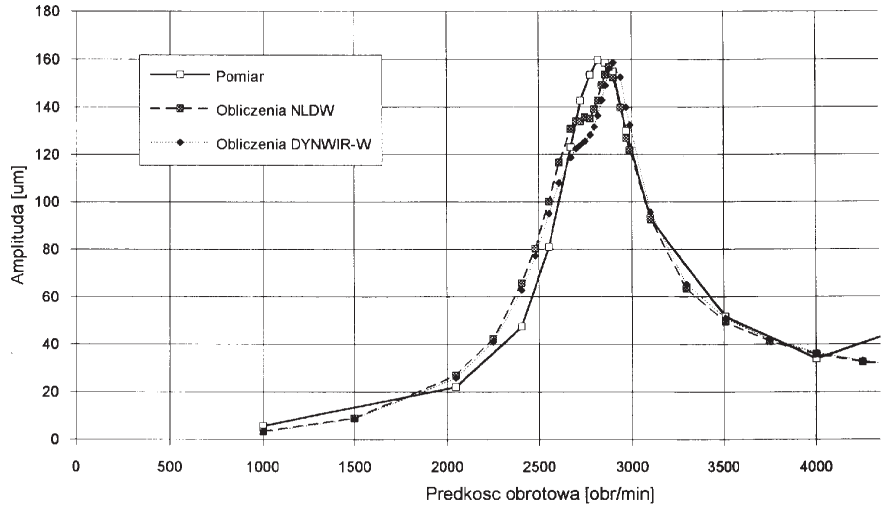
Przykładowe (tylko dla wartości iloczynu $mnw \cdot rnw = 0,00225$ kgm) wyniki pomiarów eksperymentalnych drgań wymuszonych układu w zestawieniu z wynikami teoretycznymi uzyskanymi za pomocą programów DYNWIR – W i NLDW przedstawiają rys. 3.9 do 3.14. Zgodność wyników teoretycznych i eksperymentalnych można uznać za zupełnie wystarczającą. Podobne wnioski wyciągnąć można dla pozostałych (nie przedstawianych w monografii) wartości wymuszeń zewnętrznych (iloczynów $mnw \cdot rnw$).



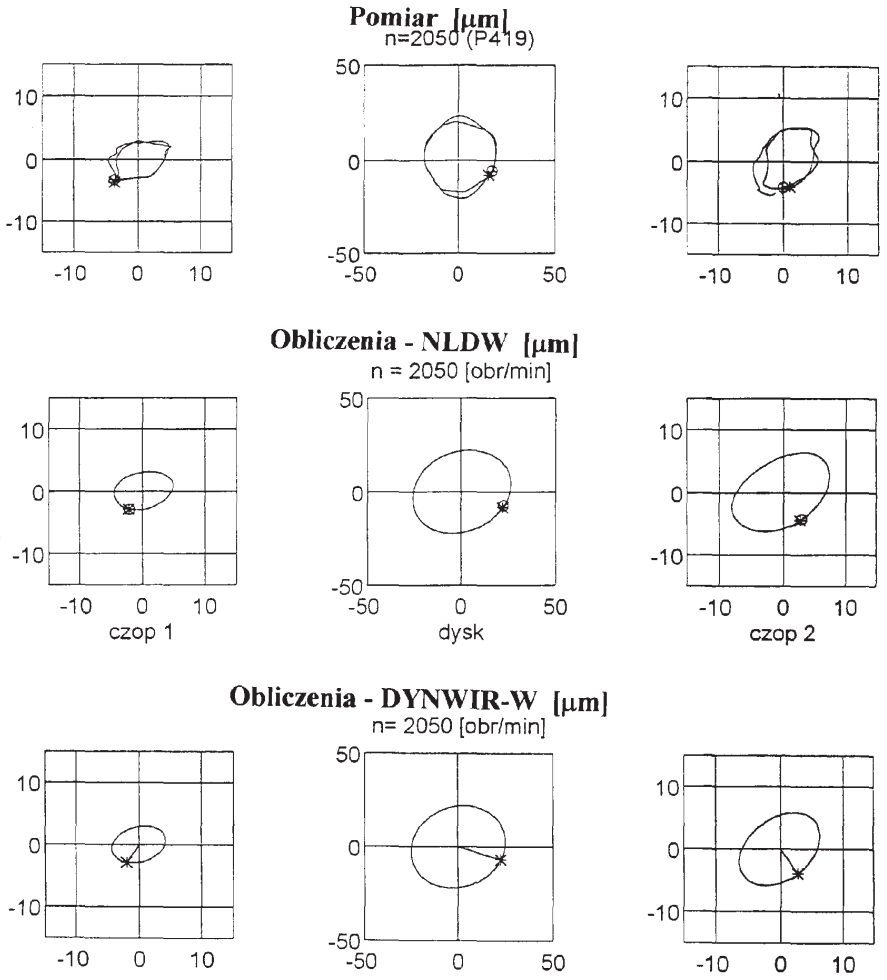
Rys. 3.9. Weryfikacja modelu obiektu. Przebieg amplitudy drgań względnych czopa w łożysku nr 1



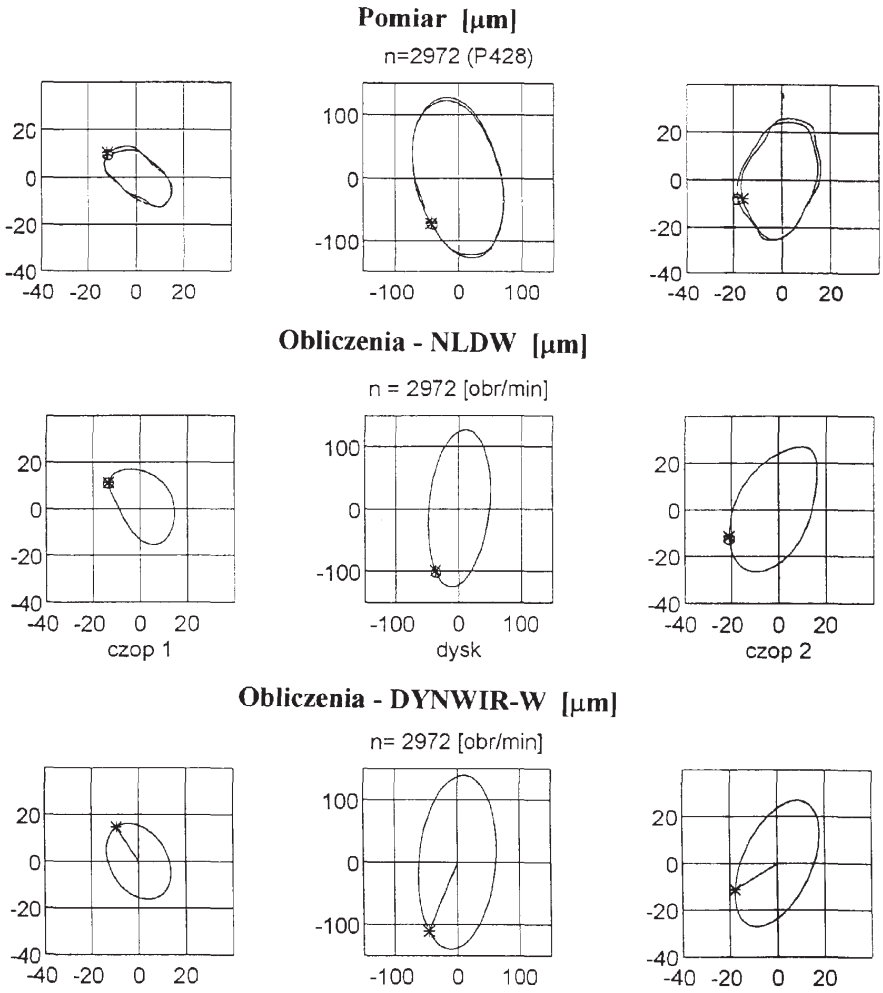
Rys. 3.10. Weryfikacja modelu obiektu. Przebieg amplitudy drgań względnych czopa w łożysku nr 2



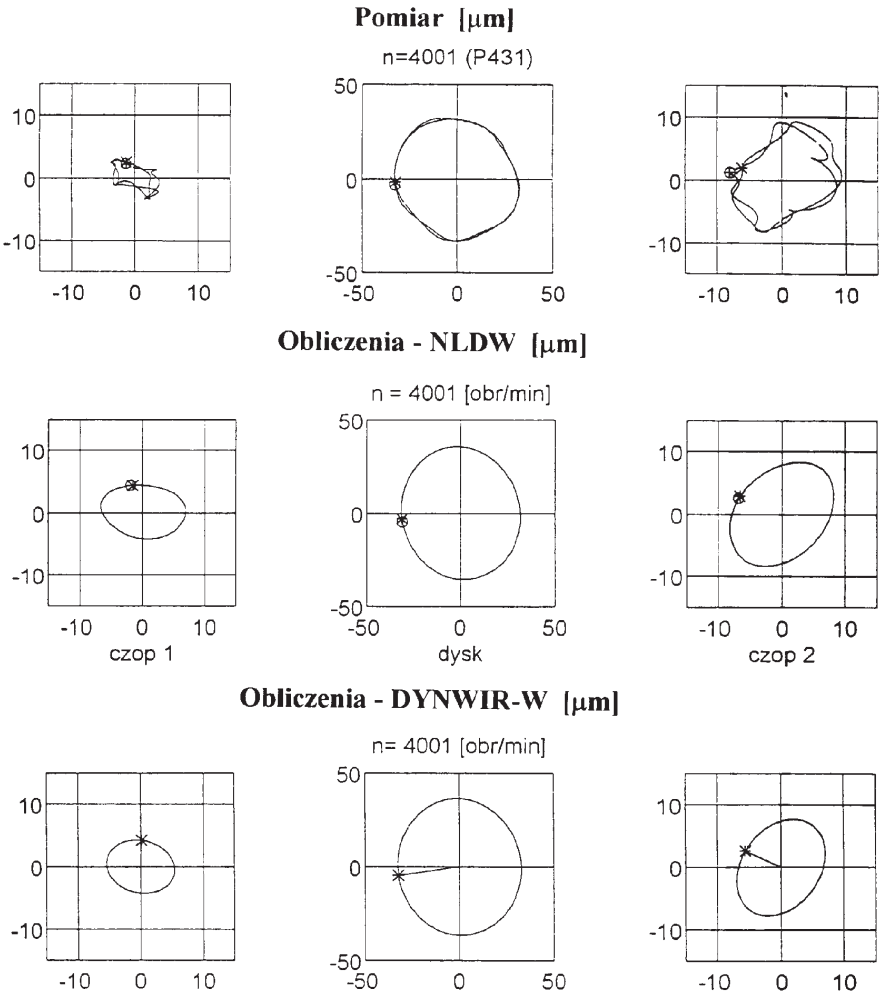
Rys. 3.11. Weryfikacja modelu obiektu. Przebieg amplitudy drgań bezwzględnych tarczy



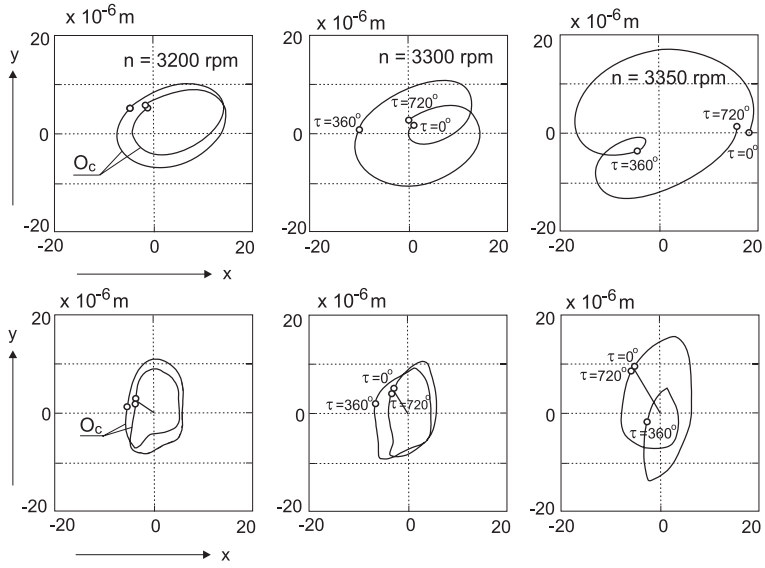
Rys. 3.12. Weryfikacja modelu obiektu. Trajektorie czopów w łożyskach (kolumna lewa – łożysko nr 1, kolumna prawa – łożysko nr 2) i tarczy (kolumna środkowa) dla prędkości obrotowej wirnika $n = 2050$ *obr /min. Prędkość przedrezonansowa*



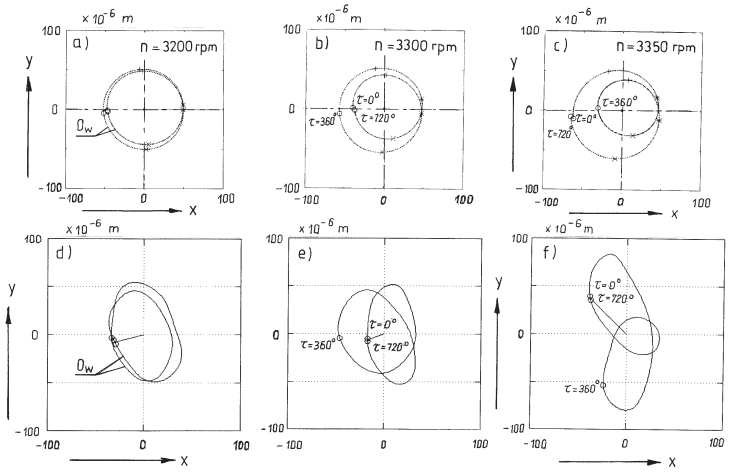
Rys. 3.13. Weryfikacja modelu obiektu. Trajektorie czopów w łożyskach (kolumna lewa – łożysko nr 1, kolumna prawa – łożysko nr 2) i tarczy (kolumna środkowa) dla prędkości obrotowej wirnika $n = 2972$ *obr /min. Prędkość przedrezonansowa*



Rys. 3.14. Weryfikacja modelu obiektu. Trajektorie czopów w łożyskach (kolumna lewa – łożysko nr 1, kolumna prawa – łożysko nr 2) i tarczy (kolumna środkowa) dla prędkości obrotowej wirnika $n = 4001$ *obr /min. Prędkość przedrezonansowa*



Rys. 3.15. Weryfikacja modelu i programu NLDW w zakresie występowania wirów olejowych – po przekroczeniu granicy stabilności układu. Drgania względne filmu olejowego. a, b, c – wyniki obliczeń; d, e, f – pomiary eksperymentalne



Rys. 3.16. Weryfikacja modelu i programu NLDW w zakresie występowania wirów olejowych – po przekroczeniu granicy stabilności układu. Drgania bezwzględne dysku. a, b, c – wyniki obliczeń; d, e, f – pomiary eksperymentalne

Występujące różnice pomiędzy wartościami pomierzonymi i obliczonymi spowodowane mogą być błędami kształtu luzu rzeczywistego łożyska a także niedoskonałością opracowanej metody komputerowego „odsiewania" błędów spowodowanych niejednorodnością materiałową. Przy tak małych przemieszczeniach względnych czopów i jednocześnie dużych zakłóceniach typu *runout* błędy te są nie do uniknięcia (patrz przykład na rys. 3.6) [3.3, 3.5, 3.6].

Warto zwrócić uwagę na fakt, iż wyniki uzyskane za pomocą programu DYNWIRW (opis liniowy) i NLDW (opis nieliniowy) niewiele się różnią, co potwierdza wiarygodność programu NLDW, ponieważ w analizowanym zakresie prędkości obrotowych (do 4000 obr/min) i przy zadanych wymuszeniach zewnętrznych stanowisko badawcze pracowało w warunkach, dla których opis liniowy może być wystarczająco dokładny.

Celem weryfikacji programu NLDW również w zakresie pracy stanowiska dla którego liniowe zależności już nie obowiązują, przeprowadzone zostały badania eksperymentalne układu po przekroczeniu granicy jego stabilności. Celem obniżenia granicy stabilności poniżej 4000 obr/min (ze względów bezpieczeństwa), zmienione zostały utwierdzenia zewnętrzne panwi na „miękkie", w rezultacie czego wiry olejowe mogły występować już nieco powyżej 3000 obr/min. Badania dotyczyły więc możliwości opisu za pomocą programu NLDW rozwoju wirów olejowych, a więc rozwoju nieliniowych drgań samowzbudnych. Wyniki pomiarów eksperymentalnych i obliczeń teoretycznych przedstawiają rys. 3.15 i 3.16. Również i w tym przypadku zgodność wyników teoretycznych i eksperymentalnych uznać można za zadowalającą. Warto zwrócić tu uwagę na fakt, iż program NLDW dobrze „przewidział" położenie kątów fazowych dla $\tau = 0^{\circ}, 360^{\circ}$ i 720°, co jest szczególnie trudne z uwagi na złożoność zjawisk tu zachodzących.

3.3.2 Obiekty rzeczywiste – duże jednostki energetyczne

Weryfikacja narzędzi badawczych w postaci środowiska MESWIR na przykładzie dużego obiektu energetycznego stwarza jakościowo nowe problemy w stosunku do weryfikacji opartej na badaniach laboratoryjnych. Z uwagi na złożoność zjawisk zachodzących w tego rodzaju obiektach część niezbędnych do obliczeń danych jest niezwykle trudna do pozyskania a czasami wręcz niemożliwa do oszacowania. Dotyczy to dla przykładu możliwości oszacowania wartości sił tłumiących w układzie (zarówno materiałowych jak i oporów tłumienia wynikających z obrotów wirnika w parze wodnej), oddziaływań magnetycznych w generatorze czy też chwilowych przemieszczeń sprężystych i termicznych podpór i całego fundamentu. Ponadto, dane te silnie zależą od konkretnej jednostki pracującej w określonych warunkach. Nie można w zasadzie opracować danych właściwych dla całej klasy tego typu maszyn. W takiej sytuacji praktycznie nie ma możliwości bezpośredniej, inaczej mówiąc **ilościowej** weryfikacji opracowanych modeli i programów komputerowych. Pozostaje weryfikacja **jakościowa** polegająca na parametrycznym doborze nieznanych parametrów wejściowych, ocenie wrażliwości przyjętego układu na te wielkości a następnie ocenie trendów zmian charakterystyk statycznych, a zwłaszcza dynamicznych obiektu. Praktycznie oznacza to postępowanie zwane potocznie

dostrojeniem modelu do przyjętego zestawu danych wejściowych i wynikowych (eksploatacyjnych). Badania weryfikacyjne przeprowadzone zostały na przykładzie kilku obiektów rzeczywistych tej samej klasy, a mianowicie turbozespołów energetycznych 13K215 o mocy 200 MW pracujących w krajowych elektrowniach – rys. 3.17 i rys. 3.18.

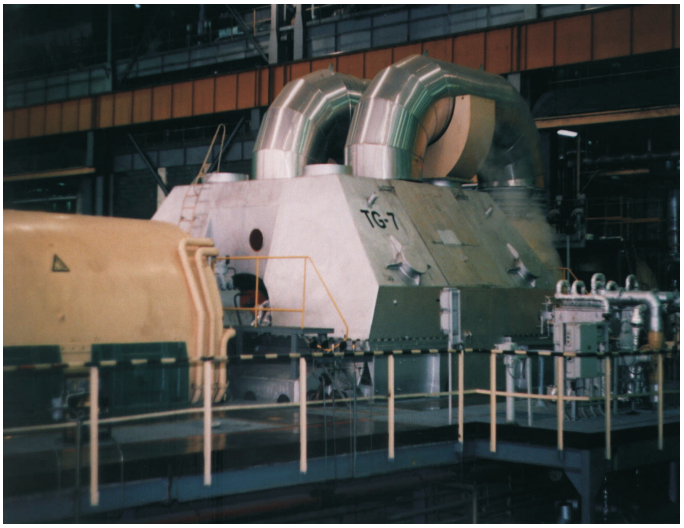
Dla obiektów tych udało się zebrać niezbędne do obliczeń dane konstrukcyjne i eksploatacyjne od krajowych producentów i dysponentów tych obiektów. Głównym źródłem informacji o stanie dynamicznym obiektów były wyniki pomiarów specjalistycznych ekip pomiarowych koncernu ABB-Zamech w Elblągu (obecnie ALSTOM Power Ltd), kadry inżynierskiej Elektrowni „Kozienice" i Elektrowni „Połaniec" oraz własnych pomiarów zespołów z Instytutu Maszyn Przepływowych PAN w Gdańsku. Przede wszystkim jednak źródłem niezwykle cennych informacji był **system diagnostyczny** zainstalowany na bloku nr 7 w el. „Kozienice". System DT-200 opracowany został w ramach Projektu Badawczego Zamawianego PBZ-038-06 wysiłkiem wielu zespołów badawczych z całego kraju [3.4]. Jego użyteczność wynika przede wszystkim z łatwego do niego dostępu autora niniejszej monografii oraz zespołów zaangażowanych w realizację ww. projektu.

Przedstawimy teraz bardziej szczegółowe dane dotyczące tej klasy jednostek (w formie swego rodzaju banku danych) oraz wybrane informacje dotyczące systemu DT-200 a także podamy przykłady weryfikacji narzędzi badawczych i zastosowania procedury strojenia modelu odnoszące się do całej klasy przyjętych obiektów. W następnej kolejności przeprowadzimy procedurę strojenia modelu i budowy przypadku referencyjnego (bazowego) w odniesieniu już do jednego, konkretnego obiektu. Będzie to jednostka 13K215 po gruntownej modernizacji i o ustabilizowanych parametrach eksploatacyjnych, stąd też decyzja o jej wyborze na obiekt wzorcowy (referencyjny).

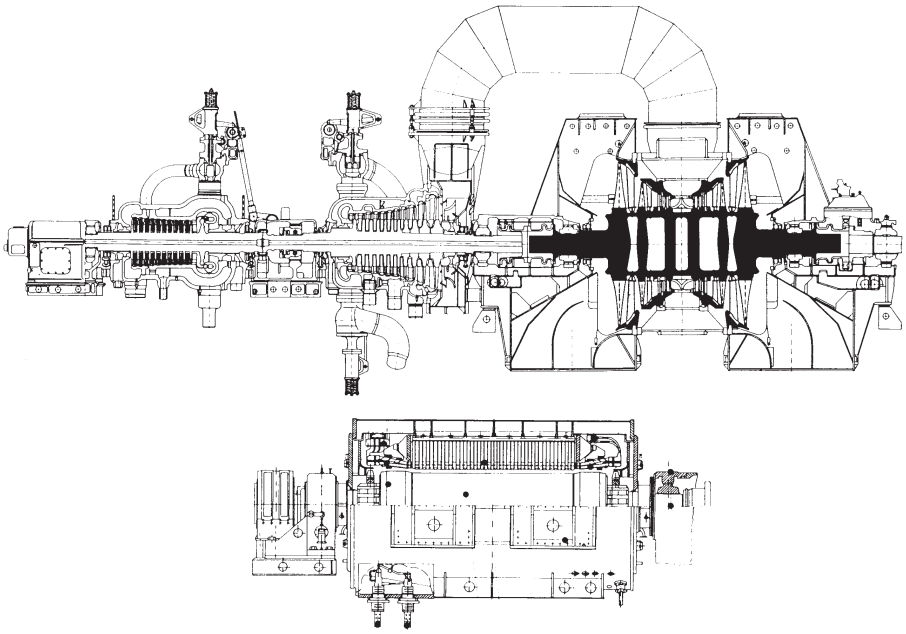
3.3.2.1 Bank danych geometrycznych i eksploatacyjnych dla klasy obiektów typu turbozespoły 13K215

„Bank danych" jest syntetycznym zbiorem danych charakterystycznych dla turbozespołów typu 13K215, podstawowych turbozespołów w polskiej energetyce. Zebrano w nim podstawowe zależności wymiarowe, własności mechaniczne i inne dane pomocne przy diagnostyce, przy remontach i przy obliczeniach dynamiki maszyn tego typu [l3.13]. Są to informacje uzyskane zarówno od producenta (ABB-Zamech) jak i dysponentów tych obiektów. Stanowią one efekt zarówno studiów dokumentacji technicznej jak i bezpośrednich pomiarów na obiektach przeprowadzanych przez ekipy specjalistów z elektrowni, od producenta oraz własne zespoły pomiarowe (IMP PAN). Wymaga podkreślenia, że są to dane ogólne, dotyczące całej tej klasy turbozespołów. Poszczególne egzemplarze mogą się różnić w szczegółach, głównie pod względem wymiarowym. Dlatego też w konkretnych przypadkach należy skonfrontować je z aktualną dokumentacją techniczną.

Bank składa się z 18 kart zawierających dane w formie zestawień, tabel i wykresów. W tabelach ujęto wymiary tych elementów oraz ich masy i momenty bezwładności.



Rys. 3.17. Fotografia turbozespolu 13K215. Obiekty tej klasy przyjęte zostały do badań weryfikacyjnych opracowanych narzędzi badawczych



Rys. 3.18. Szkic konstrukcyjny turbozespołu 13K215 o mocy 200 MW

Na ich podstawie opracowany został model MES linii wirników czyli tzw. dyskretyzacja niezbędna do obliczeń numerycznych z wykorzystaniem środowiska MESWIR. Dyskretyzację tą przedstawia rys. 3.19.

Bank danych składa się z następujących kart:

Karta nr 1: Parametry geometryczne łożyska nr 1;

Karta nr 2: Parametry geometryczne łożyska nr 2;

Karta nr 3: Parametry geometryczne łożyska nr 3;

Karta nr 4: Parametry geometryczne łożyska nr 4;

Karta nr 5: Parametry geometryczne łożyska nr 5;

Karta nr 6: Parametry geometryczne łożyska nr 6;

Karta nr 7: Parametry geometryczne łożyska nr 7;

Karta nr 8: Zestawienie danych charakterystycznych łożysk turbozespołu 13K215;

Karta nr 9: Charakterystyki dynamiczne podparć łożysk turbozespołu 13K215;

Karta nr 10: Rozmieszczenie łożysk turbozespołu 13K215;

Karta nr 11: Dopuszczalne obciążenia łożysk turbozespołu 13K215;

Karta nr 12: Parametry turbinowego oleju łożyskowego TU-32;

Karta nr 13: Linia kinetostatyczna wirnika turbiny 13K215 w stanie gorącym;

Karta nr 14: Własności materiałowe najważniejszych elementów turbozespołu w zależności od temperatury;

Karta nr 15: Naciągi między pokrywami a łożyskami i zaciski łożysk turbozespołu 13K215 (wartości przykładowe);

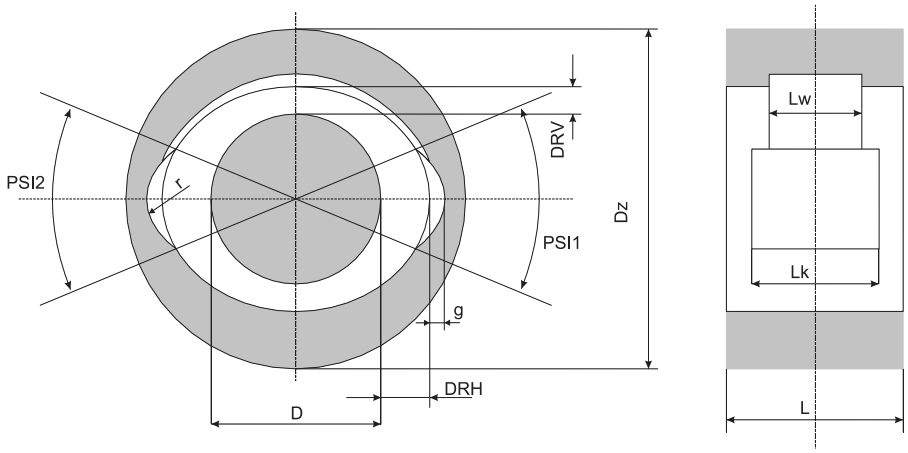
Karta nr 16: Dane charakterystyczne różne;

Karta nr 17: Linia wirników:

- dyskretyzacja wirnika i jego elementów dla obliczeń metodą elementów skończonych,
- tabele wymiarów, mas i momentów bezwładności „elementów skończonych" wirnika.

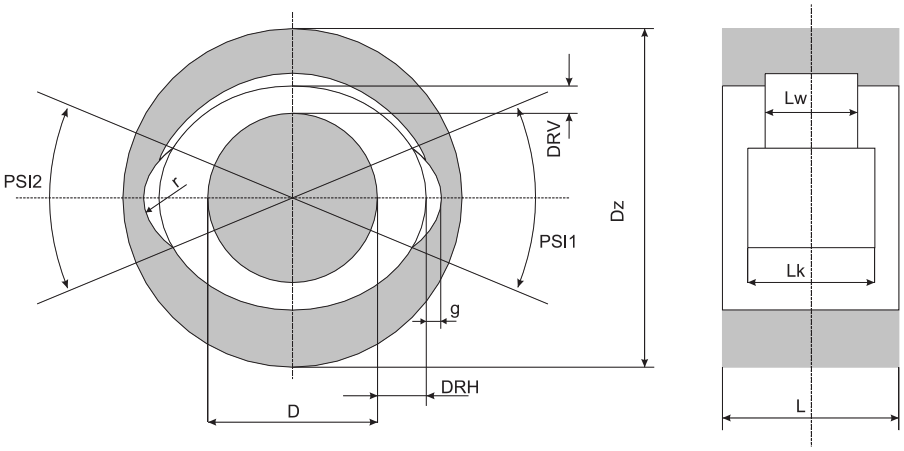
Karta nr 1
PARAMETRY GEOMETRYCZNE ŁOŻYSKA NR 1

WIELKOŚĆ	OZNACZENIE	WARTOŚĆ	JEDNOSTKA
Średnica czopa nominalna	D	0,3000	[m]
Średnica zewnętrzna panwi	D_Z	0,6800	[m]
Szerokość panwi	L	0,2100	[m]
Luz konstrukcyjny promieniowy pionowy	DRV		
minimalny		0,150	[mm]
maksymalny		0,225	[mm]
Luz konstrukcyjny promieniowy poziomy	DRH		
minimalny		0,650	[mm]
maksymalny		0,720	[mm]
Luz promieniowy pionowy montażowy	DRV	0,173	[mm]
Luz promieniowy poziomy montażowy	DRH	0,643	[mm]
Masa łożyska	MP	419,00	[kg]
Liczba kieszeni smarnych	I_K	2	[-]
Szerokość wybrania w górnej półpanwi	L_w	0,0700	[m]
Promień wybrania kieszeni nr1	r_1	0,1000	[m]
Głębokość wybrania kieszeni nr 1	g_1	0,0040	[m]
Promień wybrania kieszeni nr2	r_2	0,1000	[m]
Głębokość wybrania kieszeni nr 2	g_2	0,0040	[m]
Szerokość kieszeni nr 1	L_{k1}	0,1600	[m]
Długość kątowa kieszeni nr 1	PSI 1	36,000	[°C]
Szerokość kieszeni nr 2	L_{k2}	0,1600	[m]
Długość kątowa kieszeni nr 2	PSI 2	36,000	[°C]
Temperatura czopa	T_c	85,0	[°C C]
Soczewkowatość	DEL=1-DRV/DRH	0,7309	[-]
Spłaszczenie	CVH=DRV/DRH	0,2691	[-]



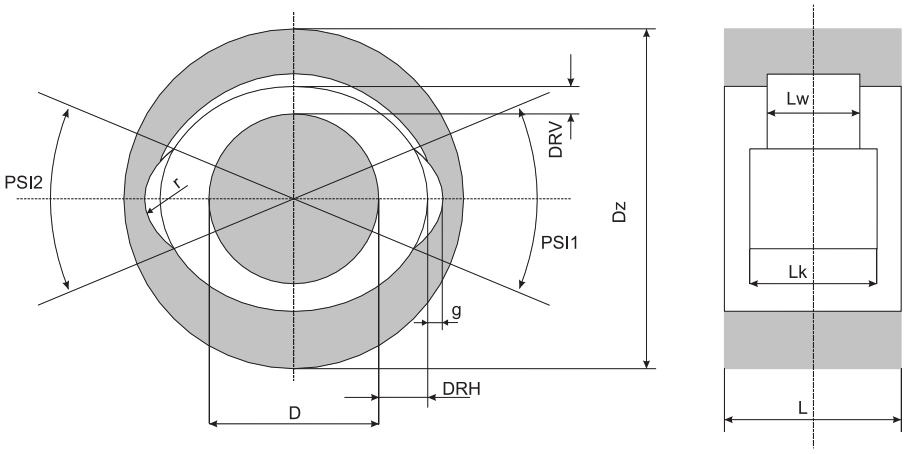
Karta nr 2
PARAMETRY GEOMETRYCZNE ŁOŻYSKA NR 2

WIELKOŚĆ	OZNACZENIE	WARTOŚĆ	JEDNOSTKA
Średnica czopa nominalna	D	0,3300	[m]
Średnica zewnętrzna panwi	D_Z	0,8000	[m]
Szerokość panwi	L	0,2700	[m]
Luz konstrukcyjny promieniowy pionowy	DRV		
minimalny		0,150	[mm]
maksymalny		0,225	[mm]
Luz konstrukcyjny promieniowy poziomy	DRH		
minimalny		0,650	[mm]
maksymalny		0,720	[mm]
Luz promieniowy pionowy montażowy	DRV	0,195	[mm]
Luz promieniowy poziomy montażowy	DRH	0,650	[mm]
Masa łożyska	MP	1550,0	[kg]
Liczba kieszeni smarnych	I_K	2	[-]
Szerokość wybrania w górnej półpanwi	L_w	0,1200	[m]
Promień wybrania kieszeni nr1	r_1	0,1000	[m]
Głębokość wybrania kieszeni nr 1	g_1	0,0040	[m]
Promień wybrania kieszeni nr2	r_2	0,1000	[m]
Głębokość wybrania kieszeni nr 2	g_2	0,0040	[m]
Szerokość kieszeni nr 1	L_{k1}	0,2200	[m]
Długość kątowa kieszeni nr 1	PSI 1	30,000	[°C]
Szerokość kieszeni nr 2	L_{k2}	0,2200	[m]
Długość kątowa kieszeni nr 2	PSI 2	30,000	[°C]
Temperatura czopa	T_c	50,0	[°C C]
Soczewkowatość	DEL=1-DRV/DRH	0,7000	[-]
Spłaszczenie	CVH=DRV/DRH	0,3000	[-]



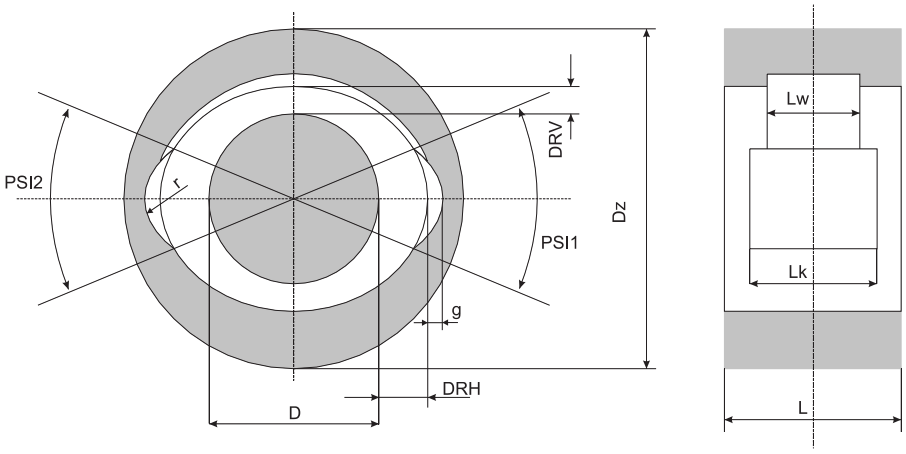
Karta nr 3
PARAMETRY GEOMETRYCZNE ŁOŻYSKA NR 3

WIELKOŚĆ	OZNACZENIE	WARTOŚĆ	JEDNOSTKA
Średnica czopa nominalna	D	0,3600	[m]
Średnica zewnętrzna panwi	D_Z	0,7800	[m]
Szerokość panwi	L	0,2900	[m]
Luz konstrukcyjny promieniowy pionowy	DRV		
minimalny		0,175	[mm]
maksymalny		0,250	[mm]
Luz konstrukcyjny promieniowy poziomy	DRH		
minimalny		0,670	[mm]
maksymalny		0,750	[mm]
Luz promieniowy pionowy montażowy	DRV	0,198	[mm]
Luz promieniowy poziomy montażowy	DRH	0,745	[mm]
Masa łożyska	MP	558,00	[kg]
Liczba kieszeni smarnych	I_K	2	[-]
Szerokość wybrania w górnej półpanwi	L_w	0,1300	[m]
Promień wybrania kieszeni nr1	r_1	0,1250	[m]
Głębokość wybrania kieszeni nr 1	g_1	0,0040	[m]
Promień wybrania kieszeni nr2	r_2	0,1250	[m]
Głębokość wybrania kieszeni nr 2	g_2	0,0040	[m]
Szerokość kieszeni nr 1	L_{k1}	0,2000	[m]
Długość kątowa kieszeni nr 1	PSI 1	36,000	[°C]
Szerokość kieszeni nr 2	L_{k2}	0,2000	[m]
Długość kątowa kieszeni nr 2	PSI 2	36,000	[°C]
Temperatura czopa	T_c	50,0	[°C C]
Soczewkowatość	DEL=1-DRV/DRH	0,7342	[-]
Spłaszczenie	CVH=DRV/DRH	0,2658	[-]



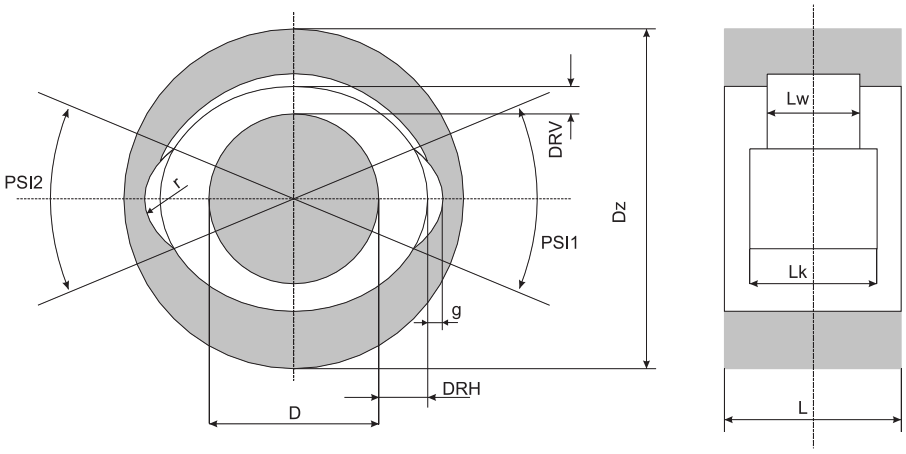
Karta nr 4
PARAMETRY GEOMETRYCZNE ŁOŻYSKA NR 4

WIELKOŚĆ	OZNACZENIE	WARTOŚĆ	JEDNOSTKA
Średnica czopa nominalna	D	0,4500	[m]
Średnica zewnętrzna panwi	D_Z	0,7500	[m]
Szerokość panwi	L	0,3580	[m]
Luz konstrukcyjny promieniowy pionowy	DRV		
minimalny		0,450	[mm]
maksymalny		0,550	[mm]
Luz konstrukcyjny promieniowy poziomy	DRH		
minimalny		0,900	[mm]
maksymalny		0,990	[mm]
Luz promieniowy pionowy montażowy	DRV	0,538	[mm]
Luz promieniowy poziomy montażowy	DRH	0,88	[mm]
Masa łożyska	MP	767,00	[kg]
Liczba kieszeni smarnych	I_K	2	[-]
Szerokość wybrania w górnej półpanwi	L_w	0,1600	[m]
Promień wybrania kieszeni nr1	r_1	0,1250	[m]
Głębokość wybrania kieszeni nr 1	g_1	0,0040	[m]
Promień wybrania kieszeni nr2	r_2	0,1250	[m]
Głębokość wybrania kieszeni nr 2	g_2	0,0040	[m]
Szerokość kieszeni nr 1	L_{k1}	0,2980	[m]
Długość kątowa kieszeni nr 1	PSI 1	24,000	[°C]
Szerokość kieszeni nr 2	L_{k2}	0,2980	[m]
Długość kątowa kieszeni nr 2	PSI 2	24,000	[°C]
Temperatura czopa	T_c	50,0	[°C C]
Soczewkowatość	DEL=1-DRV/DRH	0,3886	[-]
Spłaszczenie	CVH=DRV/DRH	0,6114	[-]



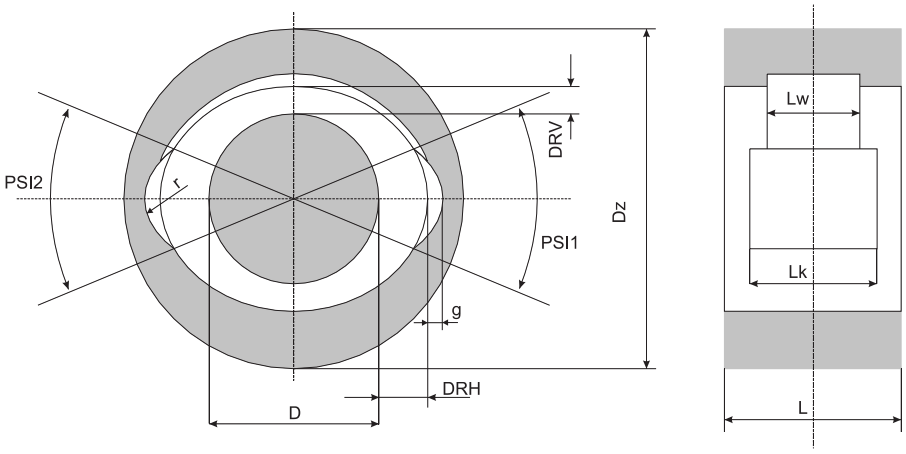
Karta nr 5
PARAMETRY GEOMETRYCZNE ŁOŻYSKA NR 5

WIELKOŚĆ	OZNACZENIE	WARTOŚĆ	JEDNOSTKA
Średnica czopa nominalna	D	0,4500	[m]
Średnica zewnętrzna panwi	D_Z	0,7500	[m]
Szerokość panwi	L	0,3580	[m]
Luz konstrukcyjny promieniowy pionowy	DRV		
minimalny		0,450	[mm]
maksymalny		0,550	[mm]
Luz konstrukcyjny promieniowy poziomy	DRH		
minimalny		0,900	[mm]
maksymalny		0,990	[mm]
Luz promieniowy pionowy montażowy	DRV	0,540	[mm]
Luz promieniowy poziomy montażowy	DRH	0,885	[mm]
Masa łożyska	MP	767,00	[kg]
Liczba kieszeni smarnych	I_K	2	[-]
Szerokość wybrania w górnej półpanwi	L_w	0,1600	[m]
Promień wybrania kieszeni nr1	r_1	0,1250	[m]
Głębokość wybrania kieszeni nr 1	g_1	0,0040	[m]
Promień wybrania kieszeni nr2	r_2	0,1250	[m]
Głębokość wybrania kieszeni nr 2	g_2	0,0040	[m]
Szerokość kieszeni nr 1	L_{k1}	0,2980	[m]
Długość kątowa kieszeni nr 1	PSI 1	24,000	[°C]
Szerokość kieszeni nr 2	L_{k2}	0,2980	[m]
Długość kątowa kieszeni nr 2	PSI 2	24,000	[°C]
Temperatura czopa	T_c	50,0	[°C C]
Soczewkowatość	DEL=1-DRV/DRH	0,3898	[-]
Spłaszczenie	CVH=DRV/DRH	0,6102	[-]



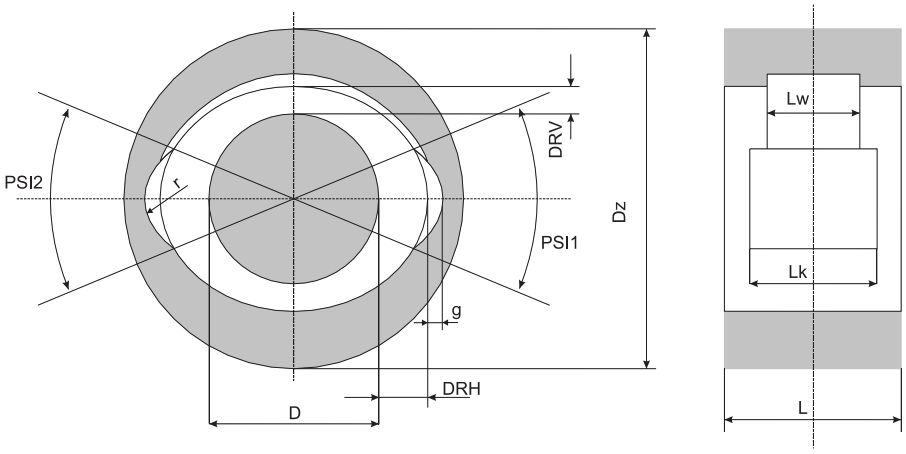
Karta nr 6
PARAMETRY GEOMETRYCZNE ŁOŻYSKA NR 6

WIELKOŚĆ	OZNACZENIE	WARTOŚĆ	JEDNOSTKA
Średnica czopa nominalna	D	0,4000	[m]
Średnica zewnętrzna panwi	D_Z	0,7800	[m]
Szerokość panwi	L	0,5000	[m]
Luz konstrukcyjny promieniowy pionowy	DRV		
minimalny		0,400	[mm]
maksymalny		0,490	[mm]
Luz konstrukcyjny promieniowy poziomy	DRH		
minimalny		0,800	[mm]
maksymalny		0,880	[mm]
Luz promieniowy pionowy montażowy	DRV	0,485	[mm]
Luz promieniowy poziomy montażowy	DRH	0,885	[mm]
Masa łożyska	MP	955,00	[kg]
Liczba kieszeni smarnych	I_K	2	[-]
Szerokość wybrania w górnej półpanwi	L_w	0,3100	[m]
Promień wybrania kieszeni nr1	r_1	0,1250	[m]
Głębokość wybrania kieszeni nr 1	g_1	0,0040	[m]
Promień wybrania kieszeni nr2	r_2	0,1250	[m]
Głębokość wybrania kieszeni nr 2	g_2	0,0040	[m]
Szerokość kieszeni nr 1	L_{k1}	0,3500	[m]
Długość kątowa kieszeni nr 1	PSI 1	30,000	[°C]
Szerokość kieszeni nr 2	L_{k2}	0,3500	[m]
Długość kątowa kieszeni nr 2	PSI 2	30,000	[°C]
Temperatura czopa	T_c	50,0	[°C C]
Soczewkowatość	DEL=1-DRV/DRH	0,4520	[-]
Spłaszczenie	CVH=DRV/DRH	0,5480	[-]



Karta nr 7
PARAMETRY GEOMETRYCZNE ŁOŻYSKA NR 7

WIELKOŚĆ	OZNACZENIE	WARTOŚĆ	JEDNOSTKA
Średnica czopa nominalna	D	0,4000	[m]
Średnica zewnętrzna panwi	D_Z	0,7800	[m]
Szerokość panwi	L	0,4000	[m]
Luz konstrukcyjny promieniowy pionowy	DRV		
minimalny		0,300	[mm]
maksymalny		0,340	[mm]
Luz konstrukcyjny promieniowy poziomy	DRH		
minimalny		0,300	[mm]
maksymalny		0,340	[mm]
Luz promieniowy pionowy montażowy	DRV	0,235	[mm]
Luz promieniowy poziomy montażowy	DRH	0,245	[mm]
Masa łożyska	MP	800,00	[kg]
Liczba kieszeni smarnych	I_K	2,0000	[-]
Szerokość wybrania w górnej półpanwi	L_w	0,2000	[m]
Promień wybrania kieszeni nr1	r_1	0,1500	[m]
Głębokość wybrania kieszeni nr 1	g_1	0,0030	[m]
Promień wybrania kieszeni nr2	r_2	0,1500	[m]
Głębokość wybrania kieszeni nr 2	g_2	0,0030	[m]
Szerokość kieszeni nr 1	L_{k1}	0,3000	[m]
Długość kątowa kieszeni nr 1	PSI 1	34,000	[°C]
Szerokość kieszeni nr 2	L_{k2}	0,3000	[m]
Długość kątowa kieszeni nr 2	PSI 2	34,000	[°C]
Temperatura czopa	T_c	50,0	[°C C]
Soczewkowatość	DEL=1-DRV/DRH	0,0408	[-]
Spłaszczenie	CVH=DRV/DRH	0,9592	[-]



Karta nr 8 ZESTAWIENIE

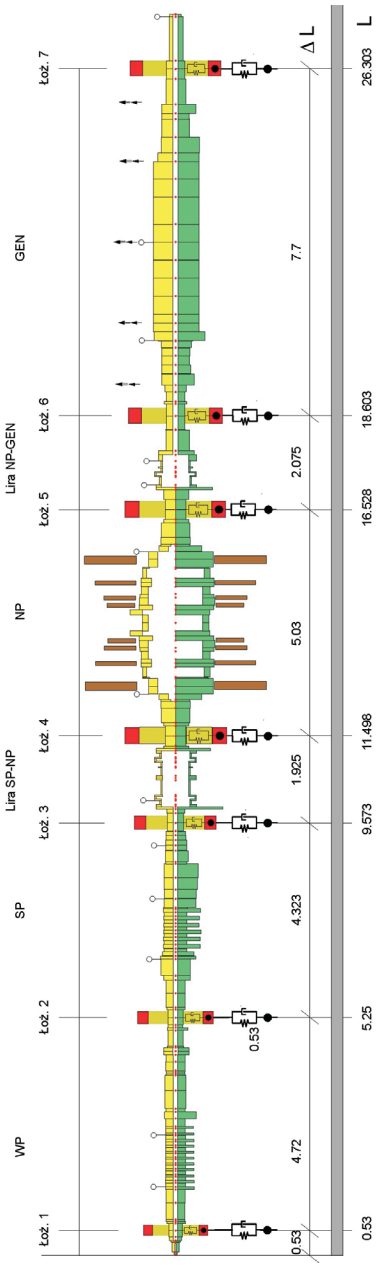
Wielkość	**Oznaczenie**	**Łożysko nr 1**	**Łożysko nr 2**	**Łożysko nr 3**	**Łożysko nr 4**	**Łożysko nr 5**	**Łożysko nr 6**	**Łożysko nr 7**	**Uwagi**
Nazwa łożyska		nośne	opor.-nośne	nośne	nośne "P"	nośne "T"	generatorowe	"Ł7"	
Średnica nominal.	D [mm]	300	330	360	450	450	400	400	
Średnica zewnętrz.	DZ [mm]	680	800	780	750	750	780	780	
Szerokość panwi	LL [mm]	210	270	290	358	358	500	400	
Szerokość wybrania w górnej półpanwi	LW [mm]	70	120	130	160	160	310	200	
Ilość kieszeni	IK [-]	2	2	2	2	2	2	2	
Szerokość kieszeni	LK [mm]	160	220	200	298	298	350	300	
Długość kątowa kieszeni	PSI [stop]	36	30	36	24	24	30	34	
Luz średnicowy pionowy konstr.	DDV [mm]	0,30...0,45	0,30...0,45	0,35...0,50	0,90...1,10	0,90...1,10	0,80...0,98	0,60...0,68	
Luz promieniowy poziomy konstr.	DRH [mm]	0,65...0,72	0,65...0,72	0,67...0,75	0,90...0,99	0,90...0,99	0,80...0,88	0,30...0,34	
Luz średnicowy pionowy montażowy	DDV [mm]	0,345	0,390	0,395	1,075	1,080	0,970	0,470	
Luz promienioy pionowy montażowy	DRV [mm]	0,173	0,195	0,198	0,538	0,540	0,485	0,235	
Luz promieniowy poziomy montażowy	DRH [mm]	0,643	0,650	0,745	0,880	0,885	0,885	0,245	
Soczewkowatość	CVH [-]	0,2691	0,3000	0,2658	0,6114	0,6102	0,5480	0,9592	wart. oblicz.
Spłaszczenie	DEL [-]	0,7309	0,700	0,7342	0,3886	0,3898	0,4520	0,0408	wart. oblicz.
Masa	MP [kg]	419	1550	558	767	767	955	800	

Karta nr 9 ZESTAWIENIE – CHARAKTERYSTYKI DYNAMICZNE PODPÓR ŁOŻYSKOWYCH

	Oznaczenie	**Łożysko nr 1**	**Łożysko nr 2**	**Łożysko nr 3**	**Łożysko nr 4**	**Łożysko nr 5**	**Łożysko nr 6**	**Łożysko nr 7**	**Uwagi**
Nazwa łożyska		nośne	opor.-nośne	nośne	nośne "P"	nośne "T"	generatorowe	"Ł7"	
Średnica nominalna	D [mm]	300	330	360	450	450	400	400	
Podatność główna H/H 50 Hz	GHH50 [m/N]	3,2e-10	2,1e-10	2,1e-10	3,301e-10	5,357e-10	3,299e-10	2,0e-10	
Podatność główna V/V 50 Hz	GVV50 [m/N]	5,8e-10	1,8e-10	3,2e-10	4,163e-10	7,109e-10	2,416e-10	2,0e-10	
Podatność główna H/H 100 Hz	GHH100 [m/N]	3,2e-10	2,1e-10	2,1e-10	3,597e-10	7,842e-10	5,831e-10	2,0e-10	
Podatność główna V/V 100 Hz	GVV100 [m/N]	5,8e-10	1,8e-10	3,2e-10	4,175e-10	5,436e-10	4,081e-10	2,0e-10	
Podatność skośna H/V 50 Hz	GHV50 [m/N]	-	-	-	2,387e-11	7,693e-11	1,492e-11	-	
Podatność skośna V/H 50 Hz	GVH50 [m/N]	-	-	-	9,267e-11	2,539e-12	1,986e-11	-	
Podatność skośna H/V 100 Hz	GHV100 [m/N]	-	-	-	3,245e-11	1,271e-10	7,180e-11	-	
Podatność skośna V/H 100 Hz	GVH100 [m/N]	-	-	-	1,352e-10	7,896e-11	7,654e-11		
Sztywność główna H/H 50 Hz	CHH50 [N/m]	3,1e9	4,7e9	4,7e9	3,030e9	1,867e9	3,031e9	5,0e9	
Sztywność główna V/V 50 Hz	CVV50 [N/m]	1,7e9	5,5e9	3,1e9	2,402e9	1,407e9	4,139e9	5,0e9	
Sztywność główna H/H 100 Hz	CHH100 [N/m]	3,1e9	4,7e9	4,7e9	2,780e9	1,275e9	1,715e9	5,0e9	
Sztywność główna V/V 100 Hz	CVV100 [N/m]	1,7e9	5,5e9	3,1e9	2,395e9	1,840e9	2,450e9	5,0e9	
Sztywność skośna H/V 50 Hz	CHV50 [N/m]	-	-	-	4,190e10	1,300e10	6,704e10	-	
Sztywność skośna V/H 50 Hz	CVH50 [N/m]	-	-	-	1,079e10	3,939e11	5,036e10	-	
Sztywność skośna H/V 100 Hz	CHV100 [N/m]	-	-	-	3,082e10	7,868e9	1,393e10	-	
Sztywność skośna V/H 100 Hz	CVH100 [N/m]	-	-	-	7,396e9	1,266e10	1,307e10	-	

KARTA NR 10

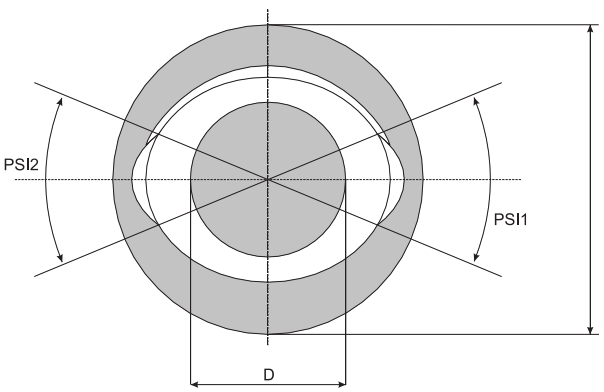
ROZMIESZCZENIE ŁOŻYSK TURBOZESPOŁU 13K215

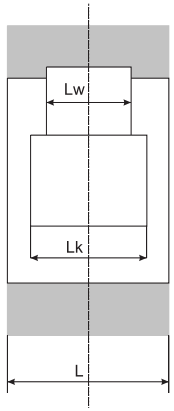


Δ L[m] - odległość środków sąsiednich łożysk
L [m] - odległość poszczególnych łożysk od początku wirnika

Karta nr 11 DOPUSZCZALNE OBCIĄŻENIA ŁOŻYSK TURBOZESPOŁU 13K215

Wielkość	Oznaczenie	Łożysko nr 1	Łożysko nr 2	Łożysko nr 3	Łożysko nr 4	Łożysko nr 5	Łożysko nr 6	Łożysko nr 7	Uwagi
Średnica nominalna czopa	D [mm]	300	330	360	450	450	400	400	
Szerokość panwi	L [mm]	210	270	290	358	358	500	400	
Szerokość wybrania w górnej półpanwi	L_w [mm]	70	120	130	160	160	310	200	
Szerokość kieszeni	L_k [mm]	160	220	200	298	298	350	300	
Szerokość kątowa kieszeni	PSI/2 [^oC]	18	15	18	12	12	15	17	
Powierzchnia nośna w rzucie poziomym	s_y [m^y]	0,0630	0,0891	0,1044	0,1611	0,1611	0,2000	0,1600	
Powierzchnia kieszeni w rzucie pionowym	s_k [m^y]	0,0148	0,0188	0,0222	0,0279	0,0279	0,0362	0,0351	
Powierzchnia wybrania w rzucie pionowym	s_w [m^y]	0,0073	0,0147	0,0162	0,0285	0,0285	0,0460	0,0283	
Powierzchnia nośna w rzucie pionowym	s_x [m^y]	0,0409	0,0555	0,0656	0,1042	0,1042	0,1178	0,0962	
Reakcja łożyskowa dopuszcz. pionowa	w_y[kN]	126	178	209	322	322	400	320	
Reakcja łożyskowa dopuszcz. pozioma	w_x [kN]	82	111	131	209	209	236	192	



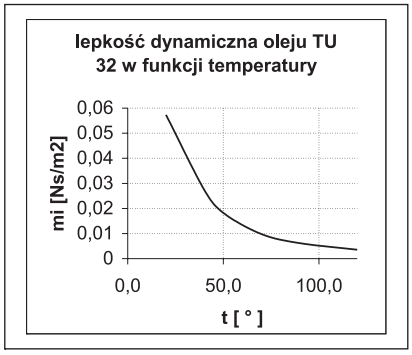


$W_y = P_{dop} * S_y$
$W_x = P_{dop} * S_x$
$P_{dop} = 2MPa$
$S_y = D * L$
$S_x = S_y - S_k - S_w$
$S_k = D * L_k * \sin(PSI)$
$S_w = 0{,}5 * D * L_w * (1 - \sin(PSI))$

Karta nr 12
PARAMETRY TURBINOWEGO OLEJU ŁOŻYSKOWEGO TU-32

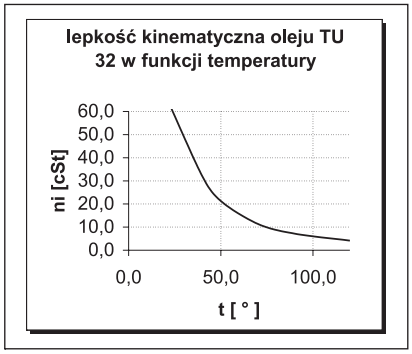
Charakterystyka lepkościowa

T	mi	ni
[°C]	[Pa·s]	[mm^2/s]
20,0	0,057352	87,8
40,0	0,027392	32,0
50,0	0,018233	21,3
70,0	0,009758	11,4
90,0	0,006163	7,2
120,0	0,003552	4,2



Współczynniki do aproksymacji charakterystyki lepkościowej oleju według formuły mi=a/t+b

TEMPERATURA		a	b
od	do		
20	40	1,1984	-0,002668
40	70	1,645803	-0,013753
70	120	1,042608	-0,005136

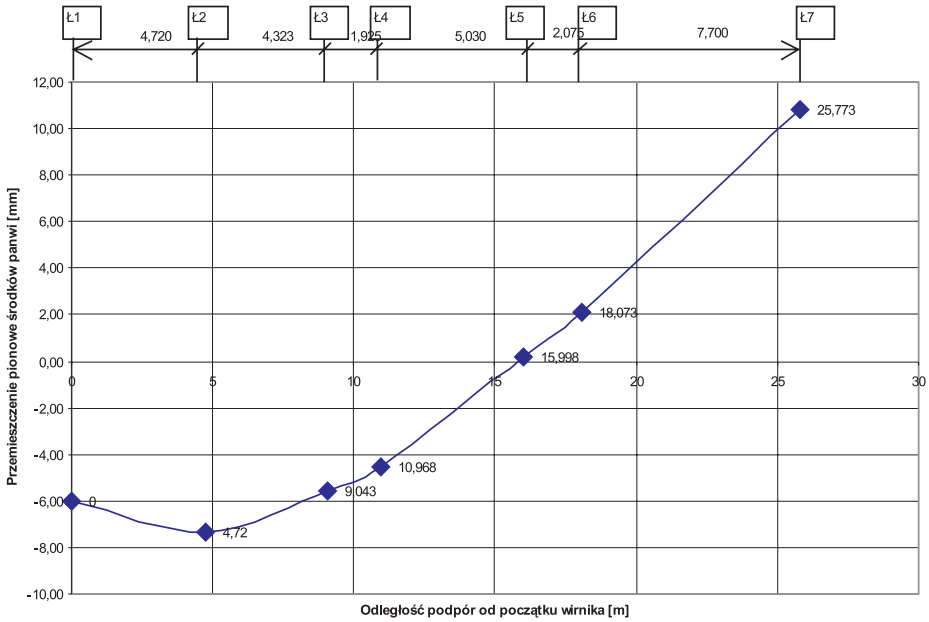


Wymagania według normy PN –84/ C96059 (wybrane wielkości)

Lepkość kinematyczna w temp. 20 °C : 76,9÷98,7 mm^2/s (cSt)
Lepkość kinematyczna w temp. 37,8 °C : 31,7÷z8s9 mm^2/s (cSt)
Lepkość kinematyczna w temp. 40 °C : 28,8÷35,2 mm^2/s (cSt)
Lepkość kinematyczna w temp. 50 °C : 19,4÷23,3 mm^2/s (cSt)
Wskaźnik lepkości nie niższy niż 95
Gęstość w temp. 15 °C : 0,8712
Gęstość w temp. 20 °C : 0,8679
Temperatura płynięcia nie wyższa niż – 12 °C
Zawartość wody – nie więcej niż 0,03%
Czas rozwarstwienia się emulsji nie dłuższy niż 300 s
Zdolność wydzielania powietrza w temp 50 °C nie więcej niż 5 min.
Temperatura zapłonu nie niższa niż 210 °C .

Karta nr 13
LINIA KINETOSTATYCZNA WIRNIKA TURBINY 13K215 W STANIE GORĄCYM

WIELKOŚĆ	JEDNOSTKA	Łoż. nr 1	Łoż. nr 2	Łoż. nr 3	Łoż. nr 4	Łoż. nr 5	Łoż. nr 6	Łoż. nr 7
Bezwzględne uniesienie	[mm]	-5,98	-7,37	-5,56	-4,57	0,19	2,1	10,8
Kąt pochylenia	[mm/m]	0,61	-0,14	-0,56	-0,83	-1,01	-0,85	-1,44
Obciążenie statyczne	[kN]	44	74	144	196	272	203	193



Uwaga: Jest to linia dla jednego z egzemplarzy turbin 13K215. Dla innych egzemplarzy może być inna. Należy ją traktować jako przykładową.

Karta nr 14

WŁASNOŚCI MATERIAŁOWE NAJWAŻNIEJSZYCH ELEMENTÓW TURBOZESPOŁU W ZALEŻNOŚCI OD TEMPERATURY

ELEMENT	MATERIAŁ	T [°C]	E [$\cdot 10^3$ MPa]
WIRNIK WP I SP	23 H2MFA	20	209
		100	205
		200	198
		300	190
		400	187
		500	167
		550	161
WAŁ NP	ST565S	20	211
		100	207
		200	200
		300	193
		350	189
		400	183
		450	177
		500	168
WIRNIK GENERATORA	ST 568	20	211
		100	207
		200	200
		300	193
		350	189
		400	184
		450	180
SPRZĘGŁA LIRA I NASADZANE TULEJE	ST 575	20	211
		100	207

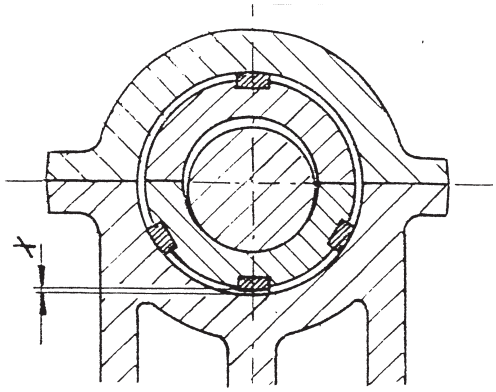
T [K] – temperatura
E [MPa] – moduł Younga

Karta nr 15

NACIĄGI MIĘDZY POKRYWAMI A ŁOŻYSKAMI I ZACISKI ŁOŻYSK TURBOZESPOŁU 13K215

(wartości przykładowe)

Wielkość	**Oznacz.**	**Łoż. 1**	**Łoż. 2**	**Łoż. 3**	**Łoż. 4**	**Łoż. 5**	**Łoż. 6**	**Łoż. 7**
Nazwa łożyska		nośne	opor.--nośne	nośne	nośne "P"	nośne "T"	genera torowe	"Ł7"
Średnica nominalna	D [mm]	300	330	360	450	450	400	400
Zacisk, konstrukcyjny – wart. min.	Xkmin [mm]	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
Zacisk, konstrukcyjny – wart. maks.	Xkmax [mm]	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
Zacisk, wart. zalecana min.	Xzmin [mm]	0,07	0,07	0,25	0,07	0,01	0,07	0,07
Zacisk, wart. zalecana maks.	Xzmax [mm]	0,10	0,10	0,30	0,10	0,10	0,10	0,10
Naciąg, wart. teoretyczna min.	Cmin [mm]	0,07	0,07	0,12	0,15	0,15	0,15	0,15
Naciąg, wart. teoretyczna max.	Cmax [mm]	0,10	0,10	0,15	0,18	0,18	0,18	0,18
Przyleganie poduszek	P [%]	80	80	80	80	80	80	80



Karta nr 16

DANE CHARAKTERYSTYCZNE RÓŻNE

Częstotliwości drgań własnych poszczególnych odcinków linii wirników turbozespołu 13K215
(wg ABB Zamech)

WP: 1755 Hz

SP: 1883 Hz

NP: 3560 Hz

GEN: 1171 Hz, 3470 Hz
(1273 Hz, 3462 Hz wg ABB Dolmel)

Temperatury oleju smarującego łożyska główne:
(przyjmuje się dla wszystkich łożysk w przybliżeniu)

- temperatura oleju na wlocie do łożysk twl=40°C
- temperatura oleju na wlocie do łożysk dopuszczalna twl=45°C
- temperatura czopa tw=60°C

KARTA 17. LINIA WIRNIKÓW

Parametry geometryczne wirnika WP

Oznaczenia
LP – numer kolejny odcinka wirnika
L – długość odcinka wirnika
DZM – zewnętrzna średnica dla odwzorowania masy
DWM – wewnętrzna średnica dla odwzorowania masy
DZS – zewnętrzna średnica dla odwzorowania sztywności
DWS – wewnętrzna średnica dla odwzorowania sztywności

LP	L	DZM	DWM	DZS	DWS
[-]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]
1	0,06	0,07	0,025	0,07	0,025
2	0,215	0,16	0,025	0,16	0,025
3	0,117	0,3	0,1	0,3	0,1
4	0,138	0,3	0,1	0,3	0,1
5	0,162	0,3	0,1	0,3	0,1
6	0,455	0,411	0,1	0,41	0,1
7	0,294	0,42	0,1	0,42	0,1
8	0,061	0,822	0,1	0,436	0,1
9	0,086	0,435	0,1	0,435	0,1
10	0,054	0,823	0,1	0,441	0,1
11	0,085	0,435	0,1	0,435	0,1
12	0,046	0,809	0,1	0,437	0,1
13	0,084	0,435	0,1	0,435	0,1
14	0,046	0,81	0,1	0,437	0,1
15	0,084	0,435	0,1	0,435	0,1
16	0,046	0,811	0,1	0,437	0,1
17	0,084	0,435	0,1	0,435	0,1
18	0,046	0,809	0,1	0,437	0,1
19	0,084	0,435	0,1	0,435	0,1
20	0,046	0,805	0,1	0,437	0,1
21	0,083	0,435	0,1	0,435	0,1
22	0,048	0,803	0,1	0,438	0,1
23	0,082	0,436	0,1	0,436	0,1
24	0,048	0,801	0,1	0,438	0,1
25	0,092	0,433	0,1	0,433	0,1
26	0,048	0,798	0,1	0,438	0,1
27	0,102	0,431	0,1	0,431	0,1
28	0,048	0,796	0,1	0,438	0,1
29	0,171	0,43	0,1	0,43	0,1
30	0,15	0,918	0,1	0,489	0,1
31	0,4	0,46	0,1	0,46	0,1
32	0,41	0,46	0,1	0,46	0,1
33	0,25	0,414	0,1	0,414	0,1
34	0,205	0,414	0,1	0,414	0,1
35	0,16	0,6	0,12	0,52	0,12
36	0,14	0,33	0,1	0,33	0,1
37	0,24	0,33	0,1	0,33	0,1
38	0,28	0,33	0,1	0,33	0,1

Parametry geometryczne wirnika SP

Oznaczenia
LP – numer kolejny odcinka wirnika
L – długość odcinka wirnika
DZM – zewnętrzna średnica dla odwzorowania masy
DWM – wewnętrzna średnica dla odwzorowania masy
DZS – zewnętrzna średnica dla odwzorowania sztywności
DWS – wewnętrzna średnica dla odwzorowania sztywności

LP	L	DZM	DWM	DZS	DWS
[-]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]
39	0,18	0,33	0,1	0,33	0,1
40	0,365	0,425	0,1	0,414	0,1
41	0,292	0,432	0,1	0,414	0,1
42	0,1	0,65	0,1	0,514	0,1
43	0,367	0,65	0,1	0,635	0,1
44	0,068	0,898	0,1	0,655	0,1
45	0,088	0,801	0,1	0,572	0,1
46	0,077	0,504	0,1	0,504	0,1
47	0,09	1,088	0,1	0,529	0,1
48	0,082	0,503	0,1	0,503	0,1
49	0,08	1,095	0,1	0,524	0,1
50	0,078	0,503	0,1	0,503	0,1
51	0,075	1,126	0,1	0,522	0,1
52	0,078	0,504	0,1	0,504	0,1
53	0,075	1,042	0,1	0,522	0,1
54	0,083	0,502	0,1	0,502	0,1
55	0,075	1,047	0,1	0,522	0,1
56	0,085	0,502	0,1	0,502	0,1
57	0,075	1,109	0,1	0,536	0,1
58	0,029	0,536	0,1	0,536	0,1
59	0,196	0,894	0,1	0,492	0,1
60	0,204	0,916	0,1	0,49	0,1
61	0,264	0,964	0,1	0,503	0,1
62	0,308	0,997	0,1	0,499	0,1
63	0,293	0,558	0,1	0,441	0,1
64	0,234	0,493	0,1	0,431	0,1
65	0,105	0,455	0,1	0,42	0,1
66	0,092	0,446	0,1	0,415	0,1
67	0,185	0,36	0,1	0,36	0,1

Parametry geometryczne wirnika NP

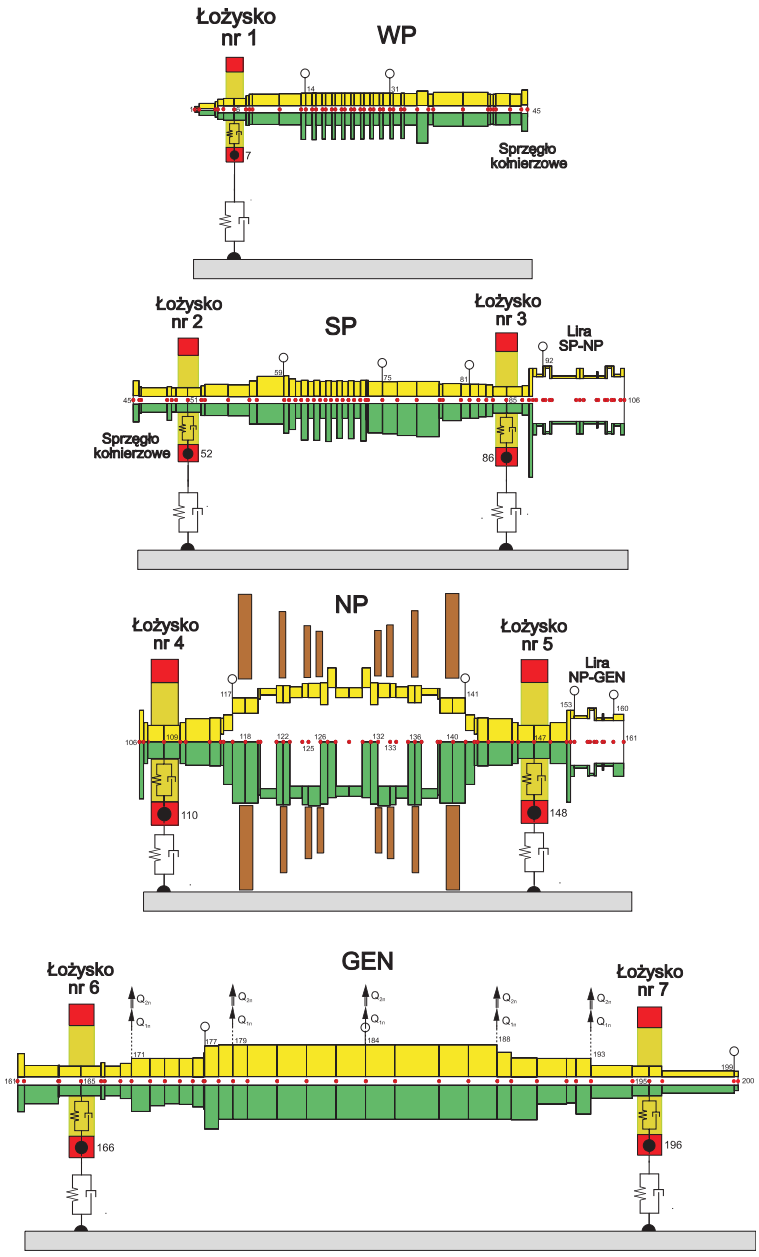
Oznaczenia
LP – numer kolejny odcinka wirnika
L – długość odcinka wirnika
DZM – zewnętrzna średnica dla odwzorowania masy
DWM – wewnętrzna średnica dla odwzorowania masy
DZS – zewnętrzna średnica dla odwzorowania sztywności
DWS – wewnętrzna średnica dla odwzorowania sztywności

LP	L	DZM	DWM	DZS	DWS
[-]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]
76	0,22	0,45	0	0,45	0
77	0,076	0,585	0	0,517	0
78	0,324	0,63	0	0,63	0
79	0,186	0,64	0	0,64	0
80	0,124	1,356	0	0,733	0,312
81	0,172	1,656	0	1,199	0,78
82	0,204	1,656	0	1,199	0,78
83	0,22	1,525	1,27	1,444	1,27
84	0,09	1,705	0	1,524	1,063
85	0,09	1,705	0	1,524	1,063
86	0,169	1,527	1,2	1,497	1,2
87	0,082	1,705	1,2	1,578	1,2
88	0,163	1,749	1,2	1,585	1,2
89	0,1	1,686	0	1,6	1,01
90	0,115	1,51	0	1,47	1
91	0,36	1,476	1,2	1,47	1,2
92	0,115	1,51	0	1,47	1
93	0,1	1,686	0	1,6	1,01
94	0,163	1,749	1,2	1,585	1,2
95	0,082	1,705	1,2	1,578	1,2
96	0,169	1,527	1,2	1,497	1,2
97	0,09	1,705	0	1,524	1,063
98	0,09	1,705	0	1,524	1,063
99	0,22	1,525	1,27	1,444	1,27
100	0,204	1,656	0	1,199	0,78
101	0,172	1,656	0	1,199	0,78
102	0,124	1,356	0	0,733	0,312
103	0,186	0,64	0	0,64	0
104	0,324	0,63	0	0,63	0
105	0,076	0,585	0	0,517	0
106	0,22	0,45	0	0,45	0

Parametry geometryczne wirnika generatora

Oznaczenia
LP – numer kolejny odcinka wirnika
L – długość odcinka wirnika
DZM – zewnętrzna średnica dla odwzorowania masy
DWM – wewnętrzna średnica dla odwzorowania masy
DZS – zewnętrzna średnica dla odwzorowania sztywności
DWS – wewnętrzna średnica dla odwzorowania sztywności

LP	L	DZM	DWM	DZS	DWS
[-]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]
115	0,27	0,4	0	0,4	0
116	0,265	0,4	0	0,4	0
117	0,15	0,475	0	0,475	0
118	0,188	0,583	0	0,601	0
119	0,295	0,592	0	0,611	0
120	0,153	0,605	0	0,626	0
121	0,154	0,605	0	0,626	0
122	0,2	0,697	0	0,697	0
123	0,81	0,686	0	0,965	0
124	0,69	0,686	0	0,965	0
125	0,675	0,746	0	0,974	0
126	0,675	0,746	0	0,974	0
127	0,69	0,686	0	0,965	0
128	0,81	0,686	0	0,965	0
129	0,2	0,697	0	0,697	0
130	0,154	0,605	0	0,626	0
131	0,153	0,605	0	0,626	0
132	0,261	0,592	0,12	0,611	0,12
133	0,222	0,583	0	0,601	0,12
134	0,15	0,475	0	0,475	0,12
135	0,265	0,4	0	0,4	0,12
136	0,27	0,4	0	0,4	0,12
137	0,245	0,4	0	0,4	0,12
138	0,16	0,41	0	0,41	0,12
139	0,105	0,32	0	0,32	0,12
140	0,088	0,29	0	0,32	0,12
141	0,087	0,29	0	0,32	0,12
142	0,27	0,285	0	0,26	0,12
143	0,089	0,28	0,12	0,28	0,12
144	0,089	0,28	0,12	0,28	0,12
145	0,078	0,274	0,17	0,21	0,17



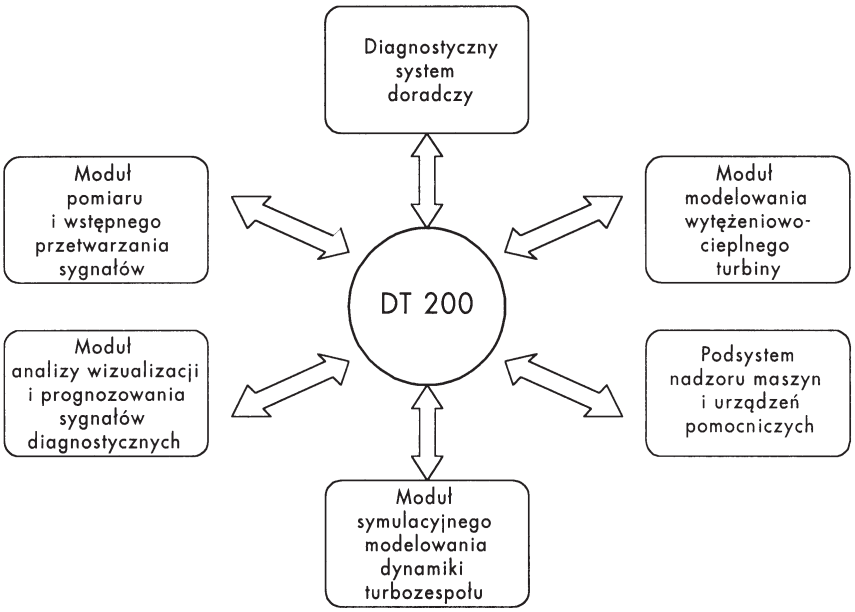
Rys. 3.19. Dyskretyzacja MES linii wirników dla klasy obiektów typu turbozespoły 13K215 o mocy 200 MW – sporządzona w oparciu o dane karty nr 17. Powyżej osi wirników przedstawione są średnice przyjęte do obliczenia sztywności, poniżej natomiast średnice do wyznaczania masy. Dyskretyzacja przeprowadzona została w oparciu o dokumentację użyczoną od dysponenta obiektu

3.3.2.2 System diagnostyczny DT-200

W wyniku realizacji Projektu Badawczego Zamawianego PBZ-038-06 koordynowanego przez IMP PAN w Gdańsku, opracowany został, wysiłkiem kilku zespołów badawczych z całego kraju, w tym głównie ośrodka krakowskiego (AGH) i ośrodka śląskiego (Pol. Śląska), system diagnostyki turbozespołów energetycznych o mocy 200 MW o nazwie DT-200 [3.4]. System ten został zainstalowany i uruchomiony na bloku nr 7 w Elektrowni „Kozienice".

System DT200-1 składa się pod względem funkcjonalnym z trzech zasadniczych warstw:

- warstwy sprzętowej DT2B100 *(hardware)* będącej centralną jednostką sieciowego układu akwizycji sygnałów wraz z niezbędnym oprogramowaniem podstawowym (narzędziowym oraz do rejestracji, transmisji i obróbki sygnałów);
- oprogramowania wyższego poziomu *(software)* stanowiącego dynamiczny system doradczy;
- systemu pozyskiwania wiedzy w postaci oprogramowania symulacyjnego, zaplecza naukowego i laboratoryjnego ośrodków spoza elektrowni pracujących w jednolitym systemie pozyskiwania i rozwoju baz wiedzy.



Rys. 3.20. Struktura funkcjonalna systemu DT200-1

Powyższa hierarchiczna struktura warstwowa posiada szereg autonomicznych współpracujących ze sobą modułów – rys. 3.20.

System DT200-1 jest, przynajmniej w swych założeniach, systemem nowej generacji tzn. systemem wykorzystującym m.in. elementy sztucznej inteligencji. Wśród cech, które wyróżniają ten system, na tle innych dostępnych systemów zagranicznych, wymienić należy:

- **Otwartość systemu**
  Warstwa sprzętowa i tym samym zapis, obróbka i archiwacja danych zaprojektowane zostały w sposób umożliwiający bezpośrednią zdalną komunikację z innymi ośrodkami (poza elektrownią) a także podłączenie kolejnych, nowych modułów.

- **Dynamiczny system doradczy**
  Realizuje on zasadę wnioskowania niemonotonicznego zależnego od zmiennych warunków otoczenia i dostępnego czasu na wygenerowanie konkluzji.

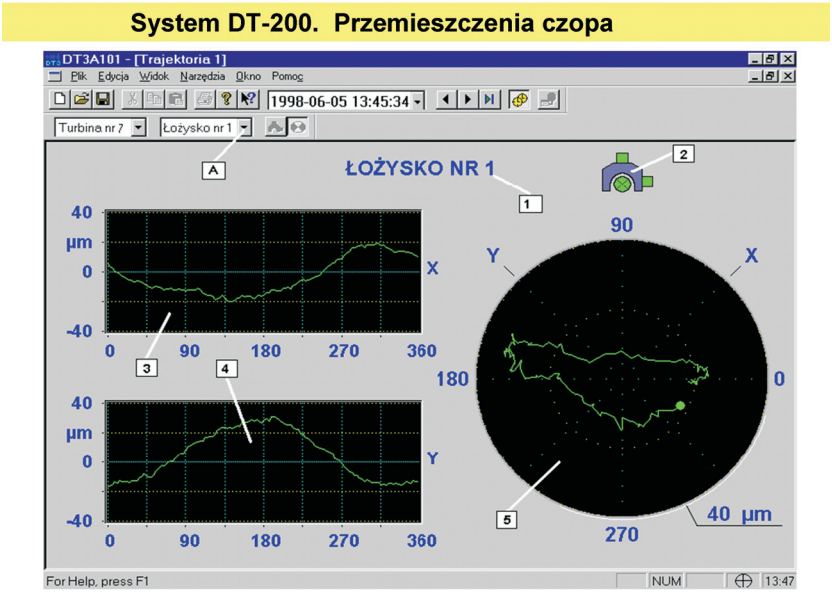
- **System pozyskiwania wiedzy**
  Realizuje on koncepcję tzw. „centrum rozproszonego" a więc komunikacji z ośrodkami zewnętrznymi celem uzupełnienia wiedzy. Ta cecha może mieć duże znaczenie w przypadku budowy w przyszłości Krajowego Centrum Diagnostycznego pracującego na rzecz krajowej energetyki.

Jednakże do chwili obecnej nie wszystkie moduły tego systemu zostały w pełni wdrożone w Elektrowni „Kozienice", mimo iż pod względem koncepcyjnym i projektowym zostały one w pełni opracowane. Odnosi się to zwłaszcza do oprogramowania wyższego poziomu (dynamicznego systemu eksperckiego). Niemniej jednak system ten, z uwagi na dostęp do niego m.in. autora niniejszej monografii, odegrał kluczową rolę w procesie weryfikacji opracowanych narzędzi badawczych. Dostarczył on bowiem informacji o trajektoriach przemieszczeń czopów łożyskowych, widmach drgań itd., zarejestrowanych przez system dla różnych warunków pracy turbozespołu.

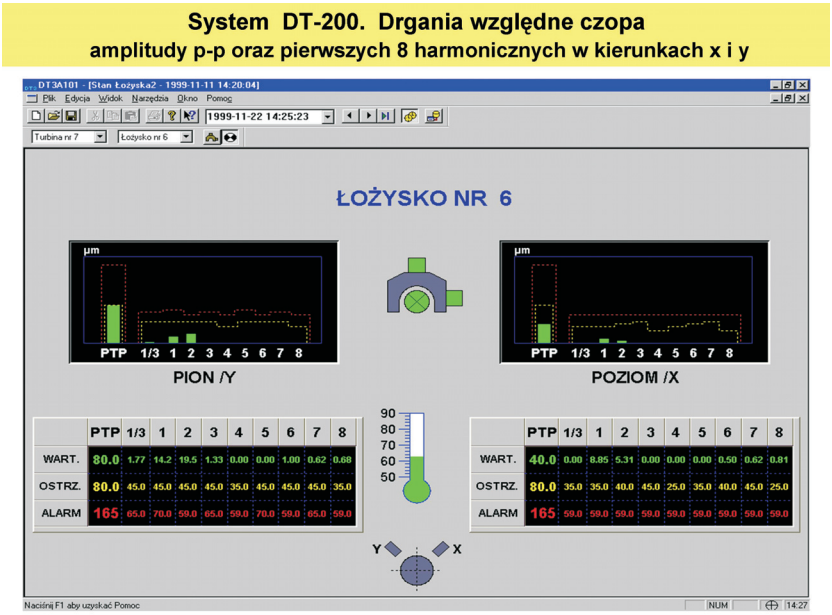
Rysunki 3.21 do 3.24 przedstawiają przykłady wybranych okien dialogowych z komputera użytkownika tego systemu.

3.3.2.3 Weryfikacja na bazie klasy obiektów

Wróćmy do badań weryfikacyjnych i procedury strojenia modelu bazujących na klasie obiektów typu turbozespoły energetyczne o mocy 200 MW – rys. 3.17 i rys. 3.18. Szczegóły dotyczące danych geometrycznych i eksploatacyjnych, a także raporty z pomiarów eksperymentalnych na tych obiektach przedstawiliśmy w poprzednim podrozdziale dotyczącym banku danych. Dyskretyzację MES linii wirników przyjętą do obliczeń za pomocą programów serii NLDW przedstawia rys. 3.19.



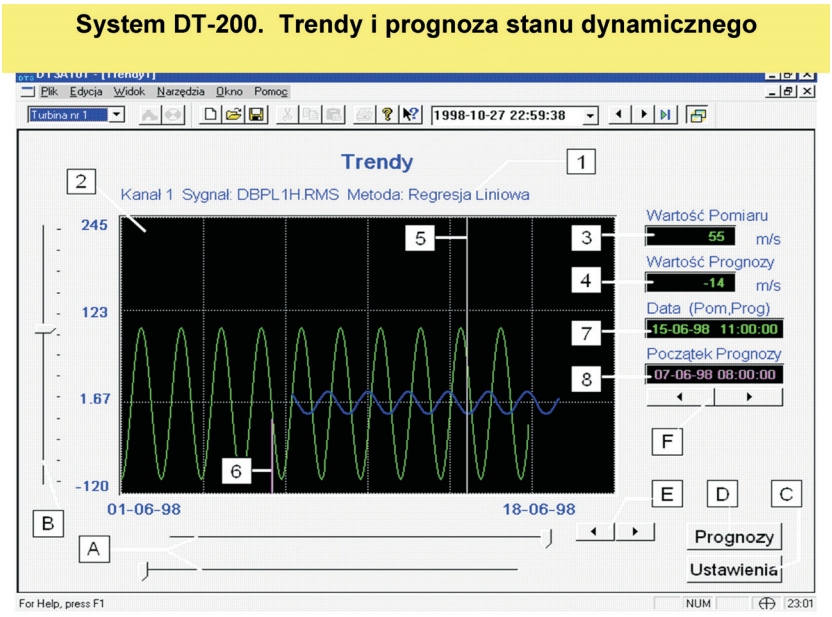
Rys. 3.21. Przykład okna dialogowego systemu DT-200 [3.4]



Rys. 3.22. Przykład okna dialogowego systemu DT-200 [3.4]



Rys. 3.23. Przykład okna dialogowego systemu DT-200 [3.4]



Rys. 3.24. Przykład okna dialogowego systemu DT-200 [3.4]

Dane do obliczeń

I. Warunki posadowienia i podparcia linii wirników

Do opisu sprężystych własności szeroko rozumianych podparć (utwierdzeń, stojaków łożyskowych i fundamentów) przyjęto charakterystyki sztywności dynamicznej zmierzone na jednym z pracujących bloków. Z uwagi na dwa rodzaje analizowanych wymuszeń (synchroniczne i od sił elektrycznych w generatorze) uwzględniono dwa przypadki sztywności dynamicznej, a mianowicie pomierzone przy 50 i 100 Hz częstotliwości wymuszenia – tabela 3.1.

Tabela 3.1. Współczynniki sztywności dynamicznej podpór

Warianty podparcia			Numer podpory						
			1	2	3	4	5	6	7
Wariant I	X	[N/m]	$-3,1\times10^9$	$-4,7\cdot10^9$	$-4,7\cdot10^9$	$1,9\cdot10^9$	$-2,5\cdot10^9$	$3,1\cdot10^9$	$5,0\cdot10^9$
50 Hz	Y	[N/m]	$-1,7\cdot10^9$	$-5,5\cdot10^9$	$-3,1\cdot10^9$	$-4,5\cdot10^9$	$-0,9\cdot10^9$	$-3,2\cdot10^9$	$-5,0\cdot10^9$
Wariant II	X	[N/m]	$-3,1\cdot10^9$	$-4,7\cdot10^9$	$-4,7\cdot10^9$	$-2,1\cdot10^9$	$-1,0\cdot10^9$	$-1,1\cdot10^9$	$-5,0\cdot10^9$
100 Hz	Y	[N/m]	$-1,7\cdot10^9$	$-5,5\cdot10^9$	$-3,1\cdot10^9$	$-5,9\cdot10^9$	$-5,6\cdot10^9$	$-2,3\cdot10^9$	$-5,0\cdot10^9$

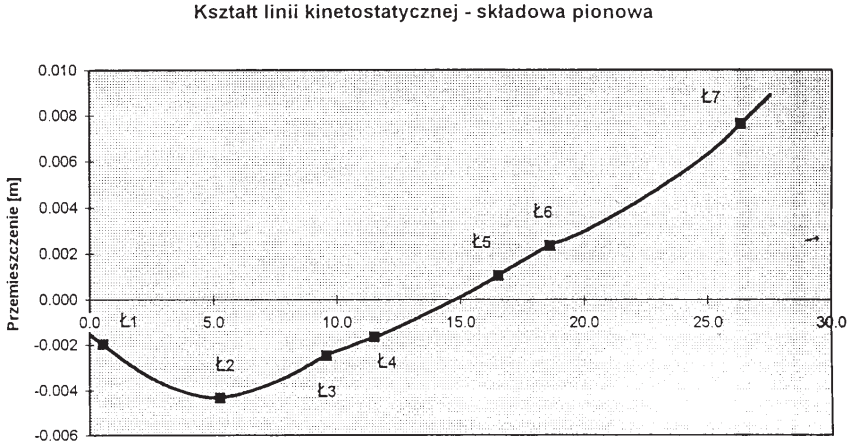
Drugim podstawowym parametrem, który należy przyjąć przy określeniu warunków posadowienia i podparcia, jest sposób wzajemnego ustawienia środków panwi. To właśnie ustawienie punktów podparcia linii łożysk determinuje kształt linii kinetostatycznej, który z kolei wpływa bardzo istotnie na własności dynamiczne układu wirnikowego. W przypadku prowadzonych analiz symulacyjnych oparto się na wynikach pomiaru przemieszczeń panwi uzyskanych na tym samym bloku, dla którego wcześniej określono współczynniki sztywności dynamicznej prezentowane w tabeli 3.1. Tabela 3.2 przedstawia wyniki pionowych (gdyż tylko takie pomiary się wykonuje) przemieszczeń środków panwi dla stanu gorącego, a więc po wygrzaniu maszyny. Z uwagi na brak danych odnośnie przemieszczeń panwi w płaszczyźnie poziomej, przyjęto zerowe wartości tych przemieszczeń. Rysunek 3.25 przedstawia wynikowy kształt tak określonej linii kinetostatycznej i ten właśnie kształt linii przyjęto jako bazowy do dalszych analiz symulacyjnych.

Tabela 3.2. Wartości przemieszczeń środków panwi

Przemieszczenia		Numer podpory						
		1	2	3	4	5	6	7
X	[mm]	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Y	[mm]	-1,9	-4,3	-2,4	-1,7	1,1	2,4	7,7

II. Wymuszenia zewnętrzne

Przyjęte zostały następujące rodzaje wymuszeń zewnętrznych:



Rys. 3.25. Kształt linii kinetostatystycznej wirnika przyjęty do obliczeń

- niewyważenie synchroniczne „1n" resztkowe według wartości uzyskanych przy wyważaniu poszczególnych przęseł linii w odwirowni (dane od producenta);
- niewyważenie synchroniczne wtórne „1n" (pochodzące np. od odkształceń termicznych uzwojeń i pokryw generatora w czasie pracy układu); przyjęto 5 sił równomiernie rozłożonych wzdłuż osi generatora; wobec braku lepszych danych przyjęto kilka parametrycznych wartości tych sił dla mas niewyważenia: 0,1, 0,2, 0,4, 0,8, 1,6, 2,0 kg;
- wymuszenie asynchroniczne o krotności wirowania „2n" (pochodzące od sił elektromagnetycznych w generatorze); przyjęto 5 sił równomiernie rozłożonych wzdłuż osi wirnika generatora; wobec braku lepszych danych przyjęto kilka parametrycznych wartości tych sił dla mas wirujących: 0,1, 0,2 i 0,4 kg.

Rysunek 3.19 przedstawia również punkty przyłożenia poszczególnych wzbudzeń w analizowanych przypadkach.

III. Tłumienie materiałowe w linii wirników

Tłumienie materiałowe określone zostało poprzez przyjęcie proporcjonalnych współczynników tłumienia α i β (model tłumienia Rayleigha). Dla takiego modelu tłumienia globalna macierz tłumienia układu $\mathbf{D}$ tworzona jest poprzez kombinację liniową macierzy bezwładności $\mathbf{M}$ i macierzy sztywności $\mathbf{K}$, czyli:

$$\mathbf{D} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K}.$$

Przyjmując stały współczynnik tłumienia ζ rozumiany jako stosunek tłumienia do tłumienia krytycznego, w tym przypadku dla stali $\zeta = 0,01$ oraz wykorzystując zależność:

$$\zeta = \frac{\alpha}{2\,\omega_{kr}} + \frac{\beta\,\omega_{kr}}{2}$$

a następnie poddając analizie różne wartości ω_{kr} (dla wybranych form drgań własnych) otrzymano różne pary współczynników tłumienia α i β, a mianowicie $\alpha = 3$ lub 1,2 oraz $\beta = 0,00015$ lub 0,00008.

Wszystkie pozostałe parametry konstrukcyjne i eksploatacyjne turbozespołu przyjęte zostały na podstawie danych dysponenta obiektu.

Wyniki obliczeń

Na rys. 3.26 przedstawione zostały przykładowe parametry drgań bezwzględnych panwi i względnych filmu olejowego pomierzone na jednym z bloków energetycznych o mocy 200 MW.

Drgania panwi [μm]	Kierunek i krotność	**Ł1**	**Ł2**	**Ł3**	**Ł4**	**Ł5**	**Ł6**	**Ł7**
	H-tot	5,0	4,5	13,5	3,6	6,8	11,7	3,6
	V-tot	3,2	2,3	7,7	6,8	5,0	11,7	2,7
	H-1X	3,2	2,3	8,6	1,8	1,4	1,8	2,7
	V-1X	0,5	0,0	1,8	3,2	3,6	1,4	1,4
	H-2X	1,6	1,6	4,7	1,4	3,2	5,9	1,1
	V-2X	0,7	0,7	3,6	2,9	1,8	5,6	1,1
Drgania czopów	Kierunek i krotność	**Ł1**	**Ł2**	**Ł3**	**Ł4**	**Ł5**	**Ł6**	**Ł7**
	H-tot	19,3	31,0	9,5	11,0	21,0	20,3	19,8
	H-1X	19,3	31,6	8,4	4,8	11,7	5,0	13,0
	V-1X	4,2	9,6	2,0	4,4	17,7	6,1	14,2
	H-2X	5,9	4,2	0,4	3,2	5,7	12,5	6,4
	V-2X	1,2	0,9	2,5	5,5	6,6	15,2	2,8

Rys. 3.26. Pomierzone eksperymentalnie parametry drgań panwi i czopów łożyskowych turbozespolu 13K215 na jednym z bloków energetycznych o mocy 200 MW

Użyte tu symbole oznaczają:

- A-tot – amplitudy całkowite maksymalne w μm,
- H-tot – amplitudy całkowite w kierunku poziomym w μm,
- V-tot – amplitudy całkowite w kierunku pionowym w μm,
- H-1X – amplitudy I harmonicznej w kierunku poziomym w μm,
- V-1X – amplitudy I harmonicznej w kierunku pionowym w μm,
- H-2X – amplitudy II harmonicznej w kierunku poziomym w μm,
- V-2X – amplitudy II harmonicznej w kierunku pionowym w μm.

Pomierzone prędkości drgań RMS w odniesieniu do drgań panwi przeliczone tu zostały na przemieszczenia bezwzględne celem ułatwienia bezpośrednich porównań z wynikami obliczeń.

Warto tu zauważyć, że dane przedstawione na rys. 3.26 dotyczą konkretnej jednostki oraz pomiarów w określonym dniu i dla określonych parametrów eksploatacyjnych turbozespołu. Zmieniają się one w sposób znaczny dla innych warunków przeprowadzonych pomiarów. Stąd też dane te mogą mieć jedynie charakter orientacyjny. Mieszczą się one w dopuszczalnym zakresie drgań (np. dla czopów poziom ostrzeżenia wynosi A-tot = 80 μm a alarmu A-tot = 165 μm).

Procedura weryfikacji modelu i programów serii NLDW przeprowadzona zastała na podstawie wielu pomiarów z różnych bloków energetycznych, a rys. 3.26 stanowi niewielki ich fragment. Zagadnienie to było przedmiotem szczegółowych badań w ramach wspomnianego już Programu Badawczego Zamawianego PBZ 038-06 [3.4].

Efekt końcowy procedury strojenia zastosowanych narzędzi badawczych w postaci tzw. bazowej karty diagnostycznej przedstawia rys. 3.27. Stanowi ona wynik wielu prób i czasochłonnych obliczeń, w efekcie czego uznać można było, iż większość parametrów programu NLDW została „dostrojona" z wystarczającą dokładnością do uzyskanych danych eksploatacyjnych konkretnej klasy obiektów rzeczywistych. Tym samym zastosowany model MES i program NLDW stanowić może bazę odniesienia dla dalszych badań dużych obiektów energetycznych.

Rysunki 3.28 do 3.35 przedstawiają bezpośrednie wyniki weryfikacji w formie tzw. wykresów słupkowych dla drgań względnych filmu olejowego i bezwzględnych panwi dla wszystkich siedmiu łożysk. Badania eksperymentalne przeprowadzone zostały przy różnych obciążeniach maszyny oraz w oparciu o pomiary z różnych systemów diagnostycznych. Rysunki te zawierają:

- amplitudy przemieszczeń drgań bezwzględnych A_x,
- amplitudy przemieszczeń drgań bezwzględnych A_y,
- amplitudy przemieszczeń drgań względnych A_x,
- amplitudy przemieszczeń drgań względnych A_y,
- prędkości drgań bezwzględnych średniokwadratowe V_{RMS} w kierunku x,

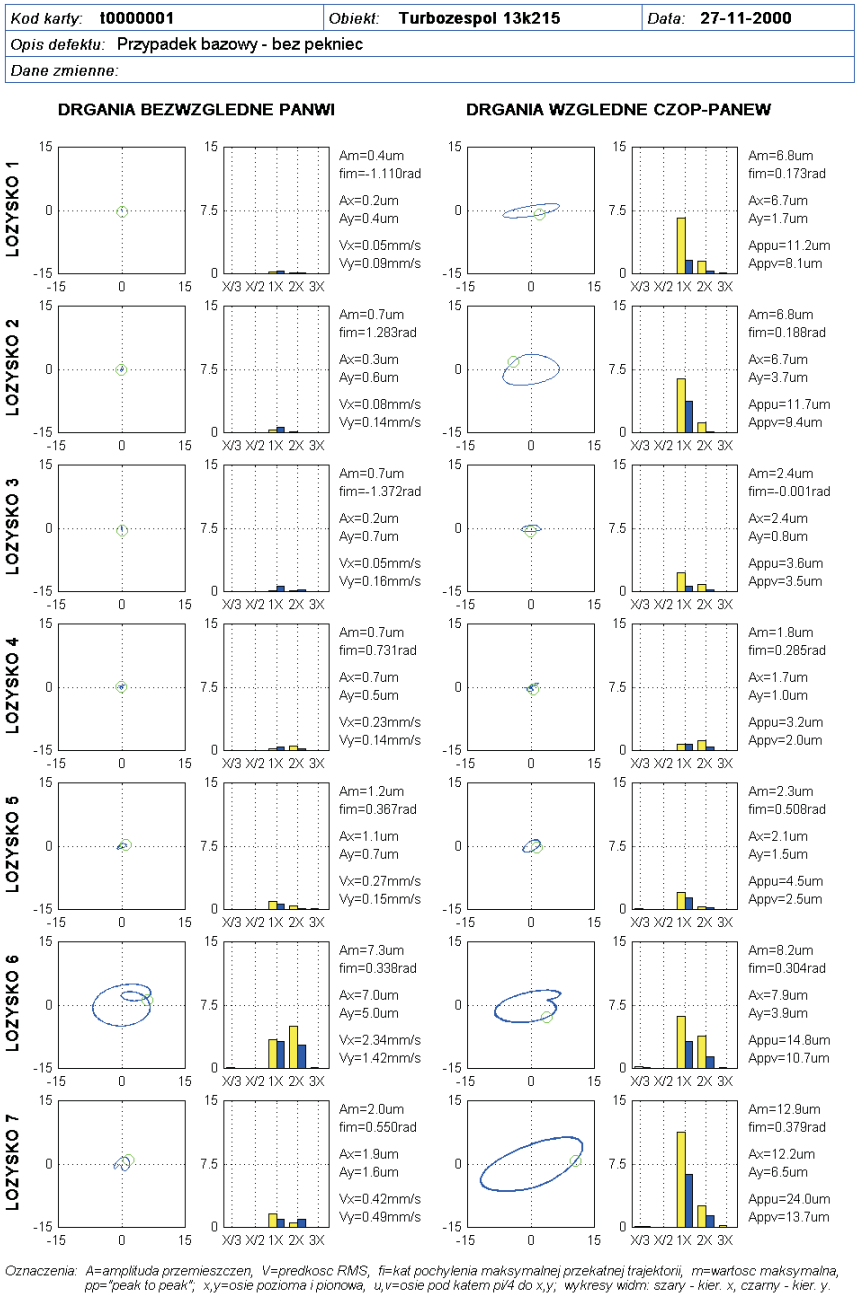
- prędkości drgań bezwzględnych średniokwadratowe V_{RMS} w kierunku y,
- przemieszczenia drgań względnych całkowite A_{pp} w kierunku $x(u)$,
- przemieszczenia drgań względnych całkowite A_{pp} w kierunku $y(v)$.

Każdy rysunek w kolejnych siedmiu kolumnach zawiera wykresy słupkowe drgań:

- kolumna 1 – wartość odniesienia,
- kolumna 2 – sumaryczne,
- kolumna 3 – harmoniczną 1/3 X,
- kolumna 4 – harmoniczną 1/2 X,
- kolumna 5 – harmoniczną 1 X,
- kolumna 6 – harmoniczną 2 X,
- kolumna 7 – harmoniczną 3 X.

Wykresy słupkowe wykonano dla drgań wszystkich siedmiu łożysk, układając je w siedmiu rzędach. W ten sposób każdy rysunek zawiera 42 pola z wykresami w postaci 9-ciu słupków. Każdy ze słupków reprezentuje tą samą wielkość, ale pochodzącą z różnych pomiarów bądź z obliczeń. Poszczególne słupki są identyfikowane za pomocą kolorów i legendy umieszczonej na dole strony. Gwiazdkami na wykresach oznaczono wielkości, odpowiadające pustym polom w tabelach, a więc wielkości które nie były mierzone. W ten sposób zróżnicowano je względem pustych pól wykresów wynikających ze zbyt małej wartości pomierzonej, przez co nie jest ona widoczna na wykresie. Przedstawione na tych rysunkach zestawienia pozwalają na porównanie wyników pomiarów wykonanych na tej samej maszynie w różnych momentach, przez różne zespoły i różnymi technikami.

Wyniki te zestawione zostały z wynikami obliczeń za pomocą programu NLDW określonymi jako przypadek bazowy dla tej określonej sytuacji – rys. 3.27. Jak widać z tych rysunków są przypadki zupełnie zadowalającej zgodności nawet w kategoriach ilościowych. W pozostałych przypadkach różnice ilościowe są większe, co nie jest zaskakujące biorąc pod uwagę skalę złożoności obiektu jak i zastosowaną procedurę weryfikacji.



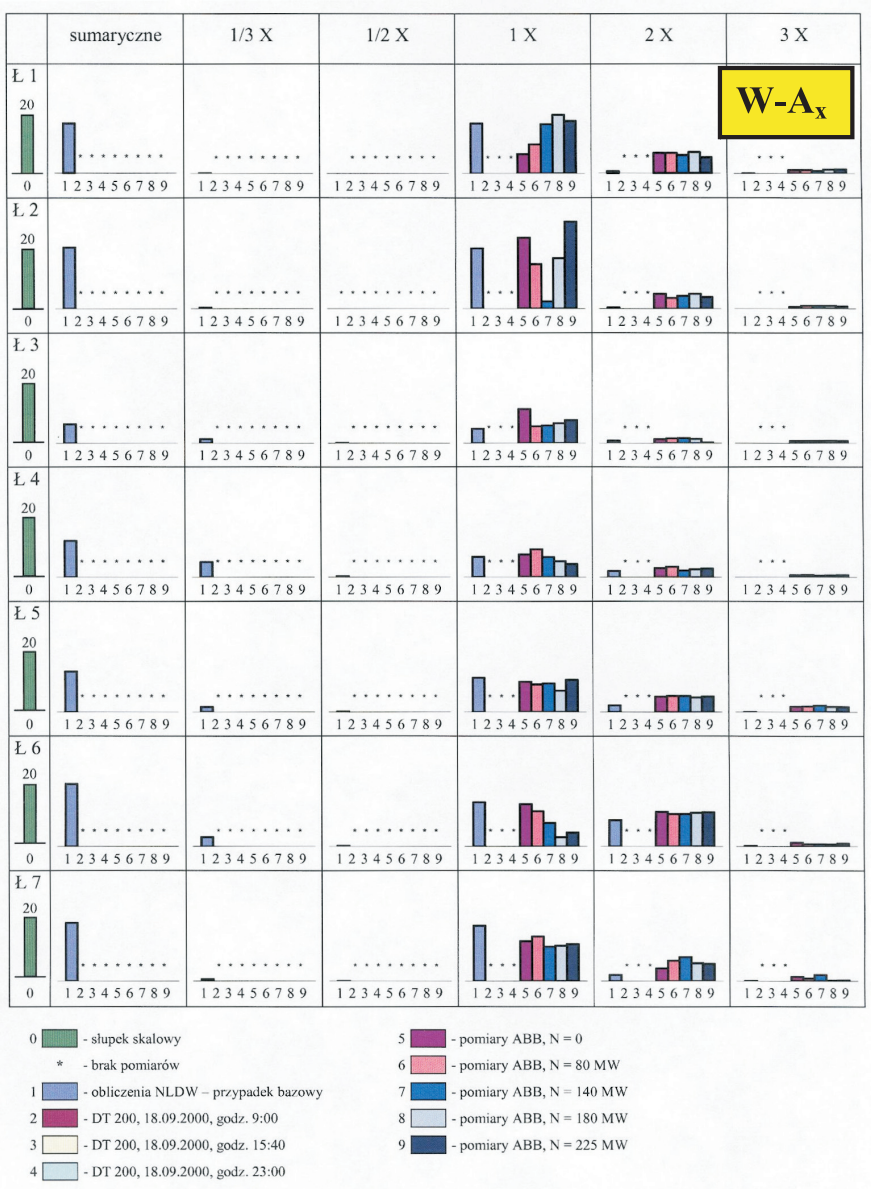
Rys. 3.27. Bazowa karta diagnostyczna turbozespołu 13K215. Efekt dostrojenia modelu do danych eksploatacyjnych właściwych dla tej klasy obiektów. Obliczenia programem NLDW



Rys. 3.28. Zestawienie pomiarów eksperymentalnych z wynikami obliczeń. Drgania bezwzględne panwi, składowa pozioma amplitudy A_x



Rys. 3.29. Zestawienie pomiarów eksperymentalnych z wynikami obliczeń. Drgania bezwzględne panwi, składowa pionowa amplitudy A_y



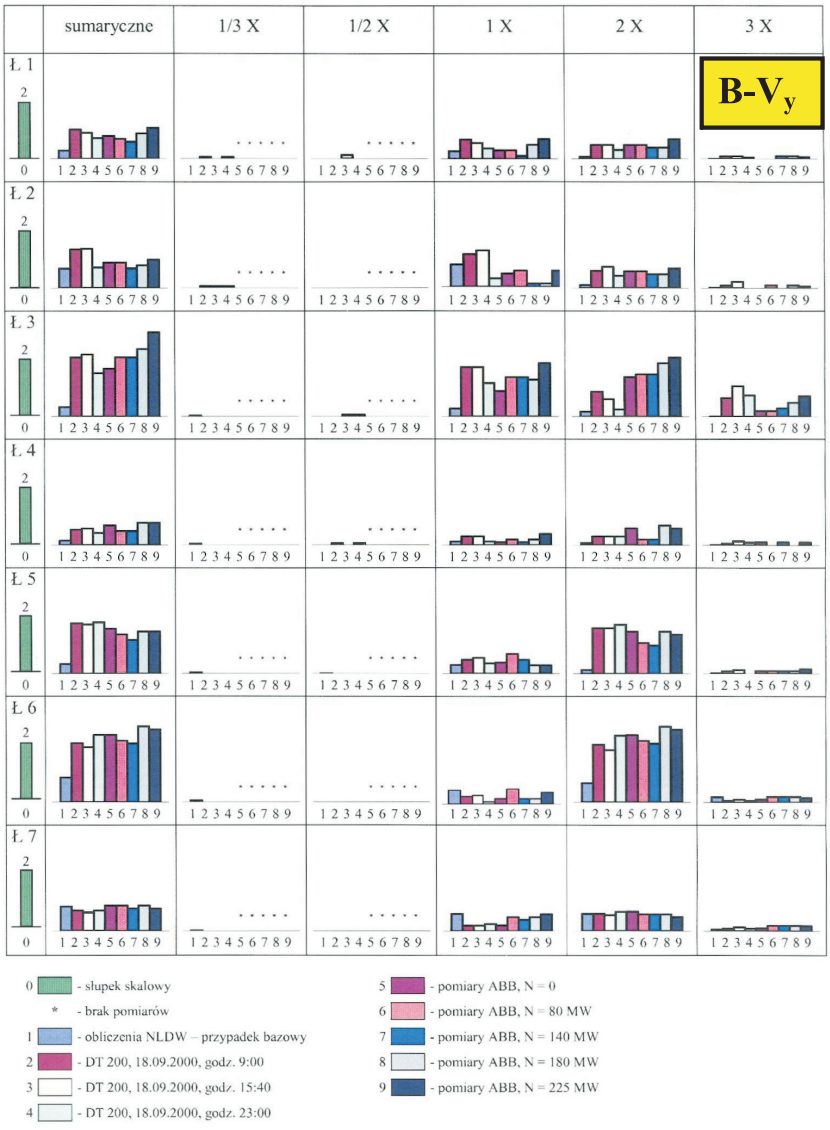
Rys. 3.30. Zestawienie pomiarów eksperymentalnych z wynikami obliczeń. Drgania względne panwi, składowa pozioma amplitudy A_x



Rys. 3.31. Zestawienie pomiarów eksperymentalnych z wynikami obliczeń. Drgania względne panwi, składowa pionowa amplitudy A_y



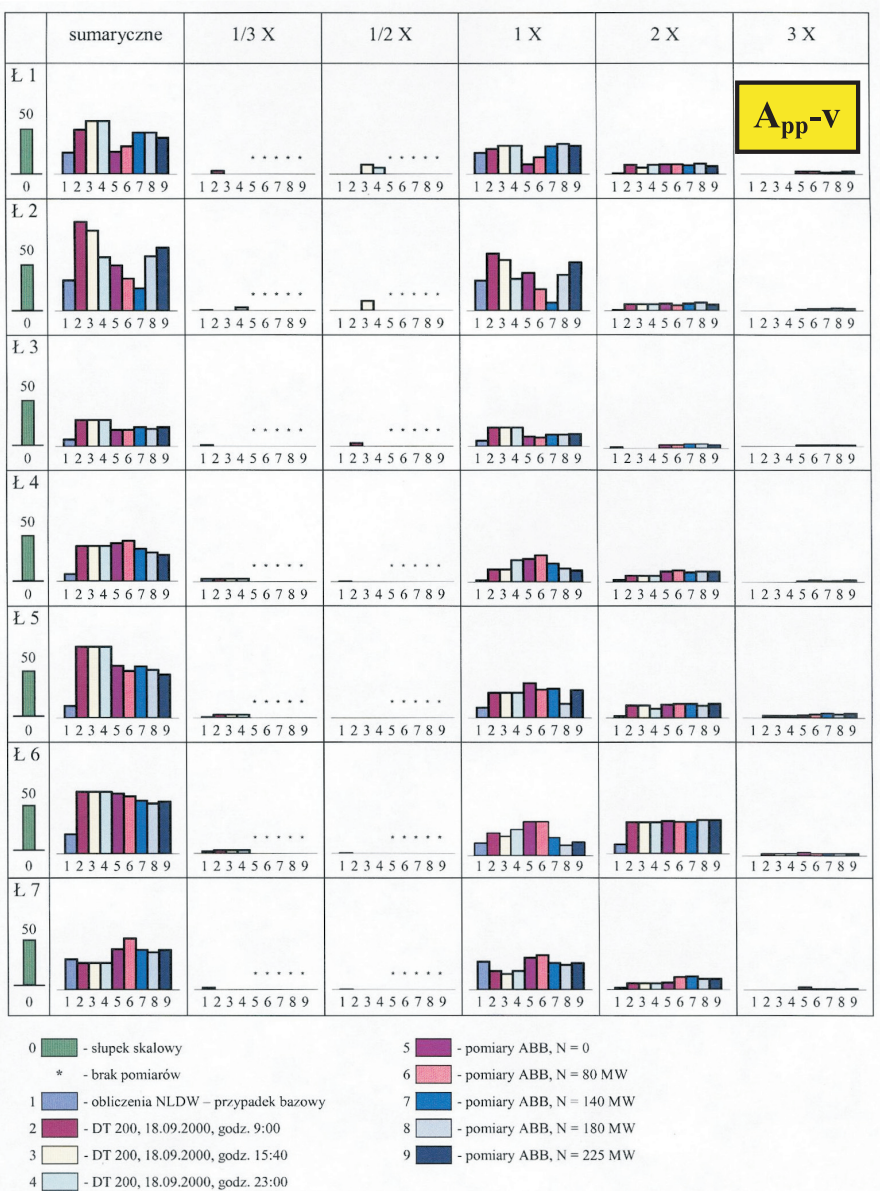
Rys. 3.32. Zestawienie pomiarów eksperymentalnych z wynikami obliczeń. Prędkości drgań bezwzględnych, składowa V_x



Rys. 3.33. Zestawienie pomiarów eksperymentalnych z wynikami obliczeń. Prędkości drgań bezwzględnych, składowa pionowa V_y



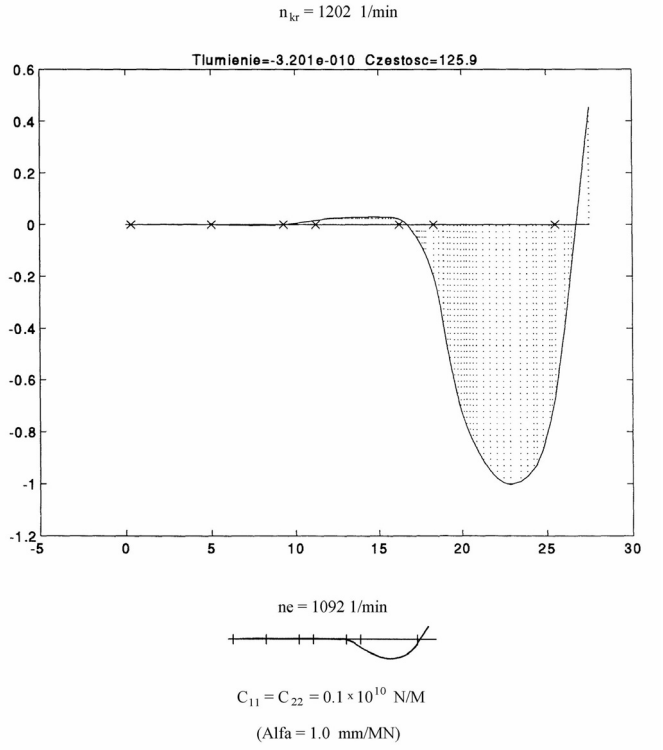
Rys. 3.34. Zestawienie pomiarów eksperymentalnych z wynikami obliczeń. Amplitudy drgań peak-to-peak, składowa w kierunku u



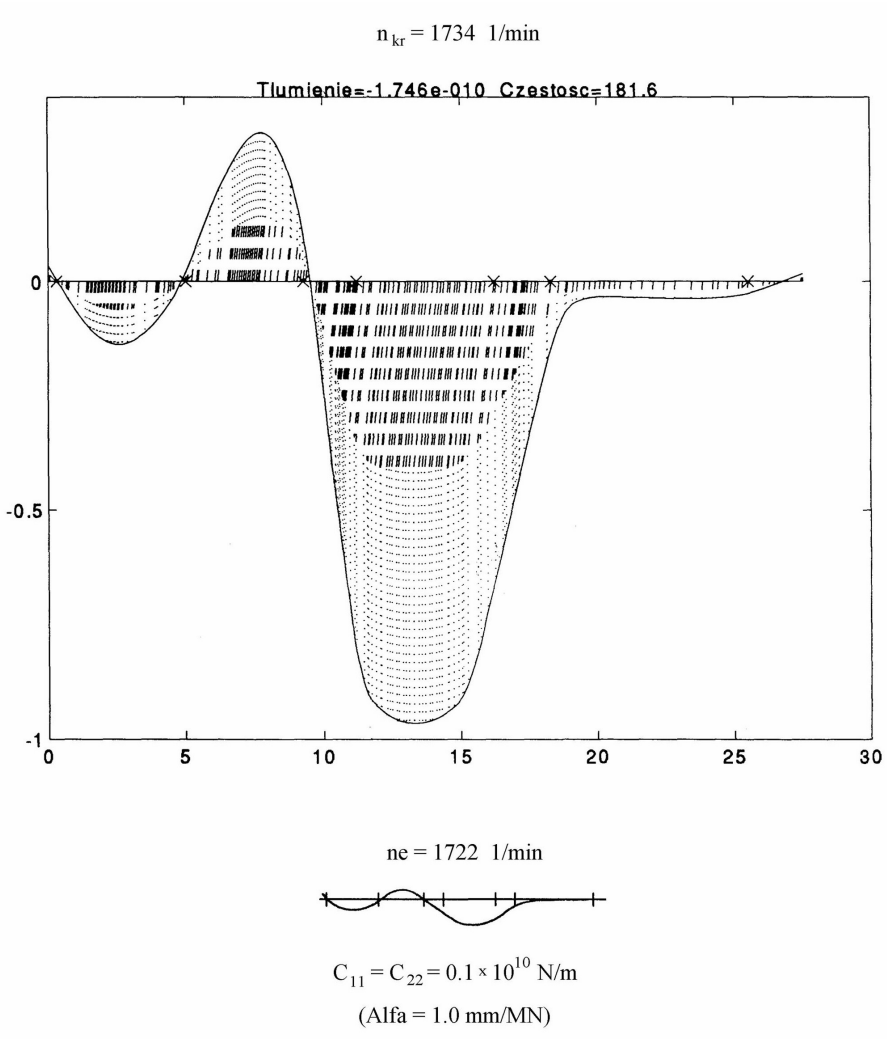
Rys. 3.35. Zestawienie pomiarów eksperymentalnych z wynikami obliczeń. Amplitudy drgań peak-to-peak, składowa w kierunku v

3.3.2.4 Prędkości krytyczne – formy drgań własnych

Inną formą weryfikacji opracowanych narzędzi badawczych może być analiza drgań swobodnych i prędkości krytycznych układu a zwłaszcza zestawienie danych eksperymentalnych z danymi obliczeniowymi. Zanim jednak do tego przejdziemy przestawimy porównanie form drgań własnych maszyn typu turbozespoły 13K215 (rys. 3.17-3.19) uzyskanych za pomocą programów DIATER i DYNWIR-S stanowiących elementy środowiska MESWIR z programami stosowanymi przez koncern ABB-Zamech dla określonego zestawu danych. Programy krajowego producenta turbin nie miały możliwości wprowadzania pełnych danych łożyskowych, np. z uwzględnieniem wymiany ciepła i rzeczywistego kształtu gorącej linii kinetostatycznej czyli przemieszczeń podpór, stąd też porównanie wyników obliczeń może mieć jedynie charakter orientacyjny. Niemniej jednak stanowić one mogą wstępny etap weryfikacji jakościowej. Zestawienie wyników obliczeń przedstawiają rys. 3.36 do 3.40.

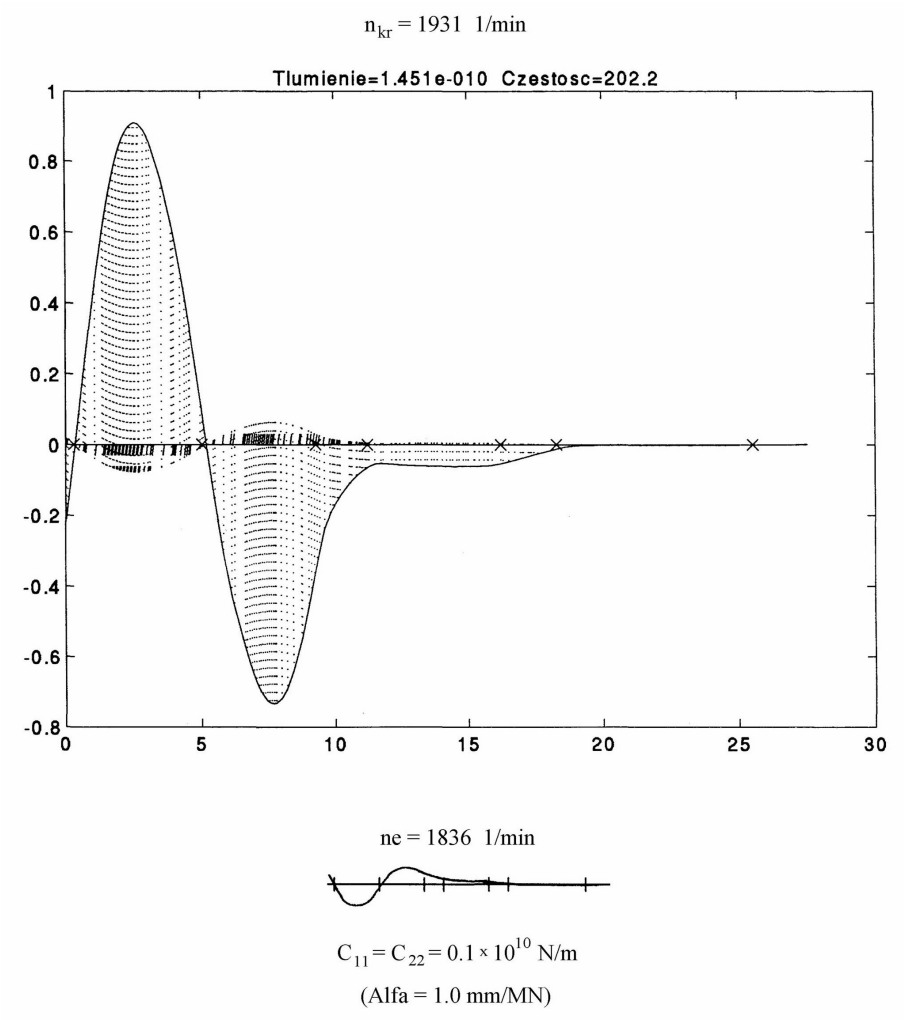


Rys. 3.36. I-sza forma i częstotliwość drgań własnych oraz prędkość krytyczna linii wirników turbozespołu 13K215. Porównanie wyników obliczeń programem DIATER i DYNWIR-S z wynikami obliczeń producenta – szkic poniżej



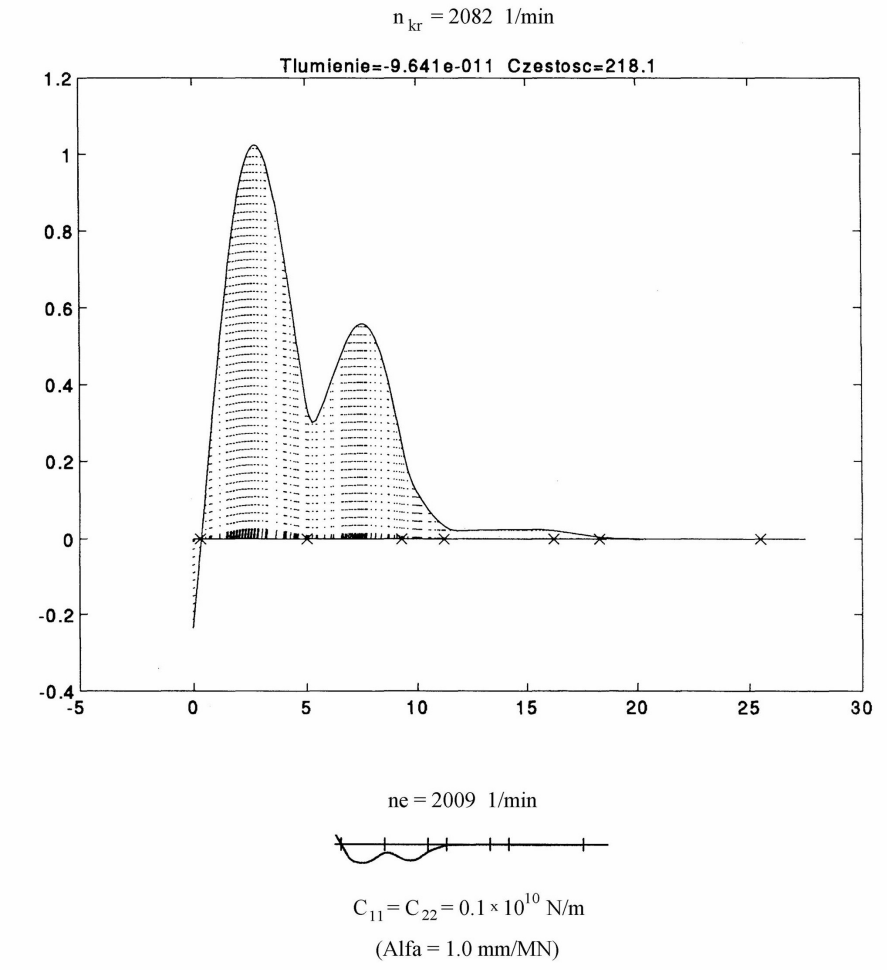
Rys. 3.37. II-ga forma i częstotliwość drgań własnych oraz prędkość krytyczna linii wirników turbozespołu 13K215. Porównanie wyników obliczeń programem DIATER i DYNWIR-S z wynikami obliczeń producenta – szkic poniżej

Przejdźmy teraz do bezpośrednich porównań wyników obliczeń z danymi eksperymentalnymi. Tego typu zestawienia są oczywiście o wiele bardziej wiarygodne. Dane pomiarowe uzyskane zostały od producenta turbin (ABB Zamech – pomiary na różnych blokach) oraz z Elektrowni „Połaniec" (pomiary na bloku nr 1). Dane obliczeniowe uzyskane zostały z wykorzystaniem środowiska MESWIR, czyli w



Rys. 3.38. III-cia forma i częstotliwość drgań własnych oraz prędkość krytyczna linii wirników turbozespołu 13K215. Porównanie wyników obliczeń programem DIATER i DYNWIR-S z wynikami obliczeń producenta – szkic poniżej

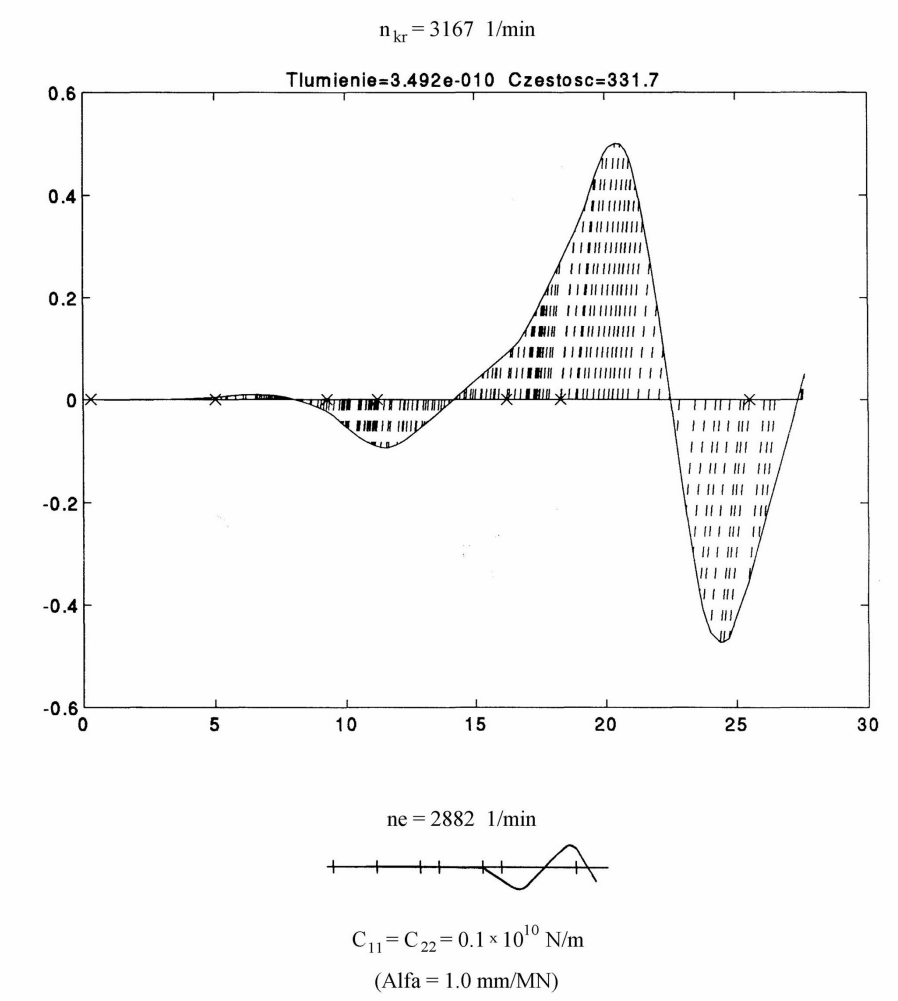
pierwszych etapie za pomocą programów DIATER i DYNWIR-S. W obliczeniach uwzględnione zostały pełne dostępne dane wyszczególnione zarówno w banku danych (podrozdział 3.3.2.1) jak i dane wynikające z określonych szacunków co do np. warunków wymiany ciepła w łożyskach czy też przemieszczeń podpór. Wygenerowanych zostało kilkanaście form i częstotliwości drgań własnych przyjętego układu z rys. 3.19. Pozostaje jednak podstawowy problem, właściwy dla każdej



Rys. 3.39. IV-ta forma i częstotliwość drgań własnych oraz prędkość krytyczna linii wirników turbozespołu 13K215. Porównanie wyników obliczeń programem DIATER i DYNWIR-S z wynikami obliczeń producenta – szkic poniżej

analizy drgań swobodnych, a mianowicie, która z wyszczególnionych teoretyczne tak licznych częstotliwości własnych układu „ujawni się" w rzeczywistości, czyli inaczej mówiąc będzie miała wystarczająco słabe tłumienie aby zaistnieć. Podawane jako wynik obliczeń wartości tłumienia mogą być bowiem obarczone zbyt dużym błędem.

Zaproponowana została zatem metoda sprawdzania „siły" poszczególnych częstotliwości drgań własnych układu za pomocą analizy drgań wymuszonych. Jeśli pobudzimy do drgań poszczególne elementy maszyny, za pomocą np. silnego



Rys. 3.40. V-ta forma i częstotliwość drgań własnych oraz prędkość krytyczna linii wirników turbozespołu 13K215. Porównanie wyników obliczeń programem DIATER i DYNWIR-S z wynikami obliczeń producenta – szkic poniżej

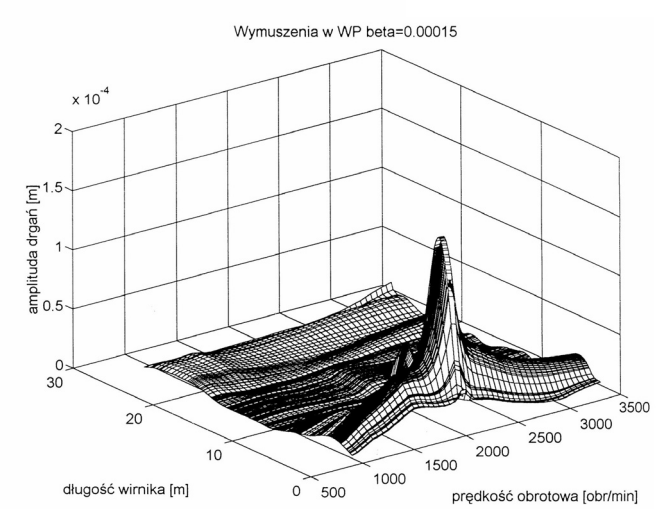
niewyważenia, to możemy następnie, drogą obliczeń numerycznych, prześledzić wszystkie prędkości rezonansowe i porównać je z częstotliwościami drgań własnych układu. Okazuje się, że nie wszystkie częstotliwości drgań własnych będziemy mogli przyporządkować odpowiednim rezonansom. Dokonaliśmy w ten sposób swego rodzaju filtracji częstotliwości drgań własnych. Można tak założyć, ponieważ jeśli określona forma drgań jest rzeczywiście słabo tłumiona, a więc jest „silna", to

musi się ujawnić jako rezonans (prędkość krytyczna układu) przy drganiach wymuszonych. Obliczenia drgań wymuszonych układu przeprowadzono za pomocą programu NLDW, a więc z uwzględnieniem wszystkich ewentualnych nieliniowości występujących w układzie, co oczywiście podwyższa dokładność analizy. Rysunki 3.41 do 3.44 przedstawiają przestrzenne amplitudy drgań układu przy wymuszeniach przyłożonych w poszczególnych częściach turbiny (WP, SP, NP i generatora). Wymuszenia te stanowią ekstremalnie silne, hipotetyczne niewyważenia, które wyraźnie uwidaczniają całe pole rezonansów układu w pobliżu tych odcinków linii wirników maszyny. Pozwala to na wyraźną identyfikację częstotliwości drgań własnych układu.

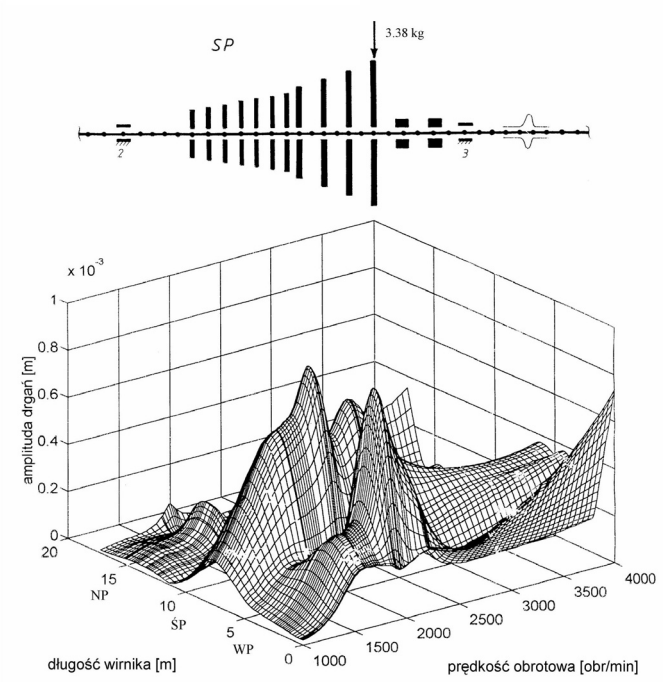
Zestawienie wyników pomiarów prędkości krytycznych i wyników obliczeń z zastosowaniem zaproponowanej metodologii badań przedstawia tabela nr 3.3. Widać z niej, iż tylko niektóre częstotliwości drgań własnych znalazły swe potwierdzenie w analizie drgań wymuszonych i to akurat te, które dobrze odpowiadają wartościom prędkości krytycznych pomierzonych eksperymentalnie. Tabela nr 3.3 jest więc doskonałym potwierdzeniem zaproponowanej metodologii badań i tym samym zaproponowanych narzędzi badawczych.

Tabela 3.3. Zestawienie wartości prędkości własnych obliczonych za pomocą programów DIATER i DYNWIR-S i potwierdzonych za pomocą analizy drgań wymuszonych z użyciem programu NLDW (pola zaznaczone kolorem żółtym) z prędkościami krytycznymi pomierzonymi przez ekipy producenta (ABB-Zamech) i dysponenta obiektu (El. Połaniec)

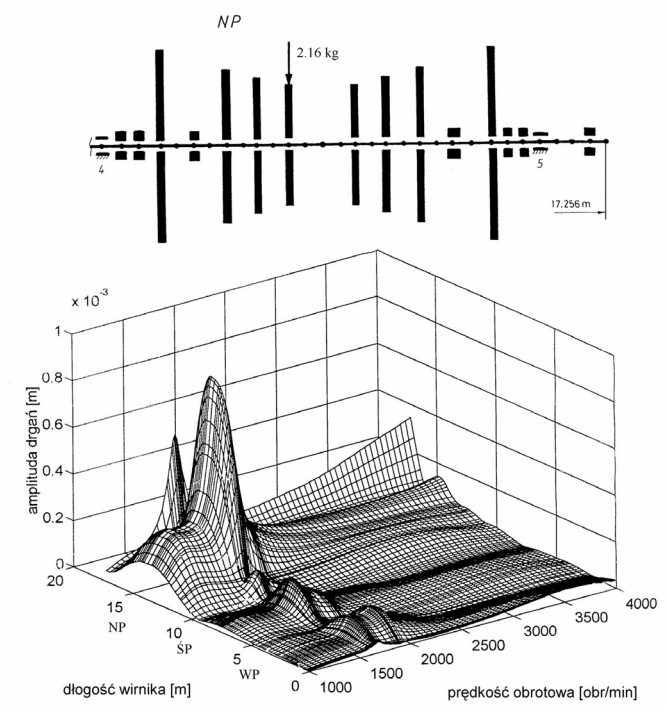
<table>
<tr><td rowspan="2">Postać
od wirnika</td><td colspan="3">Prędkości krytyczne</td></tr>
<tr><td>Obliczenia
IMP PAN</td><td>Pomiary
ABB-Zamech</td><td>Pomiary w El. Połaniec
blok I czerwiec ’94)</td></tr>
<tr><td>G</td><td>1040</td><td>900-1150</td><td>900-1100
I przedz. pręd. kryt.</td></tr>
<tr><td></td><td>1276
1291
1319</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>NP</td><td>1524</td><td>1500-1750</td><td rowspan="2">1500-2100
II przedz. predk. kryt.</td></tr>
<tr><td>SP</td><td>1967</td><td>1800-2100</td></tr>
<tr><td>WP</td><td>2121
2239
2384
2419</td><td>2150-2550</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>2750</td><td></td><td rowspan="2">2700-2950
III przedz. prędk. kryt.</td></tr>
<tr><td></td><td>2974</td><td></td></tr>
</table>



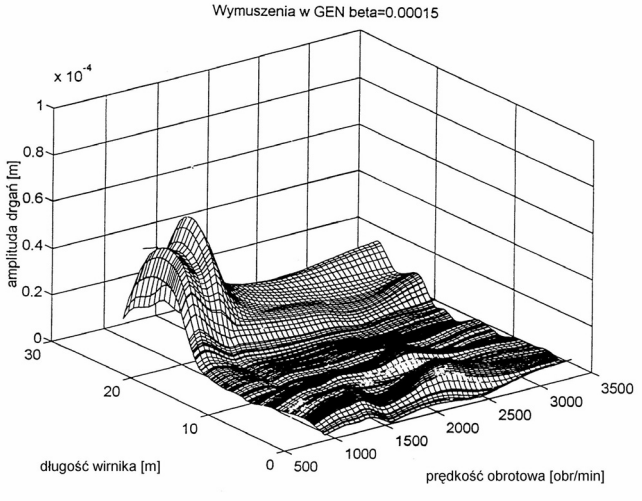
Rys. 3.41. Przestrzenne amplitudy drgań układu przy wymuszeniu w części wysokoprężnej turbiny (silne niewyważenie)



Rys. 3.42. Przestrzenne amplitudy drgań układu przy wymuszeniu w części średnioprężnej



Rys. 3.43. Przestrzenne amplitudy drgań układu przy wymuszeniu w części niskoprężnej



Rys. 3.44. Przestrzenne amplitudy drgań układu przy wymuszeniach w generatorze

3.3.3 Przypadek referencyjny

Dla celów związanych z budową BAZ WIEDZY systemów diagnostycznych nowej generacji zaszła konieczność generowania danych uczących i na ich bazie „trenowania" układów adaptacyjnych. Zadanie takie zostało postawione w ramach kolejnego, dużego Projektu Badawczego Zamawianego PBZ K015/T10/2001 [3.1]. W projekcie tym opracowane narzędzia badawcze w postaci środowiska MESWIR odegrało kluczową rolę, o czym powiemy więcej w następnym podrozdziale. Przy tak postawionym zadaniu kwestią niezmiernie istotną było dokładne dostrojenie modelu do obiektu rzeczywistego, tak aby mógł on być generatorem danych dla budowy wzorcowych katalogów relacji diagnostycznych. Zaszła więc konieczność uwzględnienia w procesie dostrajania również oddziaływań aerodynamicznych w turbinie i magnetycznych w generatorze. W tym przypadku w procesie weryfikacji i dostrajania systemu MESWIR koniecznym stało się wykorzystanie wyników badań wielu innych zespołów zawierających tego rodzaju informacje [3.1].

Jako obiekt badań wybrany został ten sam turbozespół 13K215 pracujący na bloku 7 w Elektrowni „Kozienice" (był on przedmiotem badań w poprzednim podrozdziale), ale po udanej modernizacji. Dlatego też został on uznany za swego rodzaju obiekt wzorcowy, do którego dostrajane będą wszystkie posiadane narzędzia badawcze. Na obiekcie tym, również po modernizacji, nadal pracował system DT-200, co oczywiście miało duże znaczenie z punktu widzenia założonych celów. Obiekt ten został wybrany również dlatego, że spełniał wszystkie wymagania norm eksploatacyjnych, w tym zwłaszcza dotyczących drgań węzłów łożyskowych i innych elementów.

Zastosowanie narzędzi badawczych w postaci systemu MESWIR a zwłaszcza programu NLDW do budowy relacji diagnostycznych właściwych dla przyjętego, konkretnego obiektu wymaga określenia przypadku referencyjnego (wzorcowego lub bazowego), do którego odnoszone będą wszystkie dalsze badania a zwłaszcza modelowane będą defekty i drogą komputerowej symulacji pozyskiwane będą ich symptomy. Z drugiej strony tak pomyślany przypadek referencyjny jest też, w swej istocie, kolejnym i ważnym etapem w procedurze weryfikacji opracowanych narzędzi badawczych. Z tych też powodów przedstawiamy go w niniejszym rozdziale.

Procedura dostrajania modelu w tym przypadku wymaga kilku uwag wstępnych.

Dane do systemu NLDW można podzielić na dwie grupy. Pierwszą stanowią dane stałe, których nie można zmieniać, lub które są dokładnie znane. Należą do nich parametry geometryczne i konstrukcyjne maszyny, a także ściśle określone niektóre parametry ruchowe.

Drugą grupę stanowią dane, których nie można zmierzyć na obiekcie rzeczywistym, lub takie, które znane są z pomiarów na obiektach tej samej klasy, a dla badanego turbozespołu określony jest tylko zakres ich zmienności.

W procesie identyfikacji wartości danych z drugiej grupy są dobierane w taki sposób aby wyniki obliczeń były zgodne z parametrami pracy maszyny zarejestrowanymi przez systemy pomiarowe a zwłaszcza system DT-200. Uzyskanie zadawalającej zbieżności wyników teoretycznych i eksploatacyjnych pozwala uznać model

za dostrojony i tym samym może on stanowić podstawę do symulacji defektów i budowy relacji diagnostycznych.

3.3.3.1 Programy komputerowe

Do budowy przypadku referencyjnego wybrane zostały następujące programy stanowiące środowisko MESWIR (patrz podrozdział 3.1 – rys. 3.1):

KINWIR-I-LEW do zagadnień kinetostatycznych; program ten oparty jest na izotermicznym modelu łożyska, ze stałą średnią efektywną lepkością oleju w całej szczelinie smarnej oraz ze złożoną geometrią szczeliny smarnej w tym z kieszeniami lewarowymi. Do wyznaczenia tej lepkości zastosowano program **KINWIR-D** wykorzystujący diatermiczny model łożyska.

NLDW-LEW do nieliniowych obliczeń sprzężonych form drgań giętno-wzdłużno-skrętnych z imperfekcjami typu pęknięcia wału i rozosiowania elementów oraz z możliwością wprowadzania dodatkowych obciążeń (siły: poprzeczne, wzdłużne oraz momenty skrętne), a także z możliwością badania imperfekcji typu przekoszenia panwi, uwzględnienia kieszeni lewarowych i zmian ciśnienia lewarowego.

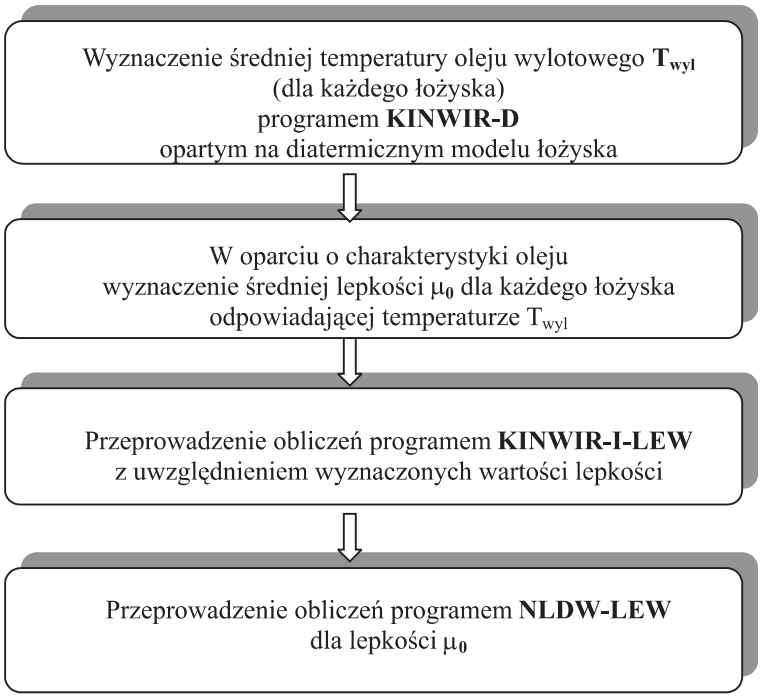
Celem przyspieszenia obliczeń i jednocześnie nie rezygnując zbyt mocno z dokładności opisu, zastosowana została uproszczona procedura obliczeń, którą można by określić jako pseudo-diatermiczną. Procedurę tą przedstawia rys. 3.45.

3.3.3.2 Dyskretyzacja MES linii wirników

Przedmiotem badań jest turbozespół wielkiej mocy, składający się z turbiny 13K215 po modernizacji i generatora TWW-230-2L pracującego jako blok 7 w Elektrowni „Kozienice", który dalej nazywać będziemy turbozespołem 13K215. W oparciu o dokumentację techniczną i dane eksploatacyjne w IMP PAN w Gdańsku opracowany został model fizyczny a następnie model MES wspomnianego turbozespołu. Dyskretyzację MES linii wirników (o 145 elementach belkowych Timoszenki) dla zagadnień kinetostatyki i dynamiki przedstawiają rys. 3.46 oraz 3.47. Schemat numeracji węzłów w zagadnieniach kinetostatyki (rys. 3.47) jest inny niż w zagadnieniach dynamiki (rys. 3.46), chociaż liczba elementów skończonych pozostaje taka sama.

3.3.3.3 Identyfikacja obciążeń działających w układzie

Z uwagi na przyjętą koncepcję modelowania w dynamice wirników polegającą na wyraźnym rozdziale części kinetostatycznej i dynamicznej zachodzi potrzeba przyjęcia odpowiedniej konwencji zapisu sił zewnętrznych działających na każdy z wyodrębnionych układów. W zagadnieniach kinetostatycznych wszelkie siły muszą być stałe co do wartości, kierunku i zwrotu i oddziaływać na wirujący wał wirnika. Uwaga ta dotyczy zarówno sił wynikających z ciężaru dysków sztywnych,



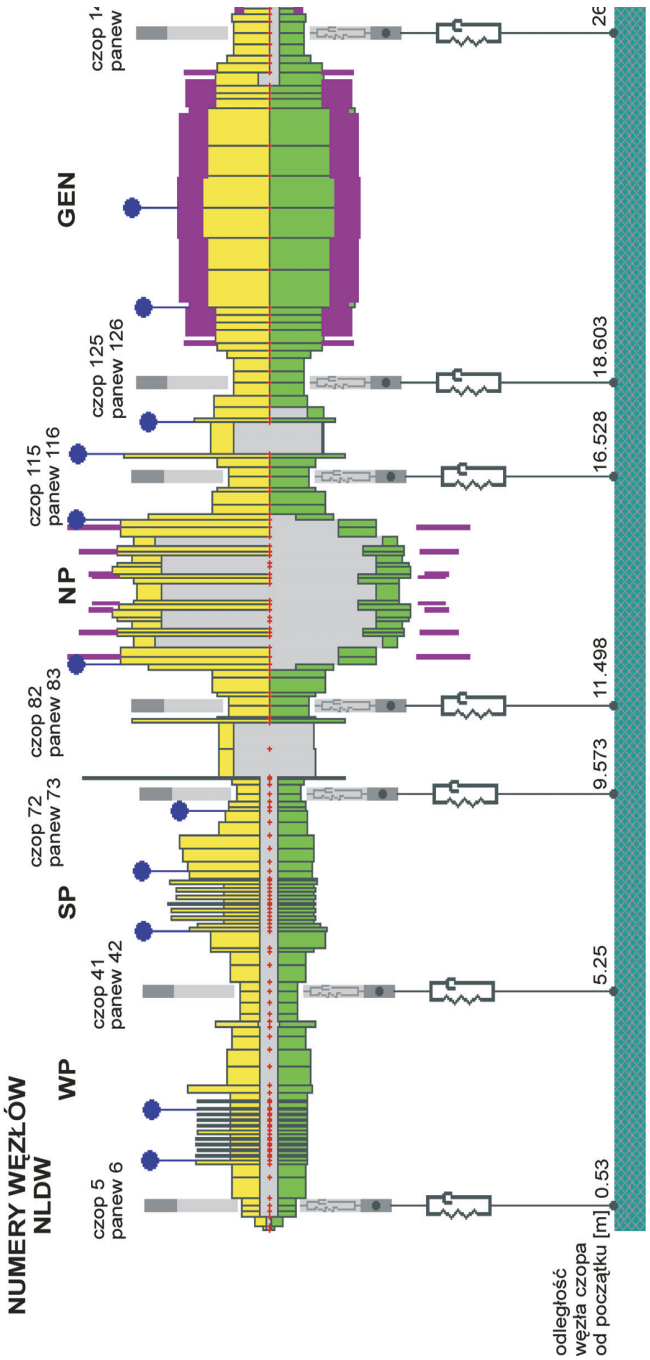
Rys. 3.45. Schemat obliczeń pseudo-diatermicznych zastosowany przy budowie przypadku referencyjnego

uzwojenia w generatorze, jak również części stałej sił dynamicznych, np. sił aerodynamicznych, czy naciągu magnetycznego w generatorze.

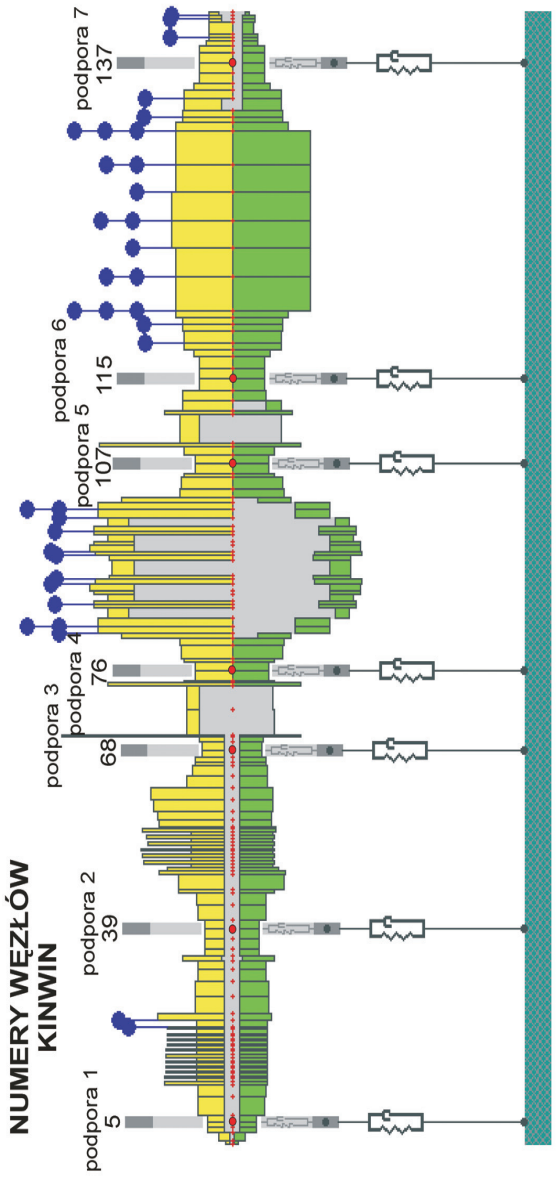
W tym kontekście używane dalej określenie *siła kinetostatyczna* oznacza stałą co do wartości siłę lub moment działający na obracający się wał wirnika.

Siły wymuszające działające na układ mogą być teraz zaklasyfikowane do następujących grup:

- **siły mechaniczne** działające na system, których wartości przyjmowane są w oparciu o dokumentację techniczną turbozespołu:
  część kinetostatyczną stanowią tu siły i momenty obciążające pochodzące od dysków ewentualnie uzwojeń w generatorze,
  część dynamiczną stanowią niewyważenia resztkowe wyznaczane w procesie dostrajania modelu;
- **siły aerodynamiczne:**
  część kinetostatyczną tych sił stanowi składowa stała,
  część dynamiczną oscylacje wokół składowej stałej;
- **naciągi magnetyczne** w generatorze:
  część kinetostatyczną stanowi składowa stała tych sił,



Rys. 3.46. Model MES linii wirników turbozespołu 13K215 – numeracja dla zagadnień dynamicznych



Rys. 3.47. Model MES linii wirników turbozespołu 13K215 – numeracja dla zagadnień kinetostatycznych

część dynamiczną składowa zmienna oscylująca z częstotliwością równą podwójnej prędkości obrotowej wirnika.

Ze względu na fakt, że siły aerodynamiczne i siły naciągu w generatorze są po raz pierwszy uwzględniane w procedurze strojenia modelu, przedstawimy pokrótce sposób ich wprowadzenia.

Wymuszenia aerodynamiczne

Siły te zostały określone na drodze obliczeniowej [3.1] w kilku charakterystycznych stopniach turbiny: w części WP w stopniu regulacyjnym oraz w części NP przed upustem, w stopniu Baumanna i w ostatnim stopniu. Ich wybór był podyktowany tym, iż tylko w tych stopniach otrzymano tzw. wymuszenia aerodynamiczne niskoczęstotliwościowe o częstościach porównywalnych z częstościami drgań wirnika (w odróżnieniu od sił wysokoczęstotliwościowych o częstościach odpowiadających częstościom łopatkowym) i tylko w tych stopniach wpływ sił aerodynamicznych na wirnik był zauważalny. W wyniku obliczeń otrzymano kilka zestawów sił aerodynamicznych różniących się zadanymi warunkami, np. rozstrojeniem łopatek, pulsacją ciśnień, geometrią upustu, zadanym obciążeniem itp. Poprzez „zestawy sił" należy rozumieć pliki z podanymi przebiegami czasowymi sił działających w różnych kierunkach.

W celu zaimplementowania ich do programu NLDW-LEW należało wykonać szereg czynności mających na celu przede wszystkim zachowanie zgodności formatu otrzymanych przebiegów czasowych z wymaganiami dotyczącymi formatu danych do programu NLDW, jak również zachować założenia dotyczące warunków pracy (obciążenia). Z tych przyczyn kilka zestawów sił zostało wstępnie odrzuconych (np. odrzucono wszystkie wyniki obliczeń w stopniu Baumanna). Z pozostałych stworzono 2 przypadki: „nominalny", w którym przebiegi sił aerodynamicznych uważać można za zbliżone do występujących w maszynie pracującej w warunkach nominalnych oraz „ekstremalny", dla którego przyjęto siły o maksymalnych obliczonych amplitudach (obliczenia były prowadzone przy maksymalnych spodziewanych czynnikach wzbudzających drgania typu rozstrojenie łopatek lub pulsacje ciśnienia). Następnie ustalono odpowiednie kierunki działania poszczególnych sił dokonując stosownych konwersji (układy współrzędnych przyjęte w poszczególnych programach oraz w programie NLDW były różne).

Bardzo ważnym zagadnieniem okazała się kwestia usunięcia („odsiania") z przebiegów czasowych wymuszeń ich składowej stałej, czyli wyodrębnienie części kinetostatycznych i dynamicznych tych sił. W toku dostrojenia modelu zdecydowano się ostatecznie na odsianie stałej w oparciu o średnią arytmetyczną przebiegu danego wymuszenia. Można udowodnić, że w przybliżeniu odpowiada to jego wartości skutecznej. Wartość ta została każdorazowo odjęta od przebiegu czasowego danego wymuszenia i wprowadzona do danych do programów serii KINWIR-D w odpowiednich węzłach. Dzięki temu do programu NLDW zostały wprowadzone czyste wymuszenia dynamiczne.

Naciąg magnetyczny

Głównym źródłem sił wymuszających drgania w generatorze [3.1] są tzw. siły naciągu magnetycznego. Są to promieniowo działające siły wynikające ze zmiennych pól magnetycznych w obwodzie magnetycznym wirnik-stojan generatora. Siły te mają złożony charakter i nie mogą być modelowane jako synchroniczne z obrotami wirnika.

Generalnie siły naciągu generatora mają składową stałą o stałym kierunku o stałej wartości, oraz składową zmienną zarówno co do wielkości jak i co do kierunku. Wypadkowa tych sił oscyluje na pewnym kątowym obwodzie stojana z częstotliwością podwójnej częstości obrotowej wirnika. Ponadto siły te są zmienne wzdłuż długości wirnika generatora. Mogą one być wyznaczone na podstawie szczegółowych danych geometrycznych i parametrów elektrycznych pracy generatora, w szczególności mocy czynnej i biernej. Dla potrzeb niniejszej pracy siły naciągu zostały obliczone za pomocą programu komputerowego o nazwie **nac_mgt** (opisanego w [3.1] utworzonego specjalnie do tego celu.

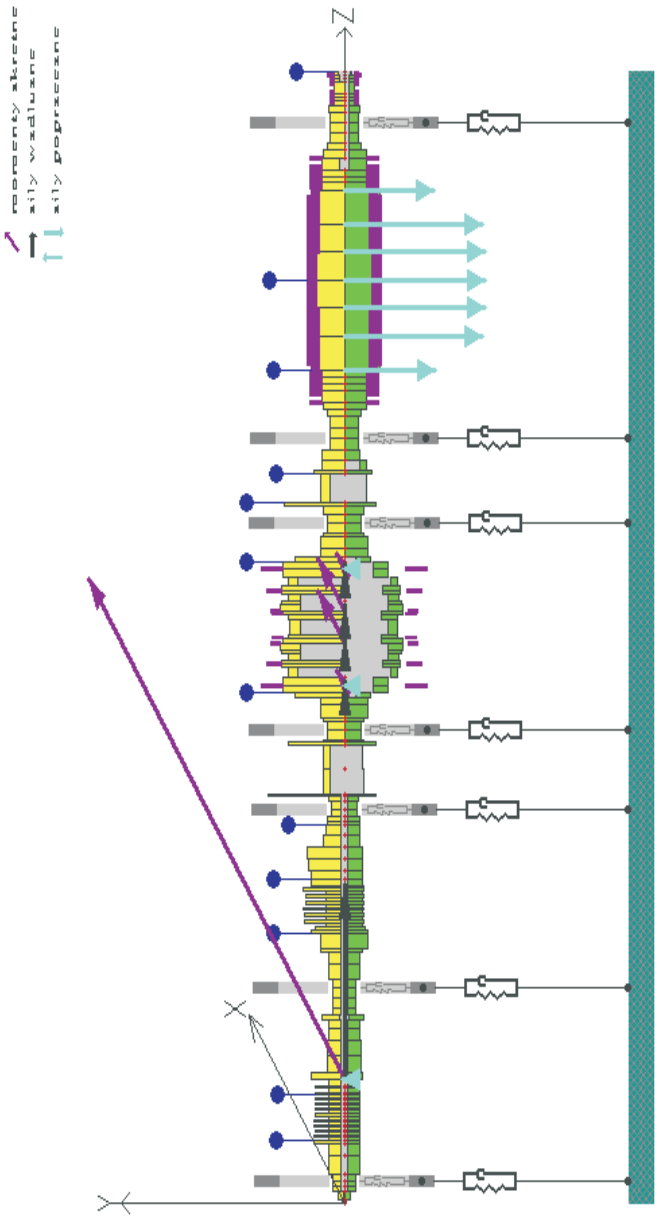
Wielkość sił naciągu zależy m. in. od stopnia ugięcia wirnika generatora, od przemieszczenia podpór łożysk generatora i od przemieszczenia osi wirnika względem osi stojana. Ugięcie wirnika zależy z kolei od wielkości sił naciągu generatora. W ten sposób wielkości te są wzajemnie sprzężone i naciąg generatora może być obliczony tylko na drodze iteracyjnej. Możliwość takich obliczeń przewiduje wspomniany program.

Siły kinetostatyczne

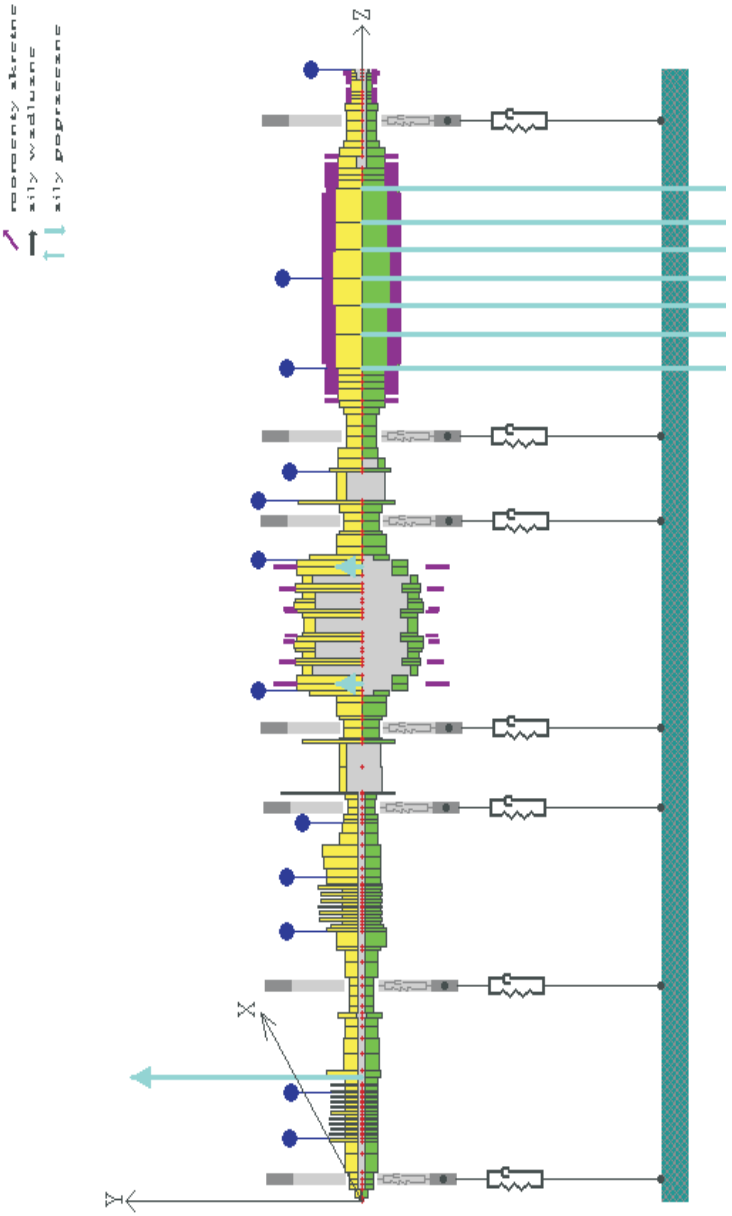
Części kinetostatyczne sił działających na układ uwzględniane są w obliczeniach programami KINWIR-D i KINWIR-I-LEW. Są one wprowadzane do programu, jako obciążenia kinetostatyczne czytane z pliku. Po przeprowadzeniu procedury „odsiania" stałej okazało się, że części kinetostatyczne poprzecznych sił aerodynamicznych dla przypadku „nominalnego" i „ekstremalnego" pozostają takie same. Wartości obciążeń kinetostatycznych przyjętych do obliczeń zestawione zostały w tab 3.4÷3.6.

Z uwagi na przyjęty model w obliczeniach kinetostatycznych uwzględniane są części stałe tylko sił poprzecznych, stąd w tab. 3.4 nie uwzględniono sił wzdłużnych i momentów skrętnych.

Na rys. 3.47 siły oznaczone są symbolem „┥", widoczne jest również położenie węzłów o numerach podanych w tab. 3.4÷3.6.



Rys. 3.48. Reprezentacja graficzna sił dynamicznych: symbol ↑ oznacza nieuwzględnienia reszkowe: siły poprzeczne i wzdłużne w jednej skali



Rys. 3.49. Poprzeczne siły aerodynamiczne na tle sił naciągu magnetycznego

Tabela 3.4. Wartości kinetostatycznych obciążeń mechanicznych

KINETOSTATYCZNE SIŁY MECHANICZNE (dyski, uzwojenia w generatorze)			
numer węzła	numer kierunku	kierunek	siła [N]
82	327	Y	-14 106,80
85	339	Y	-6 023,30
89	355	Y	-5 405,30
90	359	Y	-2 884,10
93	371	Y	-2 881,10
94	375	Y	-5 405,30
98	391	Y	-6 023,30
101	403	Y	-14 106,80
119	475	Y	-3 786,70
121	483	Y	-17 609,00
123	491	Y	-1 353,80
123	491	Y	-2 187,60
124	495	Y	-44 046,90
126	503	Y	-39 338,10
128	511	Y	-44 046,90
129	515	Y	-2 187,60
129	515	Y	-1 353,80
131	523	Y	-17 609,00
133	531	Y	-3 786,70
141	563	Y	-1 373,40
144	575	Y	-1 373,40
145	579	Y	-784,80

Siły dynamiczne działające na układ

Zewnętrzne obciążenia dynamiczne w formie niewyważeń i dodatkowych sił poprzecznych, wzdłużnych i momentów skrętnych uwzględniane w obliczeniach programem NLDW-LEW przedstawione są w postaci graficznej na rys. 3.48 i 3.49. Siły aerodynamiczne i naciągu generatora wprowadzane są z plików zawierających czasowe przebiegi tych sił. Rysunek 3.50 ilustruje postać w jakiej są one wprowadzane do programu.

Siły aerodynamiczne

Wstępna analiza wyników otrzymanych w badaniach oddziaływań aerodynamicznych [3.1] doprowadziła do określenia elementów, w których wpływ tych oddziaływań na wirnik jest zauważalny i powstania dwóch zestawów sił aerodynamicznych: nominalnego i ekstremalnego.

Tabela 3.5. Wartości kinetostatycznych obciążeń aerodynanicznych

CZĘŚCI STAŁE (KINETOSTATYCZNE) SIŁ AERODYNAMICZNYCH			
numer węzła	numer kierunku	kierunek	siła [N]
30	117	X	2631,71
30	119	Y	9208,26
82	325	X	2,17
82	327	Y	-0,75
101	401	X	-2,17
101	403	Y	-0,75

Tabela 3.6. Wartości kinetostatycznych obciążeń magnetycznych

KINETOSTATYCZNE SIŁY MAGNETYCZNE (naciągi magnetyczne w generatorze)			
numer węzła	numer kierunku	kierunek	siła [N]
123	491	Y	-13 304
124	495	Y	-20 374
125	499	Y	-20 691
126	503	Y	-20 776
127	507	Y	-20 623
128	511	Y	-20 242
129	515	Y	-13 181

W tabelach 3.7, 3.8, 3.9 podane są wartości maksymalnych amplitud sił aerodynamicznych dla obydwu zestawów.

Niewyważenia resztkowe

Siły pochodzące od niewyważenia wirnika są w istocie siłami odśrodkowymi mas niewyważenia umieszczonych na pewnym promieniu. Wielkości te były dla modelowanego wirnika określone na podstawie badań podobnego wirnika w odwirowni ABB-Zamech w Elblągu. Ponieważ jednak niewyważenie wirnika może się w czasie eksploatacji maszyny zmienić, należy uznać, że jest ono w istocie nieznane. Wyniki badań z odwirowni zostały zatem przyjęte jako „wyjściowe". W toku prac dostrojeniowych modelu zostały one nieznacznie zmodyfikowane. Wartości te podane zostaną w kolejnym podrozdziale.

Tabela 3.7. Maksymalne amplitudy aerodynamicznych sił poprzecznych

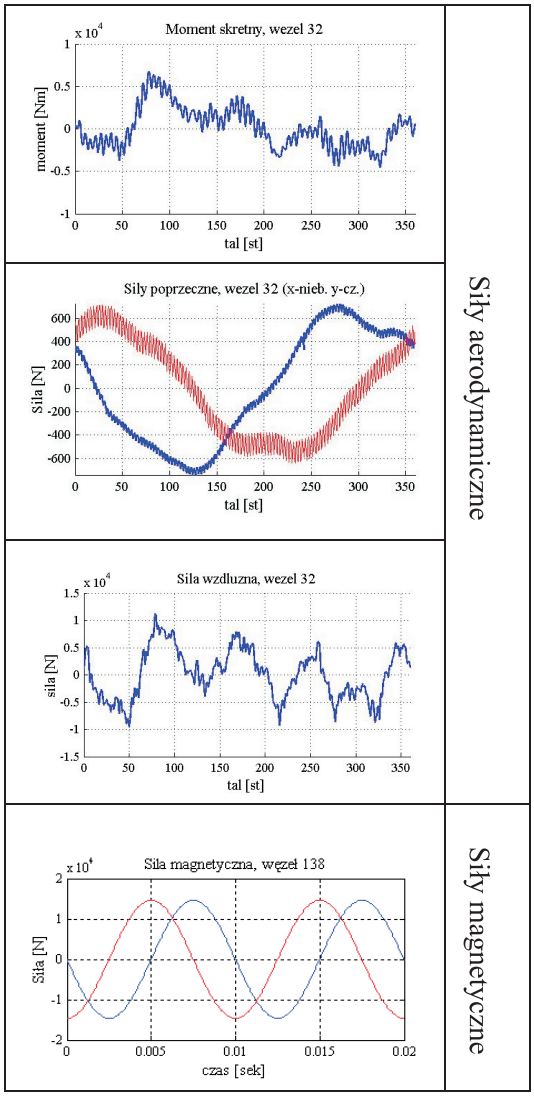
Siły poprzeczne			
Nr węzła	Stopień	Amp. max przypadek ekstremalny	Amp. max przypadek nominalny
32	Regulacyjny (WP)	734,23	734,23
90	Ostatni (NP)	176,01	176,01
109	Ostatni (NP)	176,01	176,01

Tabela 3.8. Maksymalne amplitudy sił wzdłużnych

Siły wzdłużne			
Nr węzła	Stopień	Amp. max przypadek ekstremalny	Amp. max przypadek nominalny
32	Regulacyjny (WP)	10 348,00	1 241,40
90	Ostatni (NP)	303,80	49,40
97	Upust (NP)	378,00	42,50
102	Upust (NP)	378,00	42,50
109	Ostatni (NP)	303,80	49,40

Tabela 3.9. Maksymalne amplitudy momentów skrętnych

Momenty skrętne			
Nr węzła	Stopień	Amp. max przypadek ekstremalny	Amp. max przypadek nominalny
32	Regulacyjny (WP)	5 653,80	259,95
90	Ostatni (NP)	164,35	164,35
97	Upust (NP)	584,30	42,50
102	Upust (NP)	584,30	42,50
109	Ostatni (NP)	164,35	164,35



Rys. 3.50. Przykładowe przebiegi sił aerodynamicznych i magnetycznych

Siły naciągu magnetycznego w generatorze

W wyniku obliczeń programem **nac_mgt** prof. Dąbrowskiego [3.1] zostały wygenerowane przebiegi sił naciągu dla 19 przekrojów wzdłuż długości wirnika. Są to dyskretne zbiory 100 wartości sił naciągu w trakcie jednego obrotu wirnika. Obliczone w ten sposób siły naciągu generatora zostały dostosowane do postaci wymaganej przez program NLDW. Zostały one przyłożone do 7 węzłów rozłożonych wzdłuż wirnika generatora. Są to węzły o numerach: 135, 136, 137, 138, 139,

140, 141. Ze względu na różne dyskretyzacje wirnika w programach **nac_mgt** (19 odcinków) i NLDW (7 węzłów), siły przyłożone do poszczególnych węzłów w programie NLDW wyznaczono w taki sposób, iż w programie NLDW siła przyłożona w węźle jest sumą sił wyznaczonych w odpowiednich odcinkach wału wg programu **nac_mgt**, najbliższych do danego węzła (patrz tab. 3.10).

Tabela 3.10. Zamiana dyskretyzacji wirnika generatora

Nr węzła (NLDW)	Numery odcinków wału wg **nac_mgt**
135	1, 2
136	3, 4, 5
137	6, 7, 8
138	9, 10, 11
139	12, 13, 14
140	15, 16, 17
141	18, 19

Procedurę dostrajania modelu rozpoczęto przyjmując naciągi stanowiące wyniki obliczeń programem **nac_mgt** dla danych zebranych w tab. 3.11. Wartości te podane zostaną w kolejnym podrozdziale.

3.3.3.4 Procedura dostrajania

Podstawowymi danymi dla budowy przypadku referencyjnego, tzn. danymi, do których dostrajamy nasz model, są parametry pracy turbozespołu zarejestrowane przez system diagnostyczny DT200 w dniu 12.04.2000 r. Odpowiada mu praca turbozespołu w stanie ustalonym, przy prędkości obrotowej nominalnej 3000 obr/min., przy mocy czynnej 211,25 MW, mocy biernej 73,75 MW i współczynniku mocy $\cos\varphi = 0,94$. Karta diagnostyczna dla tego przypadku zaczerpnięta z [3.1] jest przedstawiona na rys. 3.52. W ramach procedury dostrajania dobrane zostały wartości takie jak: kompleksowe współczynniki tłumienia w elementach, współczynniki sztywności i tłumienia podpór, niewyważenia resztkowe, kształt gorącej linii kinetostatycznej i naciągi magnetyczne.
Wyniki procedury dostrajania modelu:

I. Kompleksowe współczynniki tłumienia w elementach
   Tłumienie wewnętrzne w elementach wirników opisują dwa współczynniki:
   α – uzależniający tłumienie wewnętrzne od bezwładności elementu,
   β – uzależniający tłumienie wewnętrzne od sztywności elementu.
   Współczynniki te związane są z tłumieniem materiałowym, ale także uwzględniają tłumienie spowodowane przepływem pary przez wirnik, stąd dla odróżnienia ich od współczynników tłumienia materiałowego dodano w nazwie człon „kompleksowe”.

Tabela 3.11. Dane do obliczeń sił naciągu generatora dla wstępnego przypadku bazowego

Wielkość	Oznaczenie	Łożysko nr 6	Łożysko nr 7
Średnica łożyska	D [m]	0,4	0,4
Szerokość łożyska	L [m]	0,5	0,4
Luz łożyskowy obliczen.	C [μm]	885	245
Luz łożyskowy poziomy	ΔR_H [μm]	885	245
Luz łożyskowy pionowy	ΔR_V [μm]	485	235
Mimośrodowość wzgl.	ε [-]	0,49222	0,34783
Mimośrodowość bzwzgl.	e [μm]	435,6	85,22
Kąt linii środków	γ [stop]	334,833	335,866
Przemieszcz. czopa poz.	δ_{cx} [μm]	394,25	77,77
Przemieszcz. czopa pion.	δ_{cy} [μm]	-185,24	-34,84
Przemieszcz. panwi poz.	δ_{px} [μm]	394,25	77,77
Przemieszcz. panwi pion.	δ_{py} [μm]	-185,24	-34,84
Przemieszcz. montaż. poz.	a_{my} [μm]	-394,25	-77,77
Przemieszcz. montaż. pion.	a_{mx} [μm]	185,24	34,84
Sztywność podparcia poz.	C_{xx} [N/m]	4,822e10	2,044e10
Sztywność podparcia pion.	C_{yy} [N/m]	4,936e10	1,399e11
Podatność podparcia poz.	G_y [m/N]	2,074e-11	4,892e-11
Podatność podparcia pion.	G_x [m/N]	2,026e-11	7,148e-12
Moc czynna generatora	N_c [MW]	211,25	211,25
Moc całkowita generatora	N_p [MW]	223,75	223,75
Współcz. mocy generatora	cosφ [-]	0,94	0,94
Stopień obciążenia gen.	k_i [-]	0,973	0,973

W wyniku procesu dostrajania ustalono następujące wartości tych współczynników:
$\alpha = 2.4, \quad \beta = 0.00032.$

II. Współczynniki sztywności i tłumienia podpór
W ramach prac prowadzonych w PBZ K015/T10/2001 [3.1] opracowano model MES korpusów i stojaków w oparciu o dokumentację techniczną. Metodami przestrzennej analizy komputerowej, przy wykorzystaniu znanych programów komercyjnych, wyznaczono macierze sztywności, tłumienia i mas w miejscach podparcia łożysk. Wyniki tych obliczeń zweryfikowano uwzględniając wyniki pomiarów na rzeczywistym obiekcie [3.1] . Były to dane z pomiarów koncernu ABB-Zamech w Elblągu. Ostatecznie przyjęte do obliczeń wartości zestawione zostały w tabeli 3.12.

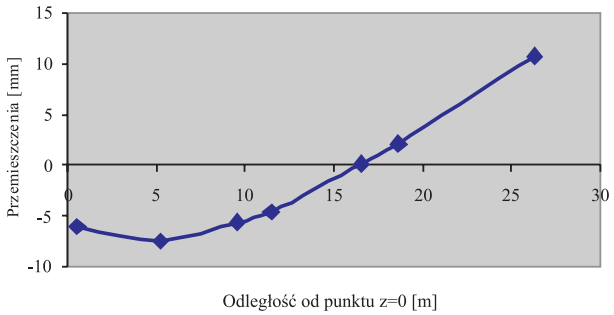
III. Wielkości sił niewyważenia resztkowego
Wielkości te zostały wyznaczone w oparciu o badania podobnego wirnika

Tabela 3.12. Współczynniki sztywności dynamicznej podpór

	Numer podpory						
	1	2	3	4	5	6	7
X [N/m]	$2{,}0 \cdot 10^9$	$2{,}0 \cdot 10^9$	$2{,}0 \cdot 10^9$	$2{,}8 \cdot 10^9$	$1{,}3 \cdot 10^9$	$1{,}7 \cdot 10^9$	$5{,}0 \cdot 10^9$
Y [N/m]	$2{,}0 \cdot 10^9$	$2{,}0 \cdot 10^9$	$2{,}0 \cdot 10^9$	$2{,}4 \cdot 10^9$	$1{,}8 \cdot 10^9$	$2{,}5 \cdot 10^9$	$5{,}0 \cdot 10^9$

w odwirowni w ABB- Zamech w Elblągu. Wyniki badań zmodyfikowano w nieznacznym stopniu porównując je z danymi eksploatacyjnymi dla bloku 7 w Elektrowni „Kozienice". Ostatecznie zbiór wartości charakteryzujących rozkład sił niewyważenia resztkowego zawarty w tab. 3.13 został ustalony w procesie dostrajania modelu.

IV. Kształt gorącej linii kinetostatycznej
Do obliczeń przyjęto zestaw parametrów opartych na pomiarach przeprowadzonych na bloku 7 w Elektrowni „Kozienice". Przesunięcia podpór względem linii geodezyjnej zestawiono w tab. 3.14. Przyjęto, że wartości przemieszczeń poziomych, których pomiary nie są prowadzone, są zerowe. Rysunek 3.51 przedstawia wynikowy kształt tak określonej linii kinetostatycznej.



Rys. 3.51. Kształt linii kinetostatycznej wirnika dla przyjętych jako bazowe przemieszczeń montażowych panwi; symbole ♢ oznaczają kolejne łożyska

V. Naciągi magnetyczne
W toku prac przyjęto wariant maksymalnych sił naciągu magnetycznego wyznaczanych programem **nac_mgt**.
Zbiory wartości zostały wygenerowane na podstawie następujących wzorów:

$$N_x = N_{zm} * \sin(2\omega t),$$

$$N_y = -N_{zm} * \cos(2\omega t) - N_{st},$$

Tabela 3.13. Charakterystyka sił niewyważenia resztkowego

Masa niewyważenia [kg]	Promień niewyważenia [m]	Położenie niewyważ. [stopnie]	Nr węzła przyłożenia [-]	Krotność wirowania niewyważ.
0,132	0,320	0,000	11	1,000
0,128	0,335	0,000	28	1,000
0,080	0,655	0,000	48	1,000
0,104	0,492	0,000	64	1,000
0,240	0,430	0,000	69	1,000
0,100	0,690	226,000	89	1,000
0,240	0,690	137,000	110	1,000
0,056	0,425	0,000	120	1,000
0,064	0,373	0,000	121	1,000
0,168	0,102	0,000	135	1,000
0,168	0,102	0,000	138	1,000
0,053	0,166	0,000	160	1,000

Tabela 3.14. Wartości przemieszczeń środków panwi

Przemieszczenia	Numer podpory						
	1	2	3	4	5	6	7
X [mm]	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Y [mm]	-6,0	-7,4	-5,6	-4,6	0,2	2,1	10,8

gdzie N_{st} i N_{zm} są wielkościami występującymi w tab. 3.15, pogrupowanymi odpowiednio i przypisanymi węzłom według wcześniej opisanego klucza.

Tabela 3.15 zawiera przyjęte jako „bazowe" wartości stałej i zmiennej składowej sił naciągu wzdłuż długości wirnika.

Tabela 3.15. Zamiana dyskretyzacji wirnika generatora

Nr węzła (NLDW)	N_{st}	N_{zm}
135	13 304	9389
136	20 374	14378
137	20 691	14600
138	20 776	14623
139	20 623	14555
140	20 242	14285
141	13 181	9302

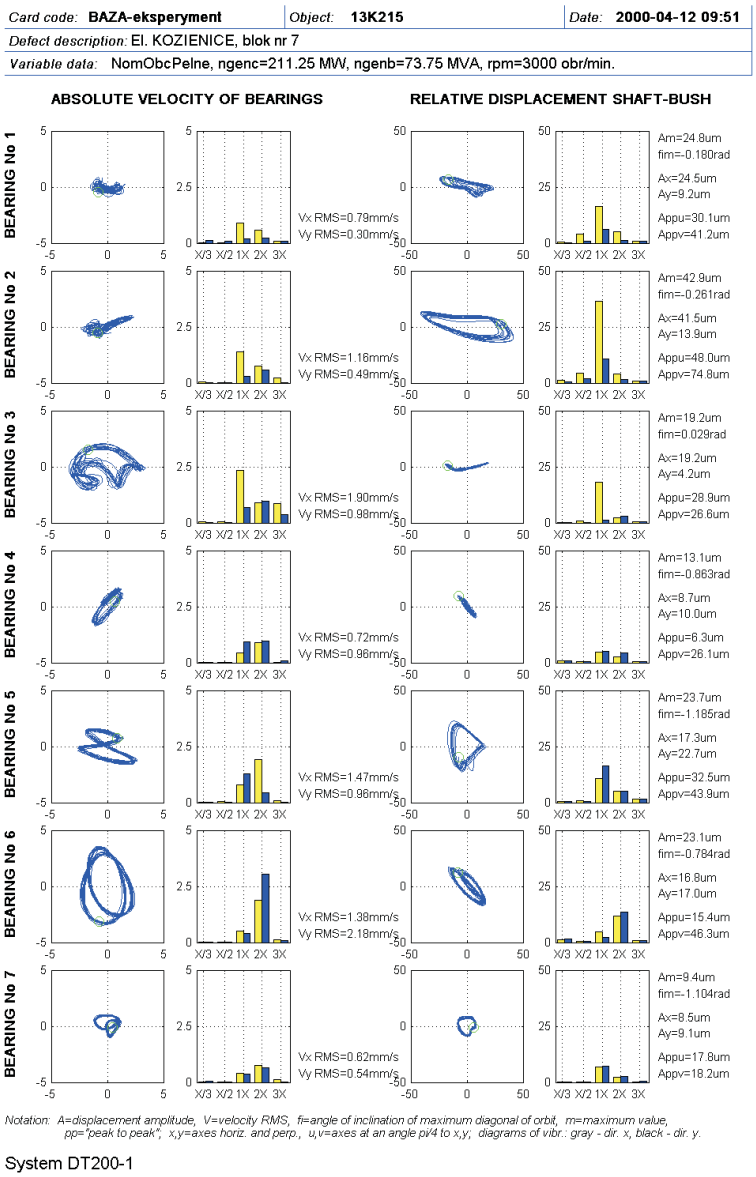
Ostateczne wyniki obliczeń, dla odpowiednio dostrojonych danych wejściowych, przedstawia rys. 3.53. Jest to tzw. „prędkościowa" karta diagnostyczna przedstawiająca zmiany prędkości bezwzględnych panwi i przemieszczeń czopów, co umożliwia bezpośrednie porównania w danymi eksperymentalnymi czyli w tym przypadku z kartą eksperymentalną przedstawioną na rys. 3.52. Zwraca tu uwagę dobre odwzorowanie charakteru zmian prędkości bezwzględnych panwi i składowej $2X$ w widmie drgań dla łożyska nr 6 (najbardziej newralgicznego pod względem dynamicznym) a także, generalnie rzecz ujmując, dość dobre jakościowe odwzorowanie przebiegu widm dla pozostałych łożysk. Oczywiście, uzyskanie pełnej zgodności ilościowej, biorąc pod uwagę skalę złożoności obiektu i modelu, a przede wszystkim brak szeregu danych wejściowych do obliczeń, jest praktycznie niemożliwe. Autorowi niniejszej monografii nie są znane przykłady z dostępnej literatury fachowej w których odwzorowywane teoretycznie by były wyższe składowe widm drgań (typu $2X, 3X$ itd.) dla tak złożonych obiektów technicznych.

W efekcie przeprowadzenia procedury strojenia modelu i zaakceptowaniu wyników przedstawionych na rys. 3.53, można łatwo (po formalnych przekształceniach) zbudować typową tzw. „przemieszczeniową" kartę diagnostyczną, którą przyjmiemy do dalszych badań. Kartę taką przedstawia rys. 3.54. W karcie tej przedstawione są wyłącznie trajektorie przemieszczeń zarówno bezwzględnych panwi jak i względnych czop-panew – stąd określenie „przemieszczeniowa".

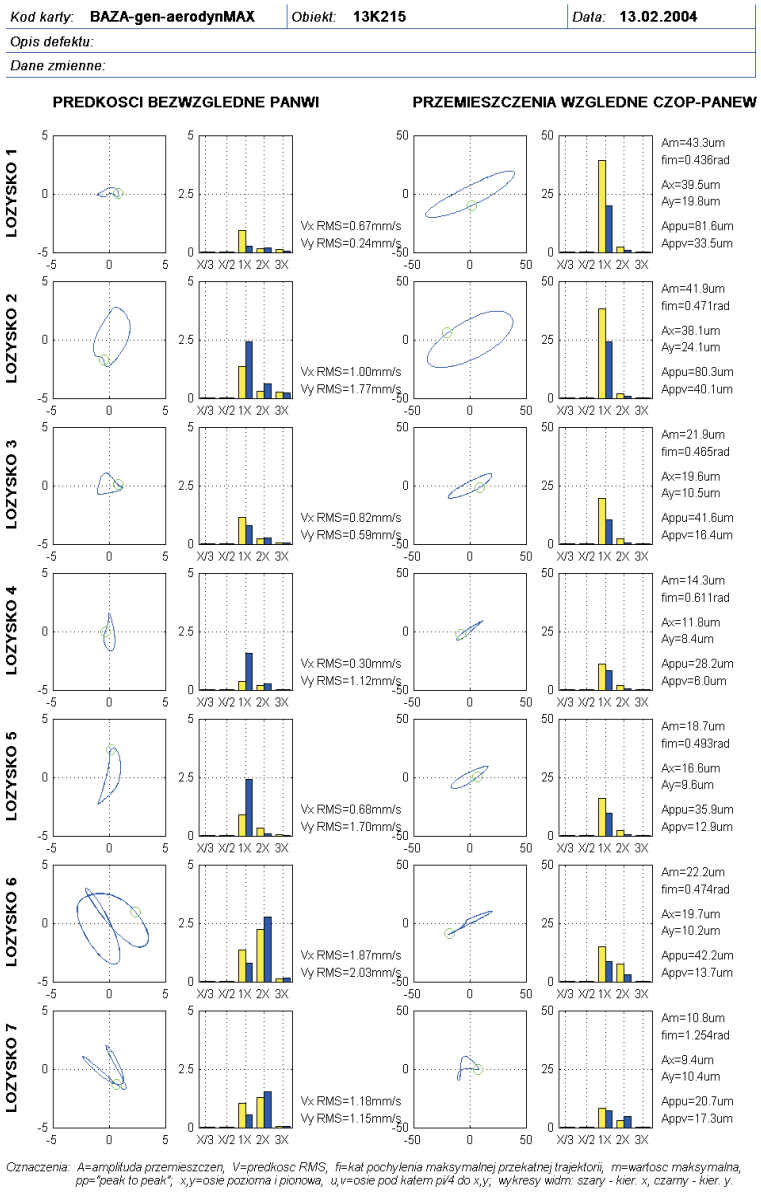
Rysunek 3.55 przedstawia przebieg trajektorii drgań bezwzględnych poszczególnych węzłów wzdłuż linii wirników (WP, SP, NP i generatora) dla przyjętego, w efekcie procedury strojenia modelu, zestawu danych. Pominięte tu zostały kinetostatyczne ugięcia linii wirników spowodowane zarówno ciężarem wirnika jak i oddziaływaniami kinetostatycznymi. Zestawienie przemieszczeń kinetostatycznych i dynamicznych przedstawia natomiast rys. 3.56. Warto tu zwrócić uwagę na fakt, iż odkształcenia kinetostatyczne wirnika są ok. 300 razy większe niż dynamiczne (na rysunku zaszła konieczność zastosowania innej skali dla przemieszczeń dynamicznych).

Rysunek 3.57 przedstawia zestawienie trajektorii drgań względnych czop-panew (względnych filmu olejowego) i bezwzględnych panwi dla wszystkich łożysk przyjętego obiektu, natomiast rys. 3.58 zestawienie trajektorii drgań względnych filmu olejowego na tle geometrii luzów łożyskowych (w tej samej skali). Dla łożysk od Ł1 do Ł6 szczelina smarna ma kształt soczewki, natomiast łożysko Ł7 ma typowy luz kołowo-cylindryczny. Rysunek 3.58 uwidacznia, jak małe są przemieszczenia dynamiczne czopów na tle całej szczeliny smarnej. Taki stan jest oczywiście pożądany w każdych warunkach pracy maszyny, nie tylko tej uznanej za wzorcową i przyjętej jako przypadek referencyjny.

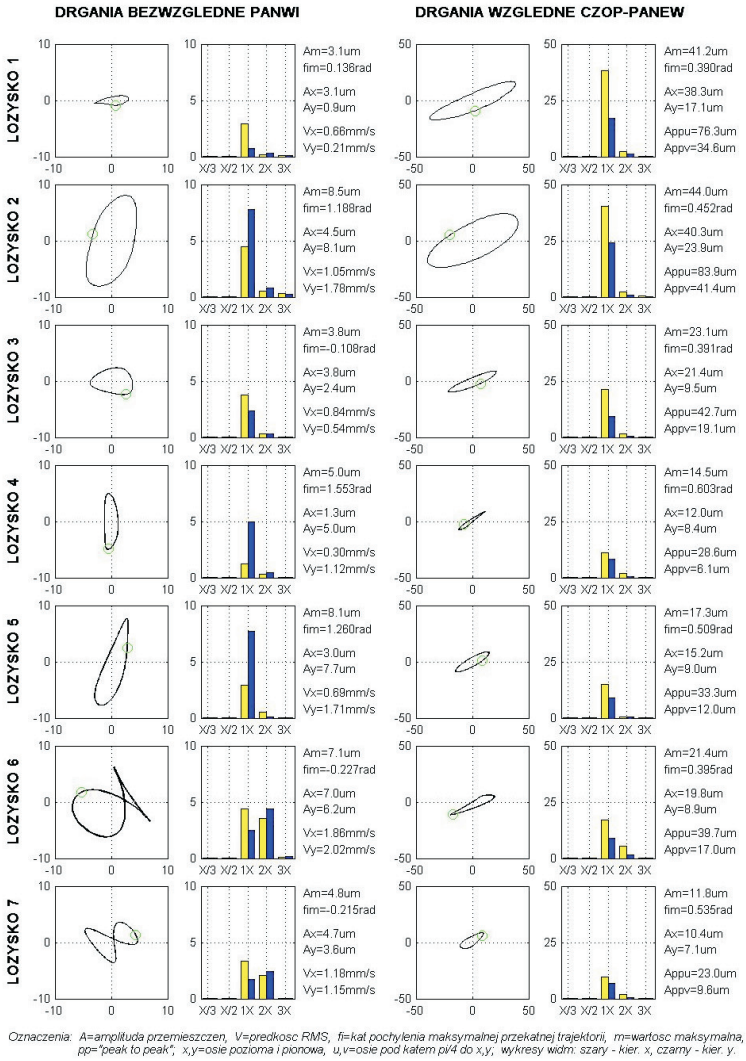
Przedstawiony w tym podrozdziale przypadek referencyjny (bazowy) posłuży nam do przeprowadzenia badań właściwych dla diagnostyki według modelu, a więc do badań nakierowanych na pozyskiwanie różnego rodzaju relacji diagnostycznych. Badania te będą przedmiotem kolejnych rozdziałów niniejszej książki. Jakiekolwiek związki typu defekt-symptom spróbowalibyśmy zbudować, to zawsze potrzebny nam będzie punkt odniesienia do maszyny uznanej za wzorcową, a więc pracującej bez modelowanych defektów.



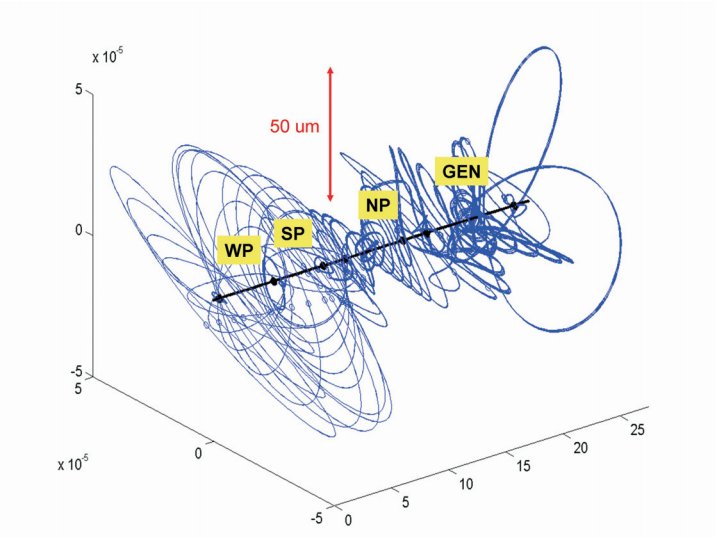
Rys. 3.52. Eksperymentalna karta diagnostyczna. Wyniki pomiarów na obiekcie rzeczywistym za pomocą systemu DT200 (turbozespół 13K215 blok 7 w Elektrowni „Kozienice”)



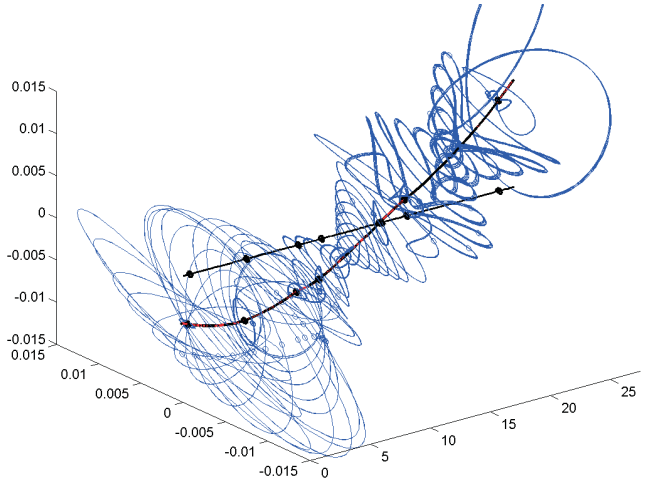
Rys. 3.53. Bazowa „prędkościowa” karta diagnostyczna. Efekt dostrojenia modelu do danych pomiarowych na obiekcie rzeczywistym. Drgania względne w płaszczyźnie czujnika i skala umożliwiająca porównanie z kartą prezentowaną na rys. 3.52



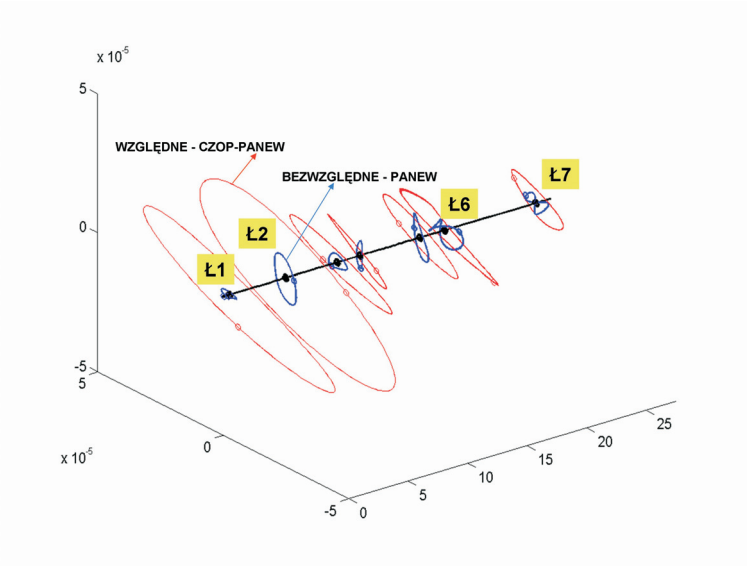
Rys. 3.54. Typowa „przemieszczeniowa” karta diagnostyczna dla przypadku referencyjnego (efekt przekształcenia karty z rys. 3.53)



Rys. 3.55. Przypadek referencyjny. Trajektorie przemieszczeń dynamicznych poszczególnych węzłów wzdłuż linii wirników turbozespołu 13K215 dla przyjętego w procesie strojenia zestawu danych wymuszających. Ugięcia kinetostatyczne linii wirników zostały pominięte



*Rys. 3.56. Przypadek referencyjny. Kinetostatyczne ugięcia grawitacyjne linii wirników w zestawieniami z przemieszczeniami dynamicznymi. Skala przemieszczeń dynamicznych została 300-krotnie powiększona w stosunku do skali rysunku (0.015 = 300*5e-5)*

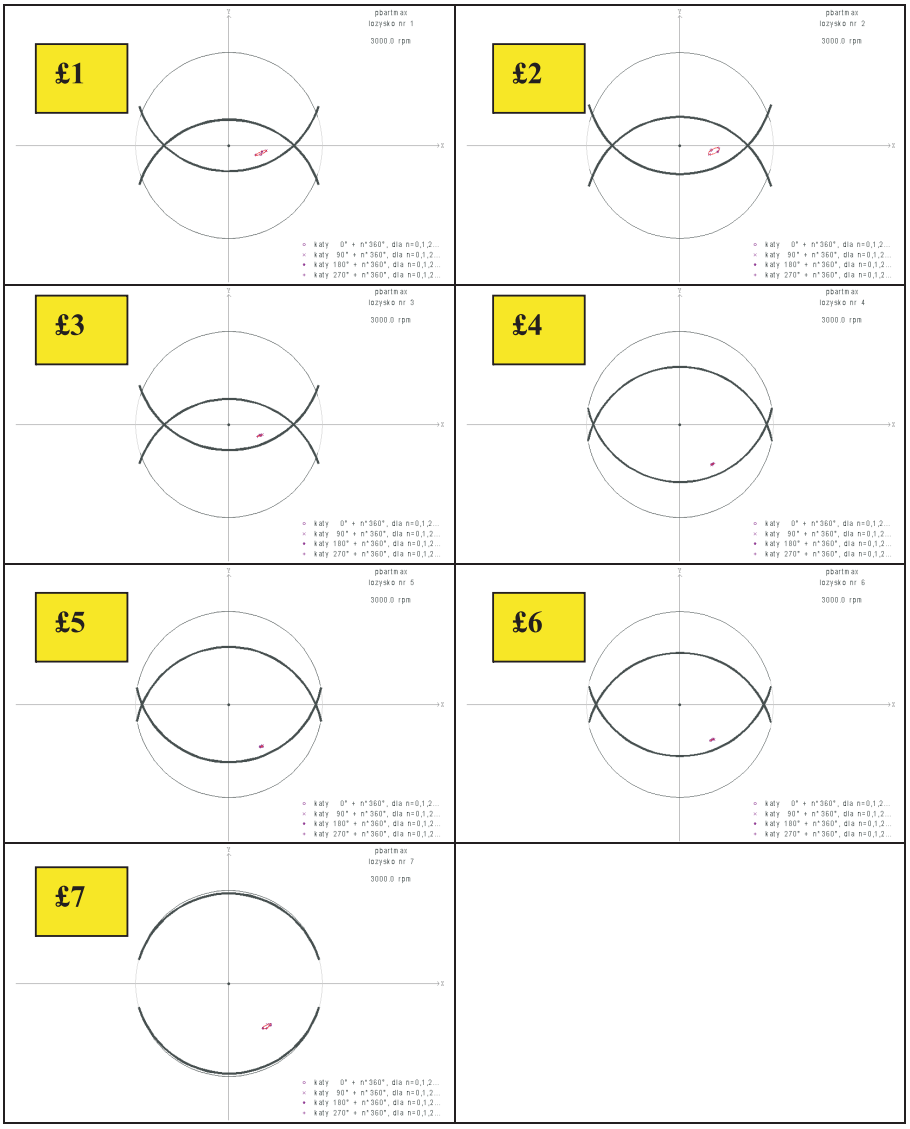


Rys. 3.57. Przypadek referencyjny. Przemieszczenia bezwzględne panwi (kolor niebieski) na tle przemieszczeń względnych czop-panew (kolor czerwony) w łożyskach turbozespołu (Ł1-Ł7)

3.4 Przykłady aplikacji

Walory poznawcze i aplikacyjne systemu MESWIR jako całości a zwłaszcza poszczególnych jego części spowodowały, iż wykorzystywany jest on jako istotne źródło danych o obiekcie i narzędzie analizy jego stanu. Stanowił on główne narzędzie badań symulacyjnych w dwóch dużych ogólnopolskich Projektach Badawczych Zamawianych ustanowionych przez Komitet Badań Naukowych oraz w kolejnym trzecim aktualnie realizowanym. Były to następujące projekty:

- PBZ-038-06 pt. *Opracowanie nowoczesnych systemów diagnostycznych turbozespołów krajowych bloków energetycznych dużej mocy*, realizowany w latach od 1995 do 2000 roku przez osiem zespołów badawczych. Efektem projektu był m.in. system nadzoru diagnostycznego DT-200 wdrożony w Elektrowni „Kozienice" – rys. 3.61 [3.4] .
- PBZ-KBN-025/T10/2000 pt: *Kompleksowy model sprzężonych oddziaływań aerodynamicznych, mechanicznych i elektrycznych zachodzących w obiektach energetycznych dużej mocy*, w którym uczestniczyło 13 zespołów badawczych z całego kraju. Efektem projektu były m.in. prototypowe katalogi relacji diagnostycznych i przykłady danych uczących dla systemów adaptacyjnych [3.1]
- PBZ-KBN-105/T10/2003 pt: *Zintegrowany dynamiczny system oceny ryzy-*



Rys. 3.58. Przypadek referencyjny. Trajektorie względne czop-panew (względne filmu olejowego) w płaszczyźnie luzów łożyskowych z uwzględnieniem ich geometrii (w jednej skali)

ka, diagnostyki oraz sterowania dla obiektów i procesów technicznych, w którym uczestniczą aktualnie (tzn. w roku 2005) 32 zespoły badawcze z różnych ośrodków naukowych uczelni wyższych, PAN i instytutów resortowych.

Szczególnie spektakularne są aplikacje systemu MESWIR nakierowane na budowę BAZ WIEDZY systemów nadzoru nowej generacji np.: systemu DT-200 – rys. 3.59 do 3.61. Opracowane narzędzia zostały zaimplementowane w system jako główne źródło pozyskiwania informacji diagnostycznych, czyli budowy relacji typu defekt-symptom. Sprzęgnięcie nowoczesnego systemu nadzoru eksploatacyjnego (systemu eksperckiego) z modułami symulującymi pracę maszyny jest najbardziej oryginalną koncepcją wdrożoną do praktyki przemysłowej.

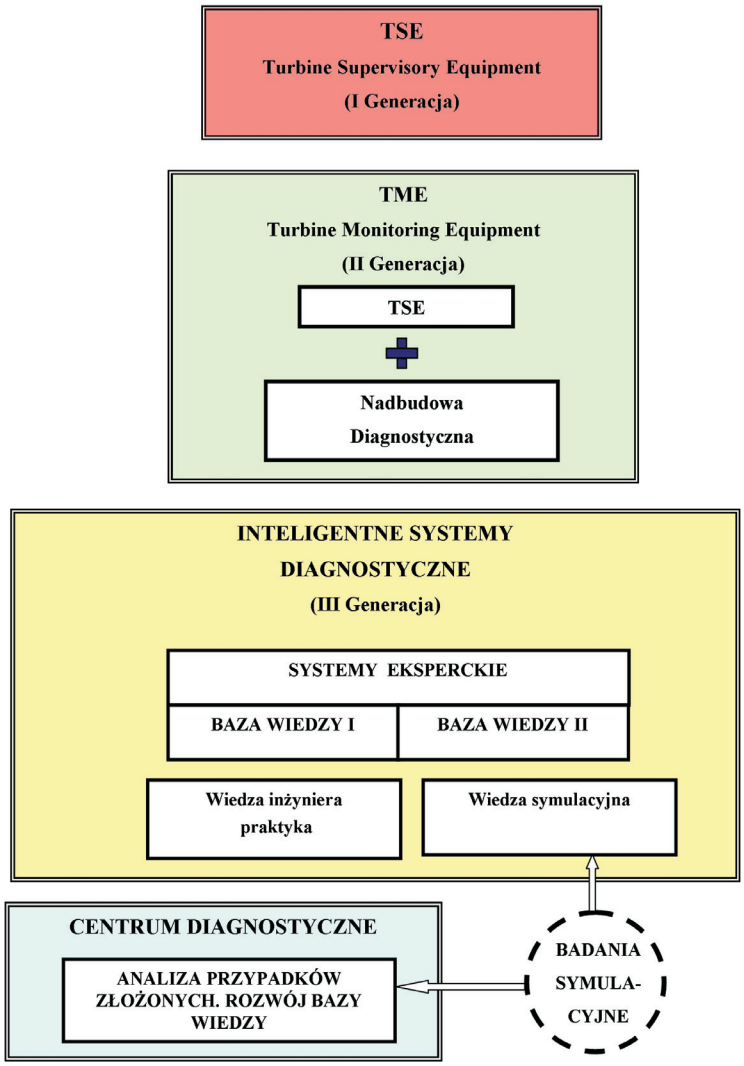
System MESWIR doskonale nadaje się do trenowania układów adaptacyjnych celem odwracania diagnostycznych modeli obiektów. W tej roli wykorzystywany jest od lat przez ośrodek śląski i gdański w ramach ścisłej współpracy [3.27, 3.28]. Również w projekcie PBZ-KBN-025/T10/2000 system MESWIR był wykorzystany w tych celach. Zakres i czas obliczeń numerycznych był jednakże tak duży, że zaszła konieczność wykorzystania aktualnie najsilniejszego w kraju klastra obliczeniowego – rys. 3.62.

System MESWIR wykorzystany też był w wielu autorskich projektach badawczych KBN w tym zwłaszcza w projekcie Nr 5 T 07B 018 23 pt: *Identyfikacja nieliniowych modeli maszyn wirnikowych – aspekty wibrodiagnostyczne*. System ten wykorzystany został m.in. do budowy przedziałów adekwatności konstrukcji podpierającej – patrz: rozdział 1.

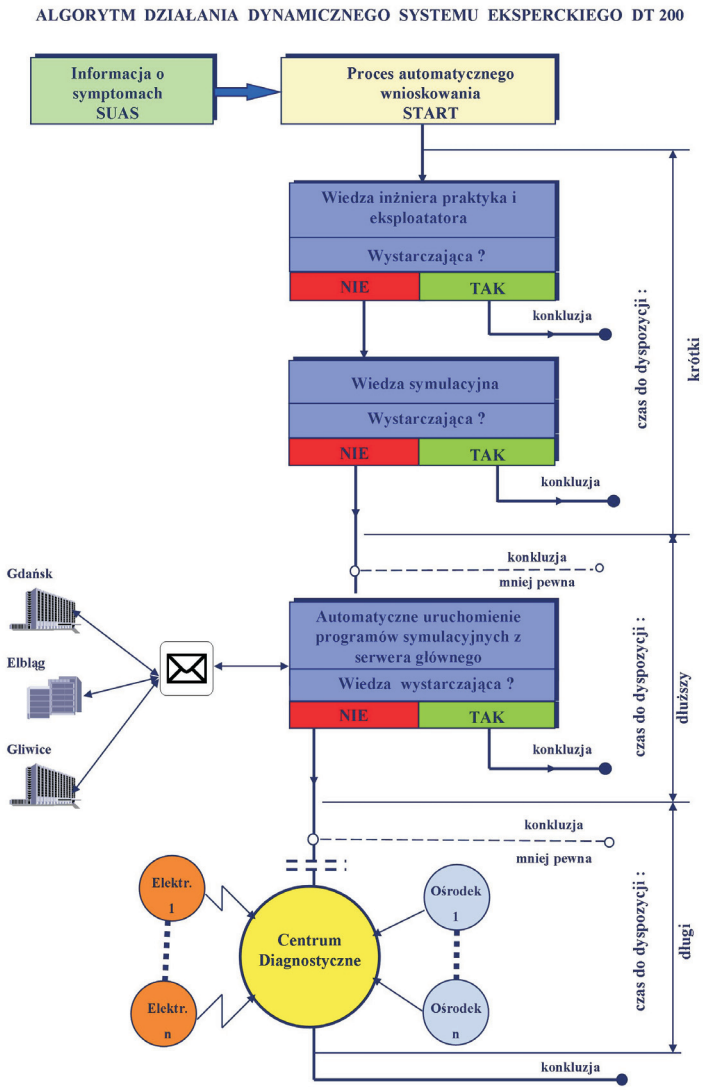
Można wymienić także szereg innych aplikacji systemu MESWIR a mianowicie:

- Na zlecenie przemysłu energetycznego – koncernu ALSTOM Power w Elblągu a wcześniej ABB-Zamech, opracowany system komputerowy był wielokrotnie wykorzystywany przy analizie przyczyn nadmiernych drgań niektórych elementów turbozespołów 13K215 o mocy 200 MW pracujących w kilku krajowych elektrowniach lub innych mniejszych maszyn energetycznych [3.18]–[3.26]. Koncern ALSTOM zakupił niektóre elementy składowe systemu MESWIR, np. do analizy pracy węzłów łożyskowych. Wykorzystywane one są do analizy przyczyn awarii łożysk w turbinach produkowanych przez ALSTOM Power w kraju i za granicą.
- System MESWIR lub jego części składowe jest wykorzystywany na kilku uczelniach w kraju, m.in. na Politechnice Śląskiej na Wydziale Mechanicznym-Technologicznych do generowania danych uczących do systemów adaptacyjnych, na Politechnice Gdańskiej na Wydziale Mechanicznym do analizy stanu łożysk, na Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie na Wydziale Inżynierii Mechanicznej i Robotyki do weryfikacji filtrów Kalmana oraz na Uniwersytecie Warmińsko-Mazurskim na Wydziale Nauk Technicznych dla celów dydaktycznych.

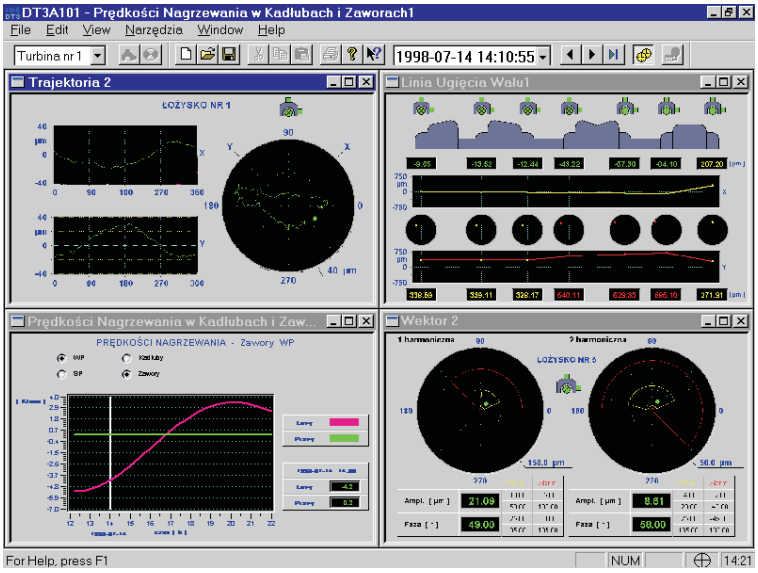
Na stronie internetowej **www.pbz-k015.imp.gda.pl** znajdzie Czytelnik pełny zestaw danych źródłowych umożliwiających samodzielną budowę relacji diagnostycznych dla turbozespołu 13k215 o mocy 200 MW. Zamieszczone są tu również



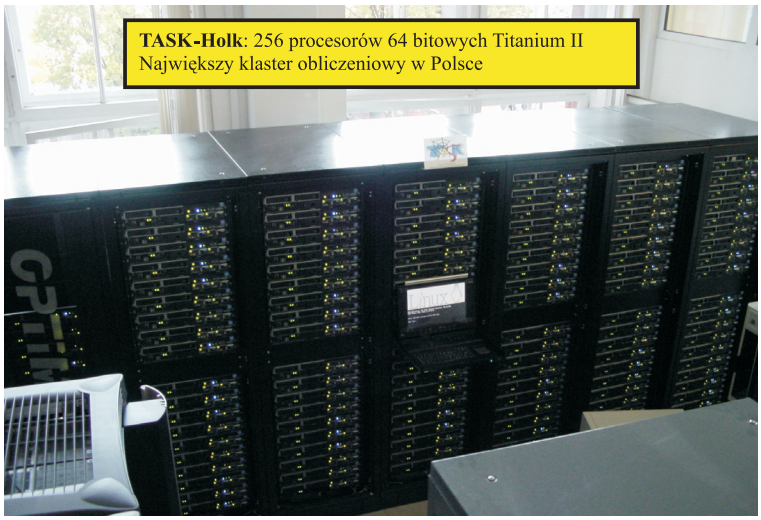
Rys. 3.59. Tendencje rozwojowe systemów nadzoru drganiowego w światowej energetyce. Najbardziej perspektywiczny obszar wdrożeń systemu MESWIR to systemy eksperckie (III generacji) oraz centra diagnostyczne



Rys. 3.60. Koncepcja dynamicznego systemu eksperckiego (opracowana przez prof. W. Cholewę). Pewność konkluzji zależna jest od dostępnego czasu: im dłuższy czas tym konkluzja jest bardziej wiarygodna. Źródłem wiedzy symulacyjnej był tu system MESWIR



Rys. 3.61. Przykładowe okno dialogowe systemu DT-200 opracowanego w ramach projektu PBZ-038-06 i wdrożonego w Elektrowni „Kozienice". System DT-200 był głównym źródłem danych eksperymentalnych z obiektu rzeczywistego(turbozespołu 13k215) służących do weryfikacji systemu MESWIR



Rys. 3.62. Komputer Holk z Trójmiejskiej Akademickiej Sieci Komputerowej (TASK) wykorzystywany do generowania danych uczących za pomocą systemu MESWIR dla trenowania układów adaptacyjnych. Prace prowadzone były w ramach projektu PBZ-KBN-025/T10/2000

prototypowe związki typu defekt-symptom wraz z pełną interpretacją graficzną. Jest to wynik prac prowadzonych w ramach Projektu Badawczego Zamawianego PBZ-KBN-025/T10/2000 i wynik obliczeń za pomocą systemu MESWIR [3.1].

3.5 Programy udostępnione Czytelnikom

W celu umożliwienia Czytelnikom prowadzenia zarówno obliczeń inżynierskich jak i badań naukowych we własnym zakresie, Autor niniejszej monografii udostępnia Czytelnikom część programów stanowiących środowisko MESWIR (rys. 3.1) wraz z pakietem stosownych programów graficznych. Są one zamieszczone na załączonym do monografii dysku CD. Zawiera on również pełny opis wszystkich parametrów wejściowych i wyjściowych oraz przykładowe dane i rysunki stanowiące wynik obliczeń.

3.5.1 Opis programów

Na dysku CD zamieszczone zostały następujące programy obliczeniowe (w wersji skompilowanej *.exe) oraz programy graficzne:

KINWIR-I (moduł wykonywalny: **kinwir-i.exe**) – **do analizy zagadnień kinetostatyki** (czyli statyki z wirującym wałem) **wielopodporowych i wielomasowych wirników ułożyskowanych ślizgowo.** Program ten zawiera w sobie moduł do obliczeń poprzecznych łożysk ślizgowych o prostej lub złożonej geometrii szczeliny smarnej i bazujący na izotermicznym modelu cieplnym. Jest to odpowiednio przetransformowany program IZOTER. Model matematyczny na którym bazuje program KINWIR-I, w odniesieniu do linii wirników przedstawiony został w rozdziale 2.1, a w odniesieniu do łożysk w rozdziale 2.2. Strukturę tego programu przedstawia rys. 3.63.

Z programem KINWIR-I współpracuje program graficzny **preproc.exe** umożliwiający zapis graficzny siatki MES linii wirników i ułatwiający odczyt poszczególnych parametrów dyskretyzacji. Szczegółowy opis wszystkich parametrów wejściowych i zbiorów wynikowych programu KINWIR-I oraz programu graficznego **preproc.exe** zawiera folder OPIS-KINWIR, również zamieszczony na dysku CD.

Program KINWIR-I umożliwia rozwiązanie układów statycznie niewyznaczalnych jakimi są układy wielopodporowe i tym samym umożliwia wyznaczenie, w postępowaniu iteracyjnym, położenia środków czopów w łożyskach i reakcji w podporach po osiągnięciu warunków równowagi statycznej z uwzględnieniem wszystkich statycznych sił i momentów zewnętrznych i obciążeń masowych. Ponadto istnieje możliwość zaprogramowania przemieszczeń środków panwi w stosunku do linii geodezyjnej wirnika o wartości AMONT i BMONT (w zbiorach łożyskowych ***nazwa.ii„nrp”****). Stwarza to doskonałą możliwość modelowania rozosiowania linii wirników. Program umożliwia modelowanie łożysk o praktycznie dowolnym kształcie szczeliny smarnej (np: łożyska wieloklinowe z dowolnie usytuowanymi klinami w przestrzeni luzów). Trafny dobór lepkości dynamicznej oleju w znacznym stopniu pozwoli zmniejszyć ograniczenia izotermicznego modelu cieplnego. W efekcie, poza*

charakterystykami statycznymi łożysk i deformacjami kinetostatycznymi wirnika, otrzymujemy współczynniki sztywności i tłumienia filmu olejowego dla wszystkich podpór (zbiór nazwa.gab), co umożliwia już obliczenia dynamiki układu w zakresie liniowym.

DYNWIR-W (moduł wykonywalny: **dynwir-w.exe**) – **do analizy zagadnień dynamiki w zakresie liniowym wielopodporowych i wielomasowych wirników ułożyskowanych ślizgowo.** Model matematyczny na którym bazuje program przedstawiony został w rozdziale 2.1. Strukturę tego programu przedstawia rys. 3.64.

Z programem współpracują następujące programy graficzne:

- **preproc.exe** umożliwiający zapis graficzny siatki MES linii wirników i ułatwiający odczyt poszczególnych parametrów dyskretyzacji (jak dla programu KINWIR-I);
- **wykr4_dynwir.m** rysujący przestrzenne trajektorie przemieszczeń dynamicznych (elipsy drgań) wybranych węzłów wzdłuż linii wirników lub przemieszczenia bezwzględne panwi i względne filmu olejowego na tle ugięć kinetostatycznych wirnika (pracuje w środowisku MATLAB).

Szczegółowy opis wszystkich parametrów wejściowych i zbiorów wynikowych programu DYNWIR-W oraz programów graficznych zawiera folder OPIS-DYNWIR, również zamieszczony na dysku CD.

Punktem wyjścia do obliczeń dynamicznych są m. in. współczynniki sztywności i tłumienia filmu olejowego w poszczególnych łożyskach (wynik obliczeń programem KINWIR-I) oraz współczynniki sztywności i tłumienia samych podpór mocujących panwie, czyli konstrukcji podpierającej – rys. 3.64. Te ostatnie mogą być wyznaczone bądź drogą bezpośrednich pomiarów eksperymentalnych na obiekcie lub też obliczeń za pomocą innych programów (np: komercyjnych) czy też innych szacunków. Przyjęcie skrajnie dużych wartości współczynników sztywności i tłumienia podpór (np: rzędu e15) oznacza praktycznie nieskończenie sztywne podpory i fundament, co też w niektórych przypadkach może być zasadne, zwłaszcza w przypadku obliczeń wstępnych. Siłami wymuszającymi drgania układu są w przyjętym modelu siły typu „niewyważenie wirnika", czyli wirujące na odpowiednich promieniach masy usytuowane w wybranych węzłach z uwzględnieniem przesunięć fazowych. Trajektorie przemieszczeń są w tym przypadku zawsze elipsami (właściwość opisu liniowego). Warto zwrócić uwagę na fakt, iż poprzez sprzężenie z programem KINWIR-I (za pomocą współczynników sztywności i tłumienia filmu olejowego łożysk ślizgowych), mamy możliwość modelowania ***oddziaływań dynamicznych*** *układu, w którym pracują łożyska o złożonej geometrii szczeliny smarnej lub też w którym zaprogramowaliśmy rozosiowania linii wirników. Zmieniając współczynniki sztywności i tłumienia podpór możemy z kolei modelować charakterystyki fundamentu i analizować ich wpływ na cały układ. Stwarza to interesujące możliwości badawcze.*

IZOTER (moduł wykonywalny: **izoter.exe**) – **do wyznaczania charakterystyk statycznych poprzecznego łożyska ślizgowego o prostej i złożonej**

(wieloklinowej) geometrii szczeliny smarnej oraz charakterystyk dynamicznych sprzężonego z tym łożyskiem prostego, symetrycznego i jednomasowego wirnika. Model matematyczny łożyska przedstawiony został w rozdziale 2.2 a model wirnika w rozdziale 2.3. Schemat logiczny programu przedstawia rys. 3.65 a jego strukturę rys. 3.66.

Z programem współpracują następujące programy graficzne:

- **klin-izo.exe** rysujący położenie klinów smarnych na tle koła luzów oraz rozkład ciśnienia hydrodynamicznego w linii środkowej łożyska,
- biblioteka IZOGRAF w której znajduje się program startowy **izograf.m** do rysowania przestrzennych rozkładów ciśnienia w szczelinie smarnej z możliwością wyboru tylko określonego klina smarnego lub całej szczeliny (pracuje w środowisku MATLAB).

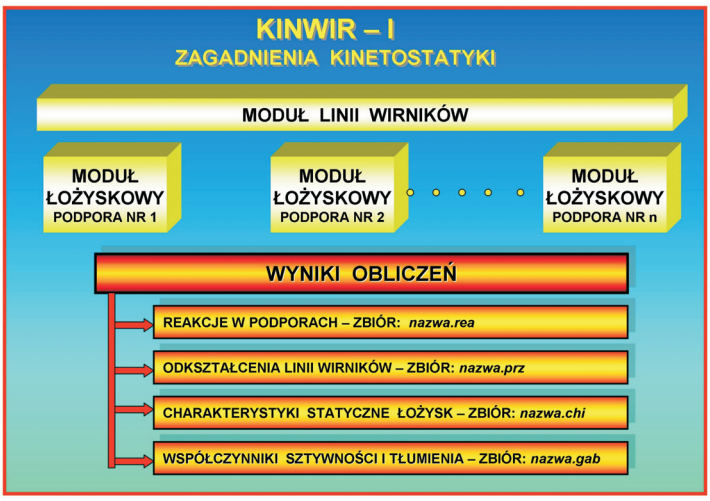
Szczegółowy opis wszystkich parametrów wejściowych i zbiorów wynikowych programu IZOTER oraz programów graficznych zawiera folder OPIS-IZOTER również zamieszczony na dysku CD.

Program IZOTER bazuje na izotermicznym modelu cieplnym (stała temperatura i lepkość oleju w szczelinie smarnej). Dla zadanego obciążenia zewnętrznego łożyska PST działającego pod kątem FIZ program samoczynnie dobiera, w postępowaniu iteracyjnym, położenie środka czopa EPS i GAM w którym reakcja filmu olejowego równoważy zadane obciążenie statyczne. W tak dobranym położeniu równowagi statycznej program oblicza podstawowe charakterystyki dynamiczne przyjętego układu (prosty, jednomasowy i symetryczny wirnik). Program określa współczynniki sztywności i tłumienia filmu olejowego a także tłumienie i częstości drgań własnych układu oraz parametry elipsy drgań dla założonego zmiennego wymuszenia zewnętrznego (synchroniczna siła wirująca lub pulsująca).

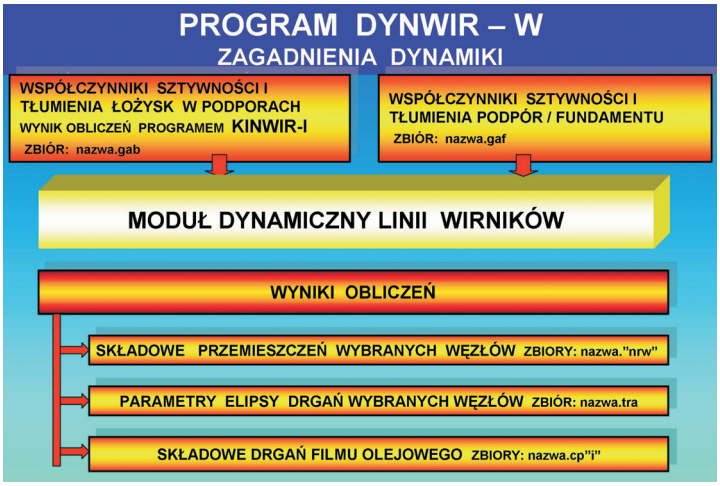
3.5.2 Przykład obliczeniowy

Na dysku CD zamieszczony został przykład obliczeniowy odnoszący się do wirnika trójpodporowego z dwoma dyskami pracującego na typowych łożyskach ślizgowych z luzem kołowo-cylindrycznym i dwiema kieszeniami smarnymi. Przykład ten odnosi się do programów KINWIR-I oraz DYNWIR-W, co umożliwia prześledzenie charakterystyk kinetostatycznych i dynamicznych tego samego obiektu. Natomiast do programu IZOTER zamieszczony został przykład odnoszący się do łożyska turbinowego typu Y z trzema klinami smarnymi umieszczonymi w specyficzny sposób w płaszczyźnie luzów.

Zamieszczone przykłady dotyczą zarówno wartości liczbowych w plikach wejściowych stanowiących dane do obliczeń (katalogi DAN), jak i w plikach wynikowych (katalogi WYN). Wyniki obliczeń przedstawione też zostały graficznie w postaci rysunków sporządzonych w oparciu o zamieszczone pakiety graficzne. Przedstawiają je rys. 3.67 do 3.69 (program IZOTER) oraz rys. 3.70 do 3.73 (programy KINWIR-I oraz DYNWIR-W).



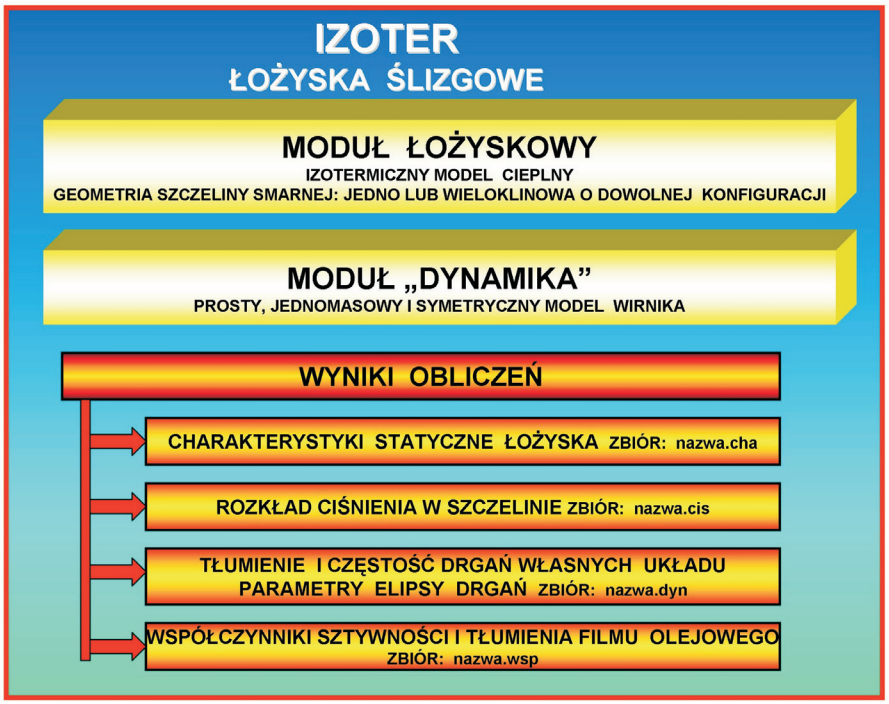
Rys. 3.63. Struktura programu KINWIR-I stanowiącego część środowiska MESWIR



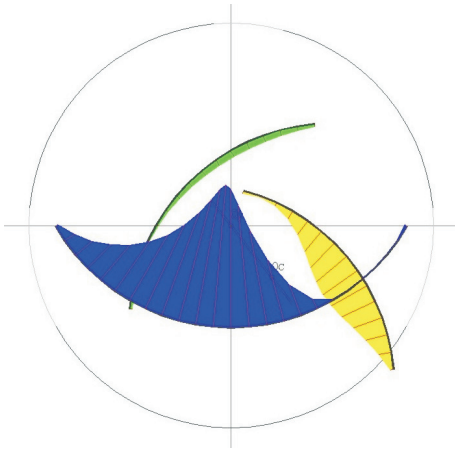
Rys. 3.64. Struktura programu DYNWIR-Q stanowiącego część środowiska MESWIR



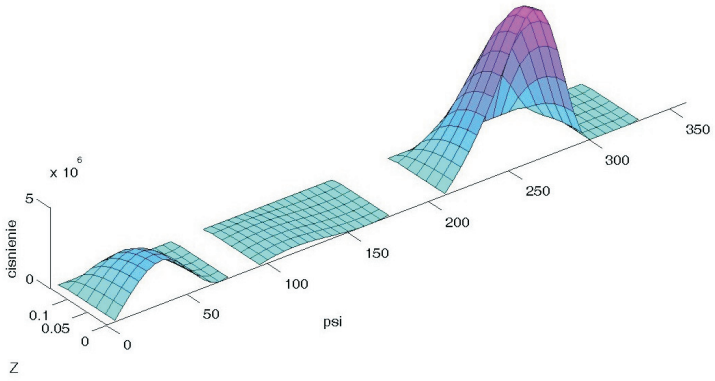
Rys. 3.65. Przyjęta kombinacja (schemat logiczny) modelu łożyska z prostym modelem wirnika



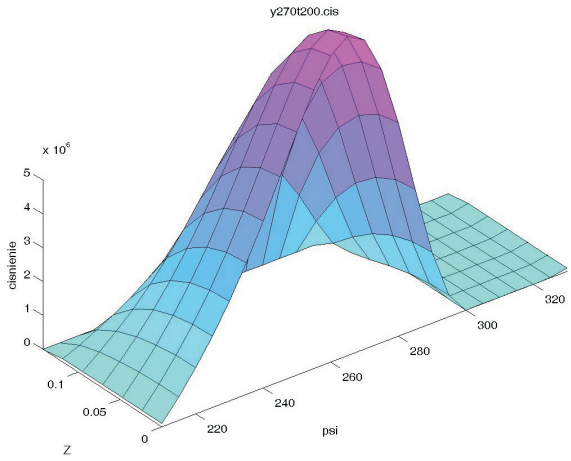
Rys. 3.66. Struktura programu IZOTER stanowiącego część środowiska MESWIR



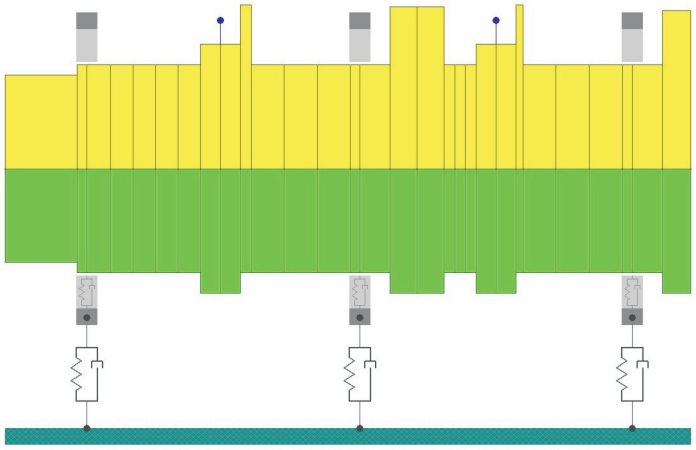
Rys. 3.67. Położenie klinów smarnych na tle koła luzów oraz rozkład ciśnienia w linii środkowej łożyska. Przykład obliczeniowy do programu IZOTER: łożysko turbinowe typu Y. Graficzna prezentacja wyników za pomocą programu ***klin-izo.exe***



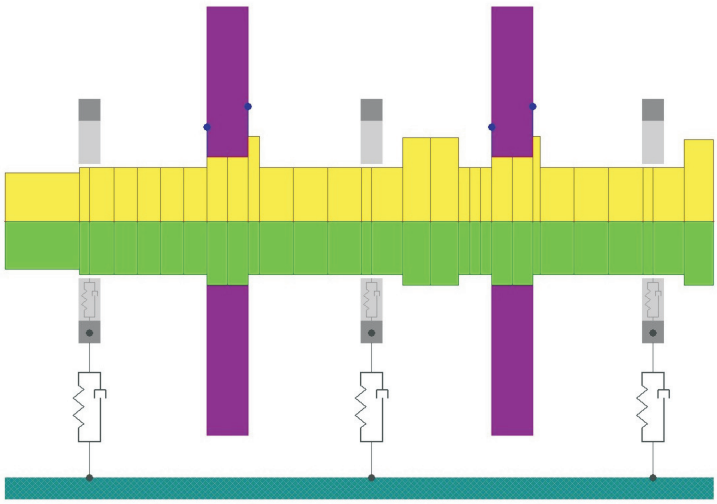
Rys. 3.68. Przestrzenny rozkład ciśnienia we wszystkich klinach smarnych. Przykład obliczeniowy do programu IZOTER: łożysko turbinowe typu Y. Graficzna prezentacja wyników za pomocą programu ***izograf.m***



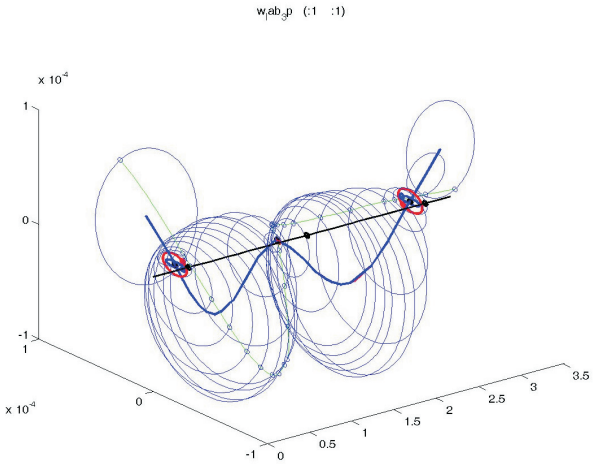
Rys. 3.69. Przestrzenny rozkład ciśnienia w wybranym klinie smarnym. Przykład obliczeniowy do programu IZOTER: łożysko turbinowe typu Y. Graficzna prezentacja wyników za pomocą programu ***izograf.m***



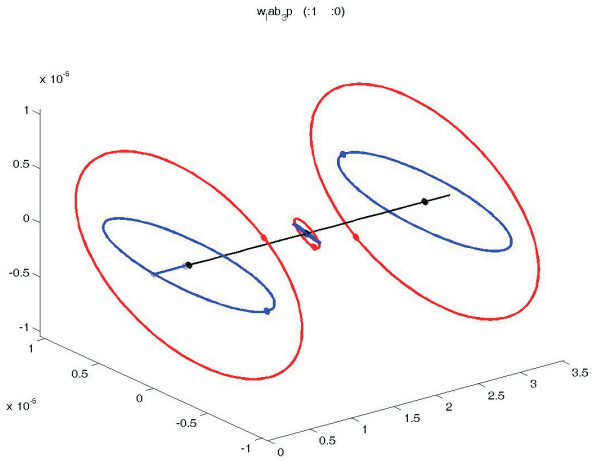
Rys. 3.70. Dyskretyzacja MES linii wirników do programu KINWIR-I uzyskana za pomocą preprocesora ***preproc.exe*** *. Wirnik trójpodporowy*



Rys. 3.71. Dyskretyzacja MES linii wirników do programu DYNWIR-W uzyskana za pomocą preprocesora ***preproc.exe.*** *Wirnik trójpodporowy*



Rys. 3.72. Trajektorie przemieszczeń wybranych węzłów wzdłuż linii wirników na tle ugięć kinetostatycznych. Przykład wirnika trójpodporowego. Wyniki obliczeń: program DYNWIR-W, grafika: program ***wykr4_dynwir.m***



Rys. 3.73. Trajektorie przemieszczeń bezwzględnych panwi (linia czerwona) i względnych filmu olejowego (linia niebieska) w łożyskach wirnika trójpodporowego. Wyniki obliczeń: program DYNWIR-W, grafika: program ***wykr4_dynwir.m***

Bibliografia do rozdziału 3

[3.1] *Modelowanie i diagnostyka oddziaływań mechanicznych, aerodynamicznych i magnetycznych w turbozespołach energetycznych*, praca zbiorowa pod red. J. Kicińskiego, PAN Wydział IV Nauk Technicznych, Wydawnictwa IMP PAN, Gdańsk 2005, str. 1326.

[3.2] Kiciński J.: *Teoria i badania hydrodynamicznych poprzecznych łożysk ślizgowych*, Ossolineum 1994.

[3.3] Rybczyński J.: *Możliwości diagnozowania stanu dynamicznego maszyny wirnikowej na podstawie zmierzonych trajektorii czopów łożysk ślizgowych*, Problemy Eksploatacji Nr 2/99 (33), 123-131 (ref. na IV Krajową Konf. Nauk.-Techn. „Inżynieria Łożyskowania'99 – Diagnostyka Węzłów Łożyskowych", Gdańsk-Gdynia-Sopot, 19-21.05.1999).

[3.4] *DT200-1. System diagnostyczny dla turbozespołów energetycznych o mocy 200 MW*, praca zbiorowa pod red. W. Cholewy i J. Kicińskiego, Gdańsk 1998.

[3.5] Rybczyński J.: *Stanowisko do badań dynamiki wirników i łożysk ślizgowych*, Zeszyty Naukowe IMP PAN w Gdańsku Nr 429/1394/94.

[3.6] Rybczyński J.: *Próby wyjaśnienia przyczyny drgań wirnika trójpodporowego zarejestrowanych na stanowisku badawczym dynamiki wirników*, Materia-

ły II Międzynarodowego Kongresu Diagnostyki Technicznej „Diagnostyka 2000", Warszawa, 19-22 września 2000, vol. 2, 219.

[3.7] Kiciński J., Markiewicz-Kicińska A.: *Programy NLDW-70 do obliczeń sprzężonych form drgań giętno-wzdłużno-skrętnych z imperfekcjami typu pęknięcie wału i rozosiowania elementów*, opracowanie IMP PAN, nr arch. 357/2000, Gdańsk 2000.

[3.8] Kiciński J., Markiewicz-Kicińska A.: *Program NLDW-75 do obliczeń sprzężonych form drgań giętno-wzdłużno-skrętnych z imperfekcjami typu pęknięcia wału i rozosiowania elementów oraz z zewnętrznymi obciążeniami w formie dodatkowych (poza niewyważeniami) sił poprzecznych, wzdłużnych i momentów skrętnych*, Oprac. IMP PAN, nr arch. 3094/03, Gdańsk 2003.

[3.9] Kiciński J., Markiewicz-Kicińska A.: *Weryfikacja i testowanie programów komputerowych NLDW-LEW dla dużych obiektów energetycznych. Program NLDW-LEW-60*, Oprac. IMP PAN, nr arch. 3356 /2003, Gdańsk 2003.

[3.10] Kiciński J., Markiewicz-Kicińska A.: *Program komputerowy NLDW-LEW-75*, oprac. IMP PAN, nr arch. 4751/04, Gdańsk 2004.

[3.11] Markiewicz-Kicińska A.: *INSTRUKCJA – ogólne uwagi dotyczące niektórych programów obliczeniowych i graficznych opracowanych w O4/Z3*, Oprac. IMP PAN, nr arch. 4125/04, Gdańsk 2004.

[3.12] Markiewicz-Kicińska A., Czoska B.: *Środowisko programów komputerowych MESWIR – opis danych wejściowych i zbiorów wynikowych. PRE- i POST-procesory graficzne*, Oprac. IMP PAN, nr arch. 5052/05, Gdańsk 2005.

[3.13] Kiciński J., Rybczyński J., Banaszek S., Łuczak M.: *Bank danych eksploatacyjnych i geometrycznych turbozespołu 13K215*, Oprac. IMP PAN, nr arch. 1012/2001.

[3.14] Cholewa W., Psiuk K., Chrzanowski P., Cholewa A.: *Karty diagnostyczne obejmujące wybrane dane z systemu DT200 dla różnych stanów obciążenia*, Oprac. PBZ K015/T10/2001/74.

[3.15] Rybczyński J. Banaszek S.: *Generowanie przypadku bazowego dla turbiny 13K215*, Oprac. PBZ K015/T10/2001/85.

[3.16] Kiciński J., Prońska A.: *Identyfikacja modelu obliczeniowego turbozespołu 13K215. Przypadek bazowy, propozycje klas defektów*, Oprac. PBZ K015/T10/2001/93.

[3.17] Markiewicz-Kicińska A., Czoska B. *Środowisko programów komputerowych MESWIR - opis danych wejściowych i zbiorów wynikowych. PRE- i POST-procesory graficzne*, Oprac. IMP PAN, nr arch.5052/05, Gdańsk 2005.

[3.18] Kiciński J.: *Analiza częstości drgań i postaci własnych giętnych i skrętnych turbokompresora EHNK-50-45+BCL 607*, op Jrac. IMP PAN nr 3020/2003.

[3.19] Kiciński J.,. Rybczyński: *Torsional Vibration Analysis DML6173 Train Before and After Modification*, Oprac. IMP PAN w Gdańsku, nr arch. 2351/2002, zlecenie TURBOSERVICE Łódź.

[3.20] Kiciński J., Rybczyński J., Banaszek S.: *Steady State Torsional Vibration Analysis of Motor-Gear-Compressor Train*, Oprac. IMP PAN w Gdańsku, nr arch. 2419/2002, zlecenie TURBOSERVICE Łódź.

[3.21] Kiciński J., Rybczyński J.: *Identyfikacja modeli defektów i ich klas,* oprac. IMP PAN w Gdańsku, nr arch. 1835/2001, zlecenie ALSTOM Power Elbląg.

[3.22] *DT200-1. System diagnostyczny dla turbozespołów energetycznych o mocy 200 MW*, praca zbiorowa pod red. W. Cholewy i J. Kicińskiego, Gdańsk 1998.

[3.23] Kiciński J.: *Generowanie danych uczących. Badanie wpływu zmian sztywności kinetostatycznej wybranej podpory turbozespołu 13K215*, Oprac. IMP PAN (zlec. ALSTOM Power Elbląg), 2001.

[3.24] Kiciński J.: *Identyfikacja modeli defektów. Rozosiowanie linii wałów turbozespołu 13K215 oraz wirnika 3-podporowego*, opr. na zlecenie przemysłu, 2001.

[3.25] J. Kiciński – *Badania drgań turbozespołu TK 215 w Elektrowni Kozienice S.A.*, Oprac. zewnętrzne na zlecenie przemysłu, 2001.

[3.26] Kiciński J.: *Identyfikacja modeli defektów w pracy obiektu i adaptacja oprogramowania do ich opisu*, opr. zewnętrzne na zlecenie przemysłu, 2000.

[3.27] Cholewa W., Kiciński J.: *Diagnostyka Techniczna – metody odwracania nieliniowych modeli obiektów*, Zeszyty Politechniki Śląskiej, nr 120, Gliwice 2001.

[3.28] *Symulacja defektów i budowa relacji diagnostycznych modelu numerycznego*, praca zbiorowa pod red. J. Kicińskiego, Zeszyty Politechniki Śląskiej, Nr 125, Gliwice 2005.

ROZDZIAŁ 4

SYSTEM OCENY STANU DYNAMICZNEGO MASZYN WIRNIKOWYCH

- **UNIFIKACJA OZNACZEŃ**
- **WARTOŚCI KRYTERIALNE**
- **DEFINICJE, NORMY**

Znacząca część nieporozumień specjalistów, przy omawianiu zagadnień związanych z dynamiką maszyn wirnikowych, ma swoje źródło w braku wspólnego języka. Każda dyscyplina naukowa ma swoją specyficzną terminologię i własny żargon techniczny. Te same terminy oznaczają często coś innego w różnych środowiskach specjalistów. Terminologia i oznaczenia dotyczące drgań są w znacznym stopniu znormalizowane. W praktyce jednak nie zawsze są one w tej postaci stosowane. W polskiej literaturze naukowej z dziedziny drgań funkcjonują określenia z literatury anglojęzycznej, czasami wzięte dosłownie, spolszczone, bądź w wolnym tłumaczeniu. Podobnie jest z literowymi oznaczeniami wielkości fizycznych, którymi przeważnie są pierwsze litery, lub skróty angielskich określeń tych wielkości. W każdym jednak wypadku niezbędne jest wyjaśnienie użytych oznaczeń i niestandardowych terminów. Temu między innymi celowi służy niniejszy rozdział.

Niemal wszystkie niesprawności techniczne maszyn wirnikowych uwidaczniają się w drganiach elementów maszyn. Do oceny ich stanu dynamicznego wykorzystuje się przede wszystkim diagnostyczną informatywność drgań maszyn. Podstawą wibroakustycznej oceny stanu dynamicznego maszyny jest intensywność drgań. Za miarę intensywności drgań można przyjąć każdą wielkość charakteryzującą stan drganiowy maszyny. Dla potrzeb zaawansowanej analizy dynamiki wirników zaproponujemy jednolity system przedstawiania drgań elementów maszyn wirnikowych szczególnie użyteczny ze względu na system komputerowy MESWIR i jego możliwości wizualizacji wyników (patrz: rozdział 3). Na system ten składają się charakterystyczne arkusze, na których zestawione są między innymi karty diagnostyczne, wykresy analizy widmowej, tabele amplitud drgań oraz karty wykresów słupkowych.

Niektóre z elementów tych arkuszy były już prezentowane wcześniej (rozdział 3).

W niniejszym rozdziale omówimy jedynie po jednym przykładzie każdej z tych form prezentacji wyników. Zastosujemy tu ten sam, jednolity system oznaczeń i określeń, uprzednio szczegółowo zdefiniowany. W następnych rozdziałach niniejszej monografii system ten będzie wielokrotnie wykorzystywany.

Osobny podrozdział zawiera zestawienie różnych wartości kryterialnych stanowiących poziom odniesienia dla pomierzonych lub obliczonych drgań maszyn: znormalizowanych, a także tych stosowanych w praktyce przez system diagnostyczny DT200, o którym była już mowa w rozdziale 3. Szczególnie interesujące dla Czytelnika mogą być ARKUSZE-A,B i D oraz tabele nr 10 i 11 zawierające komplet tego rodzaju danych odnoszących się do dużego obiektu rzeczywistego. Na ogół dane te nie są publikowane i stanowią poufny materiał dysponentów obiektów. Również tabele nr 15 i 16 przedstawiają interesujące dane dotyczące wartości granicznych konkretnych jednostek energetycznych.

Przedstawimy także w sposób prosty, ale matematycznie ścisły pojęcia stosowane w analizie drgań, a mianowicie pasma analizy widmowej i logarytmiczną skalę poziomu intensywności drgań, wyrażaną w decybelach. W rozdziale przedstawimy też fragment analizy odnoszący się do niestabilności hydrodynamicznej łożysk ślizgowych, podamy przyczyny tego zjawiska i sposoby ograniczenia jego wpływu. Na końcu w sposób encyklopedyczny wyjaśnimy główne terminy używane w dziedzinie dynamiki wirników ze szczególnym uwzględnieniem drgań ich elementów. Załączymy też wykaz norm związanych z przedmiotem rozważań.

4.1 Metody pomiaru stanu dynamicznego maszyn wirnikowych

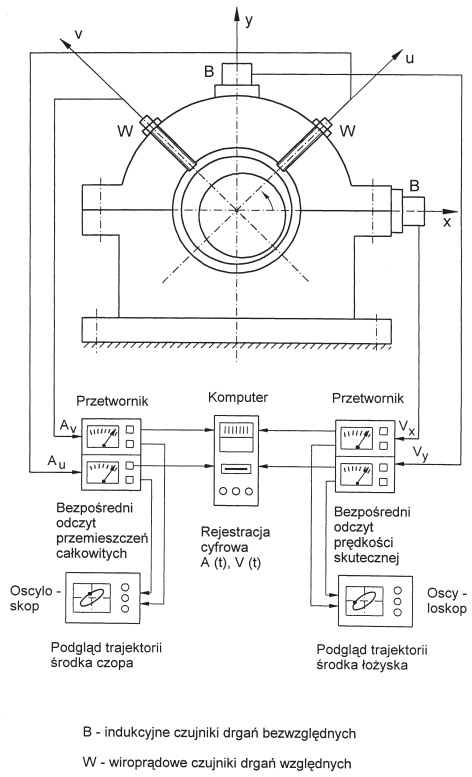
Prawie wszystkie uszkodzenia maszyn wirnikowych mają swoje odbicie w drganiach. Stąd też podstawowym sygnałem diagnostycznym dla tego typu maszyn są sygnały drganiowe [4.1]-[4.13].

W praktyce eksploatacji maszyn wirnikowych najważniejsza jest ocena drgań obiektu na podstawie pomiarów wykonanych na częściach nie wirujących. Chodzi tu głównie o pomiary bezwzględnych prędkości drgań na stojakach łożysk ślizgowych oraz w określonych miejscach korpusów. Pomiary tego rodzaju można przeprowadzić niemal zawsze i dość łatwo, bez ingerencji w strukturę maszyny i podczas jej ruchu, a także stosunkowo niskim kosztem. Pomiary te dostarczają informacji o wielu uszkodzeniach objawiających się wzrostem drgań korpusów, choć czasem są trudno interpretowalne.

Pomiary drgań na wirujących elementach maszyn są bardziej kłopotliwe, wymagają specjalnego, stosunkowo drogiego oprzyrządowania pomiarowego montowanego na stałe, zwykle wewnątrz korpusów łożysk. Przedmiotem pomiarów są w tym przypadku względne przemieszczenia drgań, zwykle drgań czopów łożyskowych względem panwi. Pomiary prowadzi się głównie za pomocą wiroprądowych czujników przemieszczeń względnych, mocowanych na stałe do panwi łożyskowych. Te układy pomiarowe stanowią zazwyczaj element zarówno systemu kontroli i nadzoru, jak i element systemu diagnostycznego. Pomiary drgań względnych wirujących wałów są kłopotliwe. Jednak przy sprawnie działającym systemie pomiaru względnych przemieszczeń wału dostarcza on dużo informacji o pracy ło-

żysk maszyny, o stanie wyważenia wirnika (a przez to i o ubytkach w elementach wirujących, np. w ułopatkowaniu), o stanie wygięcia wału, o stanie sprzęgieł, o przemieszczeniu podpór łożyskowych względem linii kinetostatycznej oraz o innych zjawiskach odzwierciedlających się w położeniu środka czopa w kole luzów łożyska czy w kształcie trajektorii środka czopa.

Na rys. 4.1 przedstawiono schemat typowego węzła pomiarowego dużej maszyny wirnikowej, na przykład turbogeneratora, jakim jest łożysko wraz ze stojakiem łożyskowym. Rysunek pokazuje rozmieszczenie czujników do pomiaru drgań bezwzględnych korpusu łożyska i czujników do pomiaru drgań względnych czopa względem panwi łożyskowej. Na rysunku pokazano także schematycznie przebieg sygnałów pomiarowych, sposób ich przetwarzania i wykorzystania. Tego rodzaju oprzyrządowanie pomiarowe jest standardem w przemyśle energetycznym (np. w elektrowniach).



Rys. 4.1. Schemat typowego oczujnikowania pojedynczego węzła pomiarowego (łożyska) dużej maszyny wirnikowej, stosowanego standardowo w przemyśle [4.29]. Oznaczenia: A_u, A_v – amplitudy drgań względnych p-p w kierunku u, v; V_x, V_y – prędkości drgań bezwzględnych RMS w kierunku x, y

4.2 Ocena stanu dynamicznego maszyny na podstawie pomiarów drgań

Podstawą wibroakustycznej oceny stanu dynamicznego maszyny jest **intensywność drgań.** Za miarę intensywności drgań można przyjąć każdą wielkość charakteryzującą stan drganiowy maszyny. Wybór takiej wielkości zależy od wielu czynników i nie jest sformalizowany. Zależy od rodzaju maszyny czy też elementu maszyny, którego drgania się analizuje, ale przede wszystkim od rodzaju informacji, którą chce się otrzymać i celu analizy. W praktyce eksploatacyjnej przyjęte są jednak pewne jednolite zasady, z których część jest znormalizowana.

Dla stałych (nie wirujących) części maszyn można z grubsza przyjąć, że:

- dla maszyn o małej częstotliwości drgań podstawowych (prędkości obrotowych), poniżej 10-30 Hz podstawą oceny intensywności drgań są przemieszczenia drgań,
- dla maszyn pracujących w szerokim i średnim zakresie prędkości obrotowych i częstotliwości drgań podstawowych od ok. 10-30 Hz aż do 1000-1500 Hz – podstawą oceny intensywności drgań jest prędkość drgań,
- dla maszyn o wysokich częstotliwościach drgań podstawowych, powyżej 1000-1500 Hz, podstawą oceny intensywności drgań jest przyspieszenie drgań.

Wynika stąd, że dla większości maszyn wirnikowych i większości analizowanych zjawisk dynamicznych podstawą oceny intensywności drgań elementów nie wirujących jest prędkość drgań.

Dla wirujących elementów maszyn (wirników, wałów, tarcz) ocenę intensywności drgań prowadzi się zwykle w oparciu o przemieszczenia drgań, niezależnie od prędkości wirowania.

Ze względu na sposób pomiaru, związany z używanym sprzętem pomiarowym, drgania elementów nie wirujących mierzy się zwykle jako bezwzględne (w inercjalnym układzie odniesienia), natomiast drgania elementów wirujących mierzy się jako względne (względem elementu maszyny przyjętego jako stały element odniesienia), do którego mocuje się czujniki przemieszczeń względnych.

Jako **miary (estymaty)** intensywności drgań zwykle przyjmuje się:

- dla przemieszczeń drgań – amplitudę całkowitą,
- dla prędkości drgań – wartość skuteczną.

W praktyce ocenę stanu dynamicznego średnich i dużych maszyn wirnikowych, o średnich prędkościach obrotowych (a więc zdecydowanej większości) dokonuje się w oparciu o następujące wielkości pochodzące z pomiarów:

- V (V_{sk} lub V_{RMS}) – prędkość skuteczną drgań bezwzględnych – dla stałych (nie wirujących) elementów maszyn, takich jak korpusy, stojaki łożyskowe itp.,
- A_{pp} (S_c lub S_{p-p}) – całkowitą amplitudę przemieszczeń drgań względnych – dla wirujących elementów maszyn, takich jak wirniki, wały, czopy, itp.

Syntetyczne zestawienie powyższych uwarunkowań zawarto w tabeli 4.1.

Tabela 4.1. Ogólne zasady oceny maszyny wirnikowej na podstawie drgań [4.29]

Miejsce pomiaru:	stałe elementy maszyn	wirujące elementy maszyn
Oznaczenie wielkości mierzonej:	$V(V_{sk}, V_{RMS})$	$A_{pp}(S_c, S_{p-p})$
Podstawa oceny intensywności drgań:	prędkość drgań	przemieszczenie drgań
Miara intensywności drgań:	wartość skuteczna	amplituda całkowita
Rodzaj drgań:	bezwzględne	względne
Kierunek pomiaru:	poziom, pion	dwusieczna kąta między poziomem i pionem
Narzędzia pomiarowe:	elektrodynamiczne czujniki prędkości drgań	wiroprądowe czujniki przemieszczeń drgań

4.3 Jednolity system oznaczeń

W niniejszej monografii przyjęty został własny, jednolity system oznaczeń dla podstawowych wielkości charakteryzujących intensywność drgań. Poniżej wyjaśniono znaczenie używanych symboli oraz zilustrowano je na rysunku. W tabeli 4.2 podano symbole według sugerowanych oznaczeń własnych w zestawieniu z oznaczeniami wg PN i oznaczeniami literaturowymi (zwykle zaczerpniętymi z literatury anglojęzycznej). Tabela 4.3 zawiera własne oznaczenia złożone z oznaczeń z tab. 4.2 i z wyszczególnionych poniżej tab. 4.2 indeksów. Oznaczenia te zilustrowano na rys. 4.2 na tle przykładowej trajektorii.

Tabela 4.2. Porównanie oznaczeń stosowanych do opisu stanu dynamicznego maszyn

Oznaczenie własne	Oznaczenie wg PN	Oznaczenie ang.	Znaczenie
A	A_{sz}	A_{o-p}	szczytowa wartość amplitudy przemieszczeń drgań
A_{pp}	A_c	A_{p-p}	całkowita amplituda przemieszczeń drgań
V	V_{sk}	V_{RMS}	średniokwadratowa wartość prędkości drgań

Indeksy stosowane do oznaczenia kierunku pomiaru:
x – składowa w kierunku x (składowa pozioma),
y – składowa w kierunku y (składowa pionowa),

u – składowa w kierunku u (składowa w kierunku pod kątem 45° do poziomu),
v – składowa w kierunku v (składowa w kierunku pod kątem 45° do pionu),
m – wartość maksymalna (w kierunku prostej łączącej dwa najdalsze punkty trajektorii.)

Tabela 4.3. Oznaczenia złożone własne

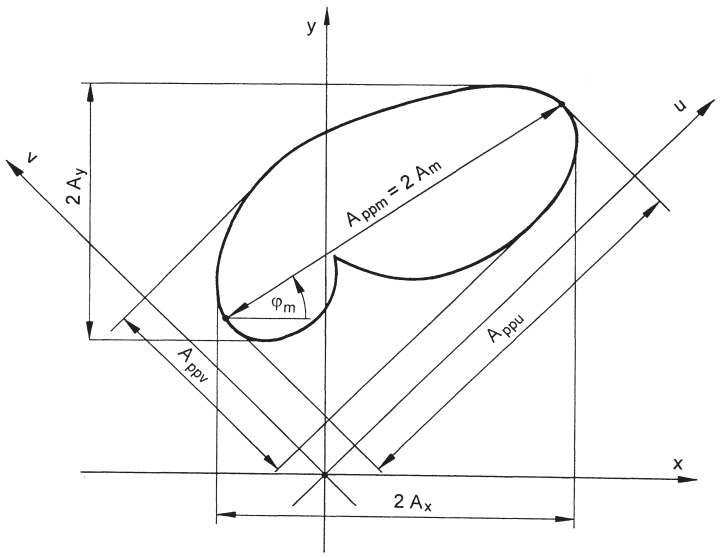
Wielkość podstawowa	Wielkość pochodna	Określenie	Zastosowanie
A	A_m A_x A_y	Wartość szczytowa przemieszczeń drgań względnych i bezwzględnych	Stosowane do zaawansowanej analizy stanu z wykorzystaniem systemu MESWIR
A_{pp}	A_{ppm} A_{ppu} A_{ppv}	Całkowita amplituda przemieszczeń drgań względnych	Stosowane w pomiarach przemysłowych oraz w systemie MESWIR do oceny stanu dynamicznego wirnika i stabilności łożysk
V	V_m V_x V_y	Średniokwadratowa wartość prędkości drgań bezwzględnych	Stosowane w pomiarach przemysłowych oraz w systemie MESWIR do oceny stanu dynamicznego korpusów łożysk i pokryw turbin

Uwaga: Jeśli przy symbolu wielkości występuje dodatkowo dopisek 1/3X, 1/2X, 1X, 2X, 3X to reprezentuje ona harmoniczne sygnału rzędu odpowiednio: 1/3X, 1/2X, 1X, 2X, 3X. W przeciwnym razie (brak dopisku) reprezentuje wartość sumaryczną, czyli sumę wszystkich tych harmonicznych.

4.4 Miary sygnału dowolnego

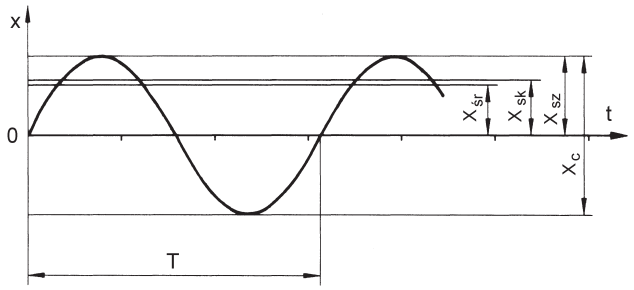
Dla dowolnego sygnału pomiarowego (np. przemieszczenie, prędkość, napięcie, natężenie) reprezentowanego przez uogólniony sygnał $x(t)$ określić można miary (estymaty) charakteryzujące liczbowo te sygnały i pozwalające na ich porównywanie z wartościami kryterialnymi. W tabeli 4.4 podano używane oznaczenia tych miar i ich definicje określone wzorami i pozwalające na ich obliczanie gdy znany jest przebieg $x(t)$. Gdy $x(t)$ jest funkcją harmoniczną, to między różnymi miarami sygnału istnieje ścisła zależność pozwalająca na ich wzajemne przeliczanie. Przeliczniki takie zestawiono w tab. 4.5, a na rys. 4.3 podano fizyczną interpretację i wzajemne relacje różnych miar sygnału.

Rysunek 4.4 zawiera diagram umożliwiający szybkie przejście między różnymi miarami intensywności drgań przy tej samej, zadanej częstotliwości sygnałów harmonicznych.



Rys. 4.2. Ilustracja oznaczeń stosowanych do opisu stanu dynamicznego maszyn [4.29]

Znaczenie praktyczne skutecznej prędkości drgań:
Moc drgań mechanicznych (okresowe zmiany energii elementów drgających) stanowi o możliwości zniszczenia



$X_{śr} = 0{,}637 \times X_{sz}$ $X_{sk} = 0{,}707 \times X_{sz}$ $X_c = 2 \times X_{sz}$

Rys. 4.3. Ilustracja zależności między różnymi miarami drgań harmonicznych [4.1]

Tabela 4.4. Najczęściej stosowane miary sygnału dowolnego $x(t)$

Nazwa polska	Oznacz. polskie	Nazwa ang.	Oznacz. ang.	Sposób obliczania
Wartość szczytowa	X_{sz}	*peak*	X_{o-p}	$= \max \lvert x(t) \rvert$ $0 < t < T$
Amplituda całkowita	X_c	*peak to peak*	X_{p-p}	$= \max[x(t)] - \min[x(t)]$ $0 < t < T \qquad 0 < t < T$
Wartość średnia	$X_{śr}$	*average*	X_{ave}	$= \frac{1}{T} \int_0^T x(t)dt$
Wartość skuteczna	X_{sk}	*root mean square*	X_{RMS}	$= [\frac{1}{T} \int_0^T [x(t)]^2 dt]^{\frac{1}{2}}$

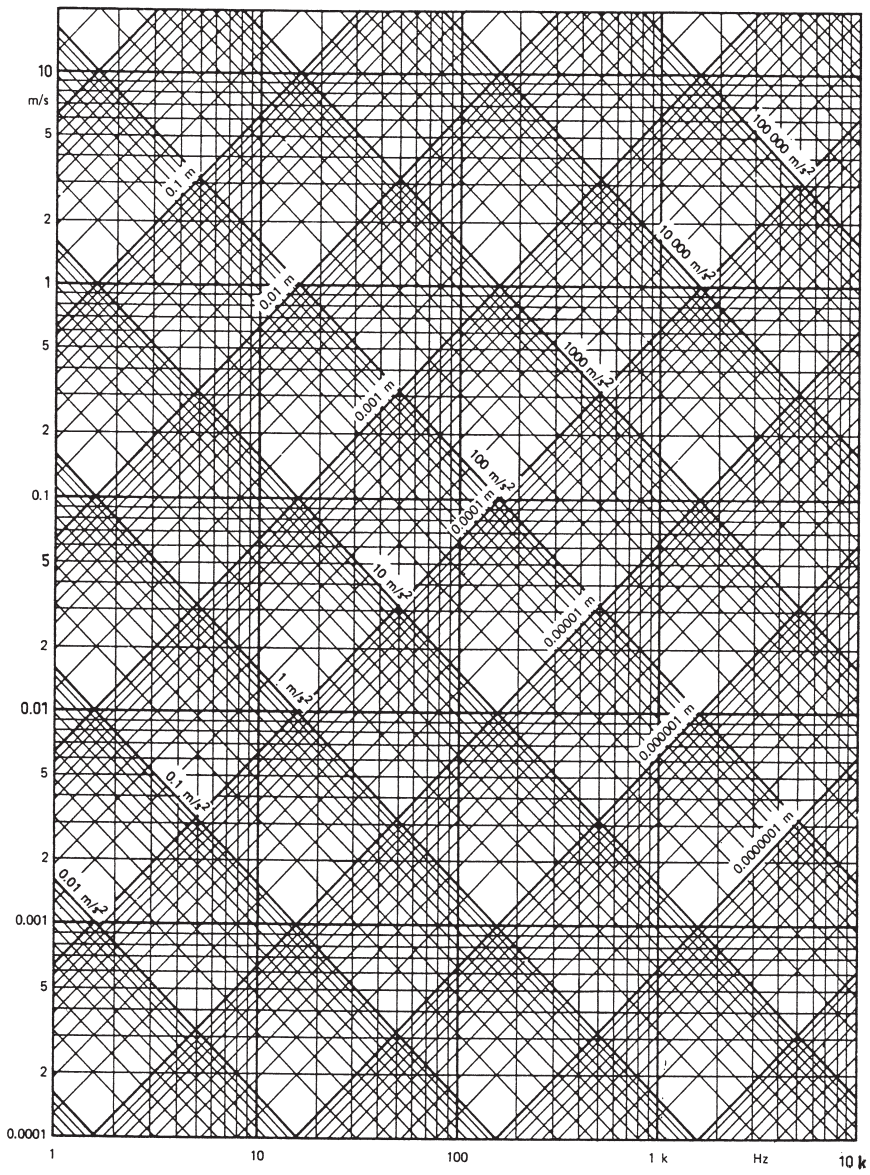
Tabela 4.5. Zależności między miarami sygnału harmonicznego postaci: $x = X_{o-p} \sin(\frac{2\pi}{T} \cdot t)$

PL $\downarrow \quad \rightarrow$		X_{sz}	X_c	$X_{śr}$	X_{sk}
	ANG. $\downarrow \quad \rightarrow$	X_{o-p}	X_{p-p}	X_{ave}	X_{RMS}
$X_{sz} =$	$X_{o-p} =$	1	$0{,}5 * \uparrow$	$1{,}57 * \uparrow$	$1{,}414 * \uparrow$
$X_c =$	$X_{p-p} =$	$2 * \uparrow$	1	$3{,}14 * \uparrow$	$2{,}829 * \uparrow$
$X_{śr} =$	$X_{ave} =$	$0{,}637 * \uparrow$	$0{,}319 * \uparrow$	1	$0{,}901 * \uparrow$
$X_{sk} =$	$X_{RMS} =$	$0{,}707 * \uparrow$	$0{,}354 * \uparrow$	$1{,}11 * \uparrow$	1

Przykład: $X_{sz} = 0,5 * X_c$, tzn. wartość X_{sz} z pierwszej (lub drugiej) kolumny jest równa iloczynowi współczynnika z danego rzędu tabeli i wartości X wskazanej przez strzałkę. Uwagi:

1. Powyższe zależności są ważne, gdy X oznacza wszędzie tę samą wielkość fizyczną (przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie).

2. Przeliczniki z tabeli powyżej mogą być stosowane w odniesieniu do każdej składowej harmonicznej drgań oddzielnie, lub gdy w sygnale silnie dominuje jedna harmoniczna.



Rys. 4.4. Diagram pozwalający na szybkie określenie amplitudy jednej z trzech wielkości charakteryzującej intensywność drgań: przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie, gdy znane są dwie pozostałe spośród nich. Zależności ważne są dla drgań harmonicznych o sprecyzowanej częstotliwości f.

Poniżej przedstawimy sposób określenia zależności typu amplituda przemieszczeń – prędkość skuteczna dla drgań harmonicznych, w sytuacji gdy znana jest wartość amplitudy przemieszczeń $A(A_{sz}, A_{0-p})$ oraz częstotliwość drgań f. Prędkość średniokwadratową $V(V_{sk}, V_{RMS})$ możemy wówczas określić z zależności:

$$V = 4,443 \cdot f \cdot A\,,$$

a dla standardowych jednostek: V[mm/s], $A[\mu$m], f[Hz] jest:

$$V[\text{mm/s}] = 0,004443 \cdot f[\text{Hz}] \cdot A[\mu\text{m}].$$

W praktyce eksploatacyjnej, zarówno z uwagi na łatwość technicznej interpretacji wyników jak i odczyty z importowanych przyrządów pomiarowych, przyjęło się wyrażać wielkości charakterystyczne drgań w następujących jednostkach:
– przemieszczenia: A [μm],
– prędkości: V [mm/s],
– przyspieszenia: a [m^2/s],
– częstotliwości: f [Hz].

4.5 Elementy systemu prezentacji wyników obliczeń za pomocą systemu MESWIR

Ze względu na dużą ilość przetwarzanych danych pomiarowych i wyników obliczeń opracowany został zestaw arkuszy, za pomocą których prezentuje się wyniki uzyskane w oparciu o system MESWIR. Poniżej omówiono jeden z takich zestawów z powodzeniem wykorzystywany zarówno w badaniach naukowych, jak i praktycznych analizach prowadzonych na zlecenie przemysłu. Arkusze te stanowią część oprogramowania graficznego (postprocesorów) środowiska MESWIR.

ARKUSZ – A. TABELA WYNIKÓW

Wyniki wszystkich obliczeń, bądź pomiarów na rzeczywistej maszynie, pierwotnie są zapisywane w tabelach w formie zbioru liczb, zanim zostaną przedstawione w formie wykresów. Zamieszczony w tym rozdziale ARKUSZ-A jest przykładem takiej tabeli, która zawiera wyniki obliczeń „przypadku bazowego" dla turbiny 13K215 (patrz: rozdział 3). Intensywność drgań łożysk wyrażono w tabelach w czterech miarach. W zależności od rodzaju drgań przedstawiono je jako:

- przemieszczenie drgań bezwzględnych A w kierunkach x, y,
- przemieszczenie drgań względnych A w kierunkach x, y,
- prędkości drgań bezwzględnych średniokwadratowe V_{RMS} w kierunkach x, y,
- przemieszczenie drgań względnych całkowite A_{pp} w kierunkach u, v.

Każda z wymienionych miar scharakteryzowana została za pomocą 7 wielkości:

- wartości maksymalnej mierzonej w kierunku dużej półosi elipsy trajektorii drgań lub maksymalnej przekątnej trajektorii, gdy trajektoria nie jest elipsą,
- wartości amplitudy sumarycznej w kierunku poziomym i pionowym,
- wartości amplitudy harmonicznej 1/3 X w kierunku x i y,
- wartości amplitudy harmonicznej 1/2 X w kierunku x i y,
- wartości amplitudy harmonicznej 1 X w kierunku x i y,
- wartości amplitudy harmonicznej 2 X w kierunku x i y,
- wartości amplitudy harmonicznej 3 X w kierunku x i y.

Wyszczególnione powyżej wielkości zawarto w 14 kolumnach tabeli dla wszystkich 7 łożysk turbozespołu w kierunku x (poziomym) i y (pionowym), za wyjątkiem przemieszczeń drgań względnych, dla których kolumny x, y oznaczają w rzeczywistości kierunek pomiaru pod kątem 45 °C do poziomu (tzn. oznaczanych w tym opracowaniu jako kierunek u i v).

Przedstawiony poniżej ARKUSZ – A zawiera komplet danych obliczeniowych (dla przypadku bazowego – patrz: rozdział 3), który może być interesujący dla Czytelnika ponieważ dotyczy realnego obiektu pracującego w nominalnych warunkach i jest wynikiem dostrojenia modelu do zestawu pomierzonych danych eksploatacyjnych.

ARKUSZ – A. TABELA WYNIKÓW

Turbina 13K215 blok 7 Elektrownia Kozienice. Wyniki obliczeń programem NLDW - przypadek bazowy															
Rodzaj drgań	Oznaczenie	Łożysko nr **1**		Łożysko nr **2**		Łożysko nr **3**		Łożysko nr **4**		Łożysko nr **5**		Łożysko nr **6**		Łożysko nr **7**	
		kier. **X**	kier. **Y**	kier. **X**	kier. **Y**	kier. **X**	kier. **Y**	kier. **X**	kier. **Y**	kier. **X**	kier. **Y**	kier. **X**	kier. **Y**	kier. **X**	kier. **Y**
Drgania	Am	1,54		6,27		3,41		4,61		7,43		5,91		4,42	
bezwzględne	A	1,23	1,02	3,09	6,02	1,65	3,34	1,07	4,56	2,02	7,29	3,64	5,49	3,57	3,37
	A 1/3X	0,01	0,00	0,05	0,04	0,24	0,17	0,49	0,36	0,56	0,27	0,70	0,46	0,31	0,26
przemieszczenia	A 1/2X	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,01	0,03	0,02	0,05	0,03	0,04	0,03	0,02	0,02
x-y	A 1X	1,20	0,99	3,05	5,75	1,27	2,86	0,57	4,01	1,39	7,00	2,19	2,79	2,73	1,47
[um]	A 2X	0,18	0,16	0,25	0,87	0,38	0,79	0,17	0,55	0,30	0,37	1,55	3,22	1,38	2,23
	A 3X	0,01	0,01	0,03	0,02	0,01	0,02	0,01	0,02	0,03	0,04	0,28	0,10	0,09	0,05
Drgania	Am	18,58		22,26		7,07		17,43		17,15		25,46		23,17	
względne	A	18,48	3,97	22,24	10,75	6,91	2,39	13,27	11,61	14,78	10,24	22,74	13,20	21,12	19,68
	A 1/3X	0,09	0,03	0,38	0,18	1,56	0,81	5,59	3,62	1,78	1,16	3,32	2,52	0,77	1,13
przemieszczenia	A 1/2X	0,01	0,00	0,03	0,01	0,11	0,05	0,40	0,23	0,17	0,11	0,22	0,17	0,08	0,07
x-y	A 1X	18,28	3,91	21,83	10,57	5,22	1,42	7,44	7,51	12,51	8,56	16,16	9,19	20,14	18,23
[um]	A 2X	0,78	0,18	0,45	0,10	0,91	0,32	2,30	1,15	2,48	1,38	9,60	4,66	2,27	1,57
	A 3X	0,05	0,02	0,02	0,03	0,01	0,00	0,03	0,02	0,05	0,02	0,23	0,09	0,08	0,05
Drgania	Vm	0,36		1,45		0,73		0,93		1,58		1,62		1,26	
bezwzględne	V	0,28	0,23	0,69	1,33	0,33	0,73	0,15	0,92	0,34	1,57	0,88	1,56	0,87	1,04
	V 1/3X	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,01	0,04	0,03	0,04	0,02	0,05	0,03	0,02	0,02
prędkości	V 1/2X	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
x-y	V 1X	0,27	0,22	0,68	1,28	0,28	0,64	0,13	0,89	0,31	1,55	0,49	0,62	0,61	0,33
[mm/s]	V 2X	0,08	0,07	0,11	0,38	0,17	0,35	0,08	0,24	0,13	0,17	0,69	1,43	0,61	0,99
	V 3X	0,01	0,01	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,18	0,07	0,06	0,04
Drgania	Ap-p m	37,16		44,51		14,15		34,85		34,29		50,92		46,35	
względne	Ap-p	29,24	23,94	35,77	33,93	12,08	7,97	34,77	8,29	33,56	13,81	48,75	21,85	46,21	34,08
	Ap-p 1/3X	0,16	0,09	0,75	0,36	3,29	1,21	12,82	3,58	4,13	1,02	8,01	2,30	1,72	2,13
przemieszczenia	Ap-p 1/2X	0,01	0,01	0,06	0,03	0,22	0,09	0,88	0,29	0,39	0,10	0,52	0,19	0,14	0,16
u-v	Ap-p 1X	28,89	23,73	35,05	33,54	8,65	6,49	20,92	2,98	27,90	11,85	34,67	13,42	44,21	31,59
[um]	Ap-p 2X	1,13	1,12	0,51	0,77	1,74	0,86	4,52	2,44	5,25	2,17	18,65	10,38	5,11	2,08
	Ap-p 3X	0,05	0,09	0,06	0,03	0,02	0,01	0,03	0,06	0,11	0,05	0,45	0,21	0,18	0,04

ARKUSZ – B. KARTA DIAGNOSTYCZNA

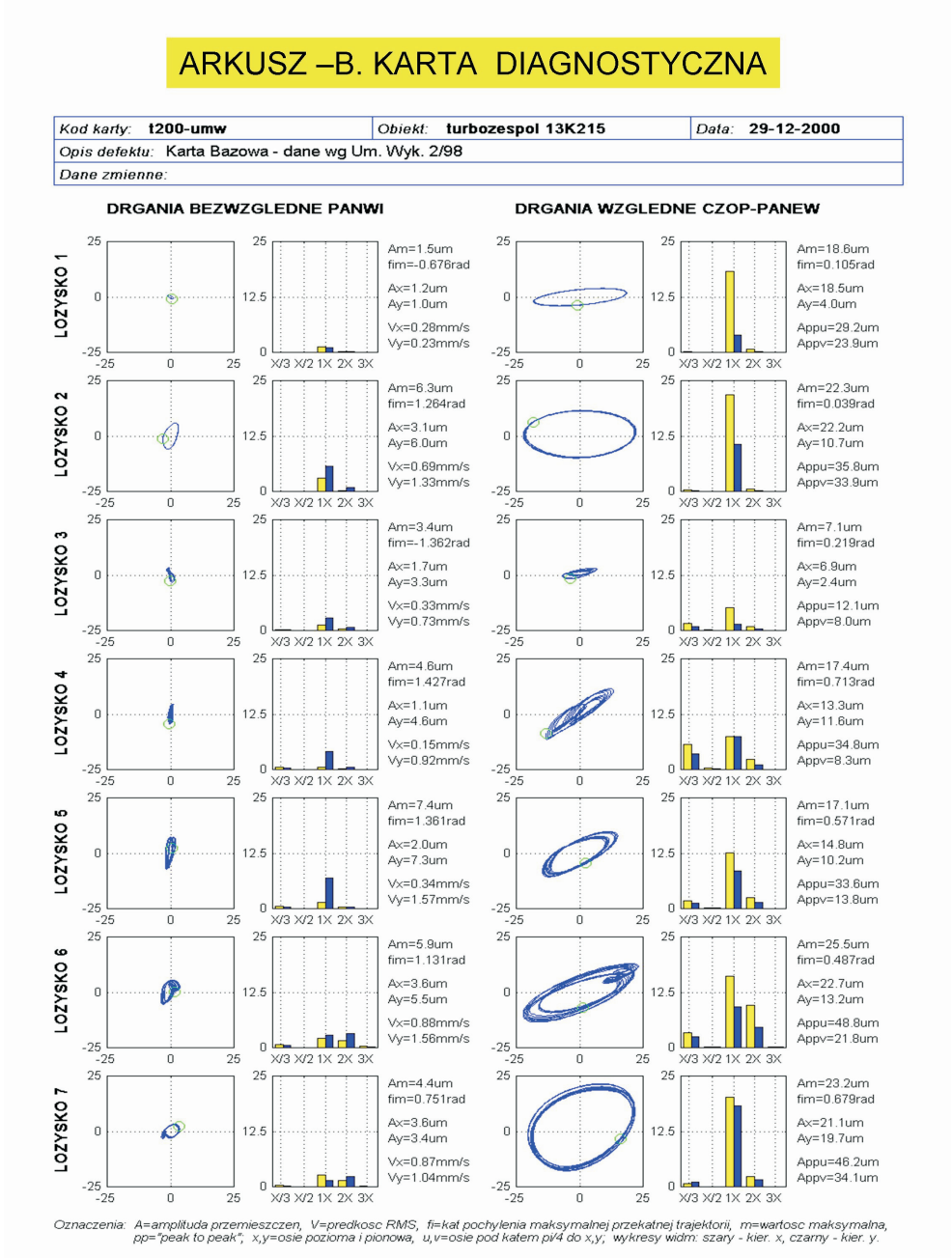
Karta diagnostyczna dla maszyny wirnikowej jest tworzona specjalnym programem komputerowym stanowiącym jeden z postprocesorów graficznych systemu MESWIR. Wygląd karty jest zależny od ilości łożysk maszyny. ARKUSZ-B przedstawia przykładową kartę diagnostyczną dla turbiny 13K215 dla wszystkich 7-miu jej łożysk. W nagłówku karty podane są wielkości identyfikujące badany przypadek i jego cechy.

Wyniki analizy danych, na przykład rezultaty obliczeń programem NLDW, na karcie przedstawione są w dwóch kolumnach. Pierwsza dotyczy drgań bezwzględnych panwi, a druga drgań czopów względem panwi. W obydwu przypadkach na pierwszym miejscu umieszczone są wykresy trajektorii. Małym kółkiem oznaczono początek trajektorii, odpowiadający przejściu znacznika obrotów przez dodatnią półoś poziomą. Punkt ten synchronizuje z sobą wszystkie wykresy trajektorii (zarówno drgań względnych jak i bezwzględnych) przedstawione na karcie diagnostycznej. Trajektoriom towarzyszą odpowiadające im wykresy widmowe drgań czopów (obok trajektorii czopów) lub panwi (obok trajektorii panwi). Wykonano je na podstawie analizy harmonicznej drgań poziomych i pionowych. Intensywność drgań reprezentowana jest przez słupki dla 1/3X, 1/2/X, 1X i 2X, gdzie X oznacza częstotliwość wirowania wirnika. Żółte słupki oznaczają drgania w kierunku x, a niebieskie – drgania w kierunku y.

Obok wykresów zamieszczono najważniejsze dane liczbowe charakteryzujące dynamikę wirnika:

- A_m – amplitudę maksymalną drgań, to znaczy odległość dwóch najdalszych punktów trajektorii przedstawionej na danym wykresie,
- f_{im} – kąt pochylenia odcinka łączącego dwa najdalsze punkty trajektorii względem osi poziomej (pochylenie dużej półosi elipsy, gdy trajektoria jest eliptyczna),
- A_x – sumaryczną amplitudę przemieszczeń drgań w kierunku poziomym, czyli rzut trajektorii na oś poziomą,
- A_y – sumaryczną amplitudę przemieszczeń drgań w kierunku pionowym, czyli rzut trajektorii na oś pionową,
- V_x – amplitudę RMS prędkości drgań bezwzględnych panwi w kierunku poziomym,
- V_y – amplitudę RMS prędkości drgań bezwzględnych panwi w kierunku pionowym,
- A_{ppu} – amplitudę międzyszczytową (podwójną amplitudę) przemieszczeń drgań w kierunku osi u (tzn. w kierunku dwusiecznej kąta między dodatnimi półosiami x i y),
- A_{ppv} – amplitudę międzyszczytową (podwójną amplitudę) przemieszczeń drgań w kierunku osi v (tzn. w kierunku dwusiecznej kąta między ujemną półosią x i dodatnią półosią y).

Wielkości A_m, f_{im}, A_x, A_y są standardowo obliczane zarówno dla drgań względnych, jak i bezwzględnych. Pozostałe wielkości są używane głównie w warunkach eksploatacyjnych w przemyśle do oceny stanu dynamicznego maszyn wirnikowych,


ARKUSZ –B. KARTA DIAGNOSTYCZNA
Kod karty: t200-umw
Obiekt: turbozespol 13K215
Data: 29-12-2000
Opis defektu: Karta Bazowa - dane wg Um. Wyk. 2/98
Dane zmienne:
DRGANIA BEZWZGLEDNE PANWI
DRGANIA WZGLEDNE CZOP-PANEW
LOZYSKO 1
Am=1.5um
fim=-0.676rad
Ax=1.2um
Ay=1.0um
Vx=0.28mm/s
Vy=0.23mm/s
Am=18.6um
fim=0.105rad
Ax=18.5um
Ay=4.0um
Appu=29.2um
Appv=23.9um
LOZYSKO 2
Am=6.3um
fim=1.264rad
Ax=3.1um
Ay=6.0um
Vx=0.69mm/s
Vy=1.33mm/s
Am=22.3um
fim=0.039rad
Ax=22.2um
Ay=10.7um
Appu=35.8um
Appv=33.9um
LOZYSKO 3
Am=3.4um
fim=-1.362rad
Ax=1.7um
Ay=3.3um
Vx=0.33mm/s
Vy=0.73mm/s
Am=7.1um
fim=0.219rad
Ax=6.9um
Ay=2.4um
Appu=12.1um
Appv=8.0um
LOZYSKO 4
Am=4.6um
fim=1.427rad
Ax=1.1um
Ay=4.6um
Vx=0.15mm/s
Vy=0.92mm/s
Am=17.4um
fim=0.713rad
Ax=13.3um
Ay=11.6um
Appu=34.8um
Appv=8.3um
LOZYSKO 5
Am=7.4um
fim=1.361rad
Ax=2.0um
Ay=7.3um
Vx=0.34mm/s
Vy=1.57mm/s
Am=17.1um
fim=0.571rad
Ax=14.8um
Ay=10.2um
Appu=33.6um
Appv=13.8um
LOZYSKO 6
Am=5.9um
fim=1.131rad
Ax=3.6um
Ay=5.5um
Vx=0.88mm/s
Vy=1.56mm/s
Am=25.5um
fim=0.487rad
Ax=22.7um
Ay=13.2um
Appu=48.8um
Appv=21.8um
LOZYSKO 7
Am=4.4um
fim=0.751rad
Ax=3.6um
Ay=3.4um
Vx=0.87mm/s
Vy=1.04mm/s
Am=23.2um
fim=0.679rad
Ax=21.1um
Ay=19.7um
Appu=46.2um
Appv=34.1um
X/3 X/2 1X 2X 3X
Oznaczenia: A=amplituda przemieszczen, V=predkosc RMS, fi=kat pochylenia maksymalnej przekatnej trajektorii, m=wartosc maksymalna, pp="peak to peak", x,y=osie pozioma i pionowa, u,v=osie pod katem pi/4 do x,y, wykresy widm: szary - kier. x, czarny - kier. y.

gdyż te właśnie wartości graniczne dla poszczególnych typów maszyn są znormalizowane, a standardowe przyrządy pomiarowe są przystosowane do ich bezpośredniego wyprowadzania. V_x, V_y są stosowane w przypadku bezwzględnych drgań panwi, a A_{ppu}, A_{ppv} – w przypadku drgań względnych czopów względem panwi.

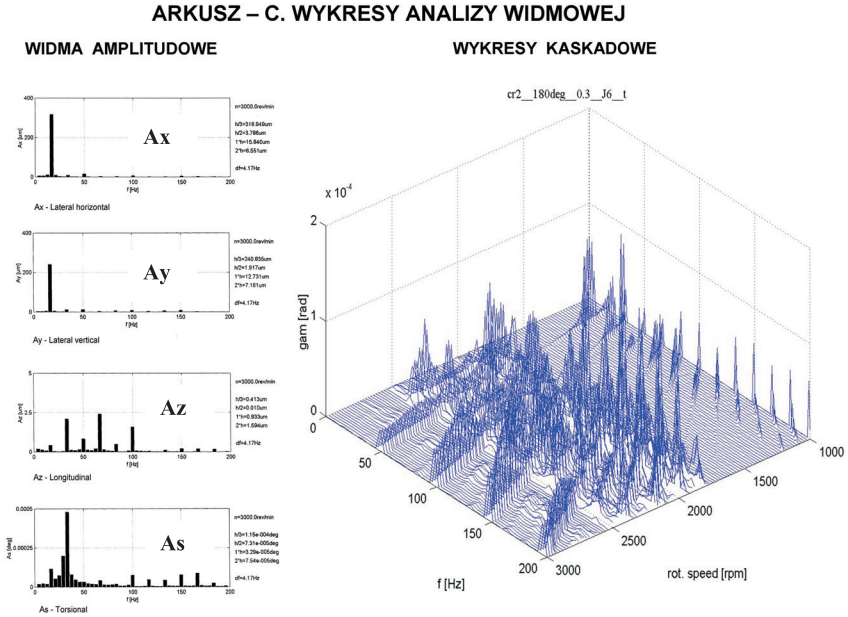
ARKUSZ – C. WYKRESY ANALIZY WIDMOWEJ

Wykresy tego typu są tworzone programem komputerowym napisanym w MATLABie i stanowiącym element środowiska postprocesorów systemu MESWIR. Każdy arkusz zawiera komplet wykresów widmowych drgań elementów jednego węzła maszyny wirnikowej. Ilość wykresów zależna jest od tego, czy analizujemy tylko drgania poprzeczne maszyny czy też sprzężone formy drgań poprzeczno-giętno-skrętnych. Zależne jest to od stopnia zaawansowania programu NLDW i tym samym od ilości stopni swobody węzła, czyli ilości kolumn w pliku wynikowym. Arkusz może więc zawierać od 1 do 4 wykresów, np.:

- amplituda przemieszczeń poprzecznych elementu w kierunku osi x: A_x,
- amplituda przemieszczeń poprzecznych elementu w kierunku osi y: A_y,
- amplituda przemieszczeń wzdłużnych elementu w kierunku osi z: A_z,
- amplituda drgań skrętnych (kąt obrotu osi wirnika γ): A_s.

Są to wykresy dyskretne, słupkowe, na których amplituda odpowiadająca danej harmonicznej wyrażana jest wysokością słupka. Szerokość słupków zależy od rozdzielczości analizy możliwej do osiągnięcia ze względu na charakter danych (ilości obrotów wirnika zapisanych do pliku i żądanej maksymalnej liczby harmonicznych). Z boku każdego wykresu wydrukowane są wielkości amplitud drgań o częstotliwości h/3, h/2, 1*h, 2*h, 3*h, oraz prędkość obrotowa wirnika. Amplitudy przemieszczeń są wyrażone w mikrometrach, a kąty obrotu elementów są bezwymiarowe. W analogiczny sposób są budowane fazowe widma drgań.

ARKUSZ – C przedstawia także przykład wykresu kaskadowego tzn wykresu trójwymiarowego na którym amplitudy wybranej składowej drgań są funkcją częstości i prędkości obrotowej wirnika. Wykresy kaskadowe są idealne przy ocenie stanu dynamicznego maszyny w warunkach rozruchu i wybiegu. Będziemy je często stosować w kolejnych rozdziałach niniejszej monografii.



ARKUSZ – D. WYKRESY SKŁADOWYCH HAMONICZNYCH

Tabele wyników pomiarów lub obliczeń pozwalają na dokładną reprezentację liczbową wyników, ale są trudne do prowadzenia analiz porównawczych, szczególnie, gdy trzeba porównywać większą liczbę tabel. Z tego względu do obrazowania wyników opracowano system formularzy z zestawem wykresów, których przykłady zostaną omówione.

Całą zawartość kart diagnostycznych można zilustrować na 8 formularzach, które zawierają:

For. 1 – amplitudy przemieszczeń drgań bezwzględnych A_x,
For. 2 – amplitudy przemieszczeń drgań bezwzględnych A_y,
For. 3 – amplitudy przemieszczeń drgań względnych A_x,
For. 4 – amplitudy przemieszczeń drgań względnych A_y,
For. 5 – prędkości drgań bezwzględnych średniokwadratowe V_{RMS} w kierunku x,
For. 6 – prędkości drgań bezwzględnych średniokwadratowe V_{RMS} w kierunku y,
For. 7 – przemieszczenia drgań względnych całkowite A_{pp} w kierunku x,
For. 8 – przemieszczenia drgań względnych całkowite A_{pp} w kierunku y.

Niniejszy rozdział zawiera tylko przykładowy formularz nr 1 odnoszący się do turbozespołu 13K215. Część pozostałych przedstawiliśmy już w rozdziale 3.

Każdy formularz w kolejnych siedmiu kolumnach zawiera wykresy słupkowe drgań:

kolumna 1 – wartość odniesienia,
kolumna 2 – sumaryczne,
kolumna 3 – harmoniczną 1/3 X,
kolumna 4 – harmoniczną 1/2 X,
kolumna 5 – harmoniczną 1 X,
kolumna 6 – harmoniczną 2 X,
kolumna 7 – harmoniczną 3 X .

Wykresy wykonano dla drgań wszystkich siedmiu łożysk, układając je w siedmiu rzędach. W ten sposób każdy arkusz zawiera 42 pola z wykresami w postaci słupków. Każdy ze słupków reprezentuje tą samą wielkość, ale pochodzącą z różnych pomiarów bądź z obliczeń, wziętą z jednej z zestawu tabel. Poszczególne słupki są identyfikowane za pomocą kolorów i legendy umieszczonej na dole strony. W każdym polu jest tyle słupków ile tabel z wynikami wchodzi w skład zestawienia.



Gwiazdkami na wykresach oznaczono wielkości, odpowiadające pustym polom w tabelach, a więc wielkości, które nie były mierzone. W ten sposób zróżnicowano je względem pustych pól wykresów wynikających ze zbyt małej wartości pomierzonej.

W praktyce obliczeniowej wykorzystywane są zarówno pełne formy zaprezentowanych arkuszy, jak i niektóre tylko z ich elementów. W zestawieniu z innymi programami graficznymi systemu MESWIR, elementy tych arkuszy tworzą narzędzia badawcze, których kompozycja zależna jest od aktualnych potrzeb.

4.6 Klasyfikacja stanu dynamicznego turbozespołów

Poniżej podano w formie tabel podstawowe znormalizowane kryteria klasyfikacji stanu turbozespołów ze względu na drgania. Tabele 4.6, 4.7, 4.8 dotyczą całej klasy dużych maszyn wirnikowych, natomiast tabela 4.9 stanowi ich kompilację w odniesieniu do parowych turbin energetycznych dużej mocy pracujących przy prędkości obrotowej 3000 obr/min.

Uzupełnieniem danych znormalizowanych są wartości dopuszczalne drgań stosowane w wspomnianym już wcześniej systemie DT200 pracującym na bloku siódmym w Elektrowni „Kozienice" (rozdział 3). Zamieszczono je w dwóch kolejnych tabelach nr 4.6 i 4.6. Jedna z nich dotyczy stanu ostrzegawczego (tabela 4.6) a druga stanu alarmowego (tabela 4.6).

Objaśnienia do tabel 4.6÷4.9:

1. Normy rozróżniają cztery typowe strefy klasyfikacyjne maszyn ze względu na poziom drgań względnych:

   Strefa A: Drgania maszyn nowych lub po kapitalnym remoncie bezpośrednio po odbiorze eksploatacyjnym.

   Strefa B: Maszyny dopuszcza się do długotrwałego ruchu bez ograniczeń eksploatacyjnych.

   Strefa C: Maszyny nie nadają się do długotrwałej pracy ciągłej. Maszyna może być eksploatowana tylko do chwili, gdy możliwe jest podjęcie kroków zaradczych.

   Strefa D: Intensywność drgań o wartościach mieszczących się w tej strefie, wystarcza, aby spowodować uszkodzenie maszyny. Maszyna powinna być wyłączona z eksploatacji.

2. Ze względu na prędkość drgań bezwzględnych duże maszyny o mocy poniżej 50 MW należą do klasy IV. Wielkie turbogeneratory energetyczne są klasyfikowane w odrębny sposób.

3. Przez drgania absolutne A_{abs} rozumie się sumę przemieszczeń drgań względnych i bezwzględnych mierzonych *peak to peak*.

Tabela 4.6. Klasyfikacja stanu dynamicznego lądowych turbozespołów parowych o mocy powyżej 50 MW ze względu na drgania względne A_{ppm} (na podstawie ISO7919-2)

Granice między strefami	A_{ppm}[μm] przy prędkości obrotowej n [obr/min]			
	1500	1800	3000	3600
A/B	100	90	80	75
B/C	200	185	165	150
C/D	320	290	260	240

Tabela 4.7. Klasyfikacja stanu dynamicznego lądowych turbozespołów parowych o mocy powyżej 40 MW ze względu na drgania absolutne A_{abs}, czyli sumę drgań względnych i bezwzględnych (na podstawie ISO7919-2)

Granice między strefami	A_{abs} [μm] przy prędkości obrotowej n [obr/min]			
	1500	1800	3000	3600
A/B	120	110	100	90
B/C	240	220	200	180
C/D	385	350	320	290

Tabela 4.8. Klasyfikacja stanu dynamicznego maszyn wirnikowych ze względu na prędkość drgań bezwzględnych (na podstawie PN-ISO-10816-1)

<table>
<tr><th>V$_{RMS}$ [mm/s]</th><th>Klasa I</th><th>Klasa II</th><th>Klasa III</th><th>Klasa IV</th></tr>
<tr><td>0,28</td><td rowspan="3">A</td><td rowspan="4">A</td><td rowspan="6">A</td><td rowspan="7">A</td></tr>
<tr><td>0,45</td></tr>
<tr><td>0,71</td></tr>
<tr><td>1,12</td><td rowspan="2">B</td></tr>
<tr><td>1,8</td><td rowspan="2">B</td></tr>
<tr><td>2,8</td><td rowspan="2">C</td><td rowspan="2">B</td></tr>
<tr><td>4,5</td><td rowspan="2">C</td><td rowspan="2">B</td></tr>
<tr><td>7,1</td><td rowspan="5">D</td><td rowspan="2">C</td></tr>
<tr><td>11,2</td><td rowspan="4">D</td><td rowspan="2">C</td></tr>
<tr><td>18</td><td rowspan="3">D</td></tr>
<tr><td>28</td><td></td></tr>
<tr><td>45</td><td>D</td></tr>
</table>

Tabela 4.9. Znormalizowane kryteria oceny dużych maszyn wirnikowych (turbin) ze względu na drgania, pracujących przy prędkości obrotowej 3000 obr/min

Strefa klasyfikacyjna	Przemieszczenie drgań względnych A_{p-p} [μm]		Prędkość drgań bezwzględnych V [mm/s]	
	N > 50 MW	N < 50 MW	N > 50 MW	N< 50 MW
A	0 ÷ 80	0 ÷ 80	0 ÷ 3,8	0 ÷ 2,8
B	80 ÷ 165	80 ÷ 165	3,8 ÷ 7,5	2,8 ÷ 7,1
Ostrzeżenie C	165 ÷260	165 ÷ 260	7,5 ÷ 11,5	7,1 ÷ 18
Alarm D	> 260	> 260	> 11,5	> 18

Ostrzeżenie – ma miejsce, gdy jest spełnione co najmniej jedno z trzech kryteriów:

1. poziom drgań = granice stanu B/C,
2. poziom drgań = bazowy poziom drgań + 0,25× granice stanu B/C,
3. poziom drgań = bazowy poziom drgań + 0,25× bazowy poziom drgań.

Odpowiadają temu następujące kryteria liczbowe:

dla drgań względnych:	dla drgań bezwzględnych:
1. $A_{p-p} = 165\ \mu$m	1. $V = 7,5$ mm/s (7,1 mm/s)
2. $A_{p-p} = (A_{p-p})_{bazowe} + 41\ \mu$m	2. $V = V_{bazowe} + 1{,}88$ mm/s (+1,77 mm/s)
3. $A_{p-p} = 1{,}25 \cdot (A_{p-p})_{bazowe}$	3. $V = 1{,}25 \cdot V_{bazowe}$

Bazowy poziom drgań = typowy poziom drgań maszyny w dobrym stanie technicznym (po remoncie, lub nowej) w ustalonych warunkach ruchu.

A_{p-p} = przemieszczenie całkowite drgań względnych (czopa względem panwi) mierzone w dwóch kierunkach pod kątem 45° do pionu

V = prędkość średnia kwadratowa drgań bezwzględnych mierzona na obudowach łożysk w kierunku pionowym i poziomym.

Bardzo ważne w praktyce eksploatacyjnej są również dopuszczalne zmiany innych wielkości mechanicznych podczas wzrostu obrotów lub w ruchu ustalonym maszyny.

Dopuszczalne obciążenia łożysk nie stanowią kryterium oceny stanu turbozespołu w praktyce eksploatacyjnej, gdyż rzeczywiste obciążenia łożysk, które by

Oznaczenia kolorowe w tabeli:

niebieski	- wartość bardzo dobra (maszyna nowa lub po kapitalnym remoncie)
zielony	- wartość prawidłowa (dopuszczona do ruchu bez ograniczeñ)
żółty	- przekroczony stan ostrzegawczy (niezdatna do długotrwałej eksploatacji)
czerwony	- przekroczony stan alarmowy (konieczność wyłączenia z eksploatacji)

Tabela nr 10. Parametry stanu ostrzegawczego systemu DT-200

Turbina 13K215 blok 7 Elektrownia Kozienice. Wartości dopuszczalne w systemie diagnostycznym DT200-1 - stan ostrzegawczy															
Rodzaj drgań	Oznaczenie	Łożysko nr 1		Łożysko nr 2		Łożysko nr 3		Łożysko nr 4		Łożysko nr 5		Łożysko nr 6		Łożysko nr 7	
		kier. X	kier. Y	kier. X	kier. Y	kier. X	kier. Y	kier. X	kier. Y	kier. X	kier. Y	kier. X	kier. Y	kier. X	kier. Y
Drgania	Am														
bezwzględne	A	3,81	2,10	3,81	2,10	7,60	4,26	6,79	6,04	7,60	6,79	8,41	6,79	3,03	4,80
	A 1/3X	3,06	1,91	3,44	1,91	26,76	6,12	5,45	3,44	15,29	6,12	9,65	6,12	4,30	3,06
przemieszczenia	A 1/2X	2,04	0,00	0,00	0,00	17,84	0,00	3,63	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
x-y	A 1X	5,73	2,55	5,73	2,55	9,97	7,20	9,97	9,97	11,24	11,40	11,40	7,20	4,52	8,92
[um]	A 2X	0,72	0,37	1,43	0,51	2,87	2,26	2,87	2,26	3,60	2,55	4,46	4,46	1,27	1,27
	A 3X	0,34	0,21	0,38	0,21	2,97	0,68	0,61	0,38	1,70	0,68	1,07	0,68	0,48	0,34
Drgania	Am														
względne	A														
	A 1/3X														
przemieszczenia	A 1/2X														
x-y	A 1X														
[um]	A 2X														
	A 3X														
Drgania	Vm														
bezwzględne	V	1,27	0,70	1,27	0,70	2,53	1,42	2,26	2,01	2,53	2,26	2,80	2,26	1,01	1,60
	V 1/3X	0,23	0,14	0,25	0,14	1,98	0,45	0,40	0,25	1,13	0,45	0,71	0,45	0,32	0,23
prędkości	V 1/2X	0,23	0,00	0,00	0,00	1,98	0,00	0,40	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
x-y	V 1X	1,27	0,57	1,27	0,57	2,21	1,60	2,21	2,21	2,50	2,53	2,53	1,60	1,00	1,98
[mm/s]	V 2X	0,32	0,16	0,64	0,23	1,27	1,00	1,27	1,00	1,60	1,13	1,98	1,98	0,57	0,57
	V 3X	0,23	0,14	0,25	0,14	1,98	0,45	0,40	0,25	1,13	0,45	0,71	0,45	0,32	0,23
Drgania	Ap-p m														
względne	Ap-p	80,00	80,00	80,00	80,00	80,00	80,00	80,00	80,00	80,00	80,00	80,00	80,00	80,00	80,00
	Ap-p 1/3X	0,00	40,00	100,00	0,00	80,00	0,00	60,00	60,00	80,00	100,00	70,00	90,00	20,00	20,00
przemieszczenia	Ap-p 1/2X	40,00	0,00	0,00	0,00	0,00	80,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
u-v	Ap-p 1X	40,00	40,00	110,00	60,00	80,00	80,00	60,00	40,00	100,00	100,00	70,00	90,00	20,00	20,00
[um]	Ap-p 2X	40,00	20,00	100,00	80,00	80,00	40,00	60,00	20,00	100,00	60,00	80,00	90,00	20,00	20,00
	Ap-p 3X	20,00	40,00	30,00	40,00	80,00	80,00	60,00	60,00	100,00	80,00	90,00	90,00	20,00	20,00

można z nimi porównywać nie mogą być pomierzone bezpośrednio. Mogą one natomiast stanowić wielkości kryterialne dla obliczeń symulacyjnych wirnika i łożysk lub w przypadku znajomości statycznego położenia środka czopa w kole luzów łożyska pochodzącego z wiarygodnych pomiarów. Z tego powodu dopuszczalne obciążenia łożysk dołączono również do zestawienia (dotyczy turbozespołu 13K215). Są to wielkości obliczone przy założeniu dopuszczalnego ciśnienia na powierzchni panwi 2 MPa.

Przedstawimy też stosowane w praktyce eksploatacyjnej wybrane wartości takie jak: kryterium stabilności łożysk, dopuszczalną temperaturę oleju na wlocie do łożysk, dopuszczalne drgania fundamentów oraz kryteria oceny części przepływowej turbin na podstawie drgań korpusów, generowanych przez łopatki kierownicze i wirnikowe.

Tabela nr 11. Parametry stanu alarmowego systemu DT-200

Turbina 13K215 blok 7 Elektrownia Kozienice. Wartości dopuszczalne w systemie diagnostycznym DT200-1 - stan alarmowy															
Rodzaj drgań	Oznaczenie	Łożysko nr 1		Łożysko nr 2		Łożysko nr 3		Łożysko nr 4		Łożysko nr 5		Łożysko nr 6		Łożysko nr 7	
		kier. X	kier. Y	kier. X	kier. Y	kier. X	kier. Y	kier. X	kier. Y	kier. X	kier. Y	kier. X	kier. Y	kier. X	kier. Y
Drgania	Am														
bezwzględne	A	9,40	5,41	9,40	5,41	19,10	10,75	17,03	15,17	19,10	17,03	21,32	17,03	7,60	12,04
	A 1/3X	4,87	3,06	5,45	3,06	43,00	9,65	8,60	5,45	24,18	9,65	15,29	9,65	6,78	4,87
przemieszczenia	A 1/2X	2,04	0,00	0,00	0,00	28,67	0,00	5,73	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
x-y	A 1X	8,92	4,05	8,92	4,05	16,09	11,40	16,09	16,09	18,06	18,06	18,06	11,40	7,20	14,33
[um]	A 2X	1,13	0,57	2,26	0,81	4,46	3,60	4,46	3,60	5,70	4,03	7,17	7,17	2,02	2,02
	A 3X	0,54	0,34	0,61	0,34	4,78	1,07	0,96	0,61	2,74	1,07	1,70	1,07	0,75	0,54
Drgania	Am														
względne	A														
	A 1/3X														
przemieszczenia	A 1/2X														
x-y	A 1X														
[um]	A 2X														
	A 3X														
Drgania	Vm														
bezwzględne	V	3,13	1,80	3,13	1,80	6,36	3,58	5,67	5,05	6,36	5,67	7,10	5,67	2,53	4,01
	V 1/3X	0,36	0,23	0,40	0,23	3,18	0,71	0,64	0,40	1,79	0,71	1,13	0,71	0,50	0,36
prędkości	V 1/2X	0,23	0,00	0,00	0,00	3,18	0,00	0,64	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
x-y	V 1X	1,98	0,90	1,98	0,90	3,57	2,53	3,57	3,57	4,01	4,01	4,01	2,53	1,60	3,18
[mm/s]	V 2X	0,50	0,25	1,00	0,36	1,98	1,60	1,98	1,60	2,53	1,79	3,18	3,18	0,90	0,90
	V 3X	0,36	0,23	0,40	0,23	3,18	0,71	0,64	0,40	1,82	0,71	1,13	0,71	0,50	0,36
Drgania	Ap-p m														
względne	Ap-p	165,00	165,00	165,00	165,00	165,00	165,00	165,00	165,00	165,00	165,00	165,00	165,00	165,00	165,00
	Ap-p 1/3X	0,00	70,00	130,00	0,00	124,00	0,00	100,00	100,00	120,00	134,00	118,00	130,00	40,00	80,00
przemieszczenia	Ap-p 1/2X	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00	124,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
u-v	Ap-p 1X	60,00	60,00	130,00	120,00	124,00	124,00	100,00	100,00	120,00	120,00	118,00	140,00	40,00	30,00
[um]	Ap-p 2X	80,00	80,00	136,00	130,00	124,00	124,00	100,00	80,00	136,00	120,00	118,00	118,00	40,00	40,00
	Ap-p 3X	60,00	80,00	70,00	110,00	124,00	136,00	80,00	100,00	128,00	120,00	118,00	130,00	40,00	40,00

Możliwa jest bowiem ocena części przepływowej turbiny na podstawie nagłych lub ewolucyjnych zmian sygnałów drganiowych z zakresu wysokich częstotliwości. Częstotliwości rzędu od kilkuset Hz do kilkunastu kHz, zwykle $1 \div 10$ kHz zwane są też łopatkowymi, gdyż generowane są przez elementy układów łopatkowych: wirnikowego lub kierowniczego. Dopuszczalne wartości drgań o tych częstotliwościach nie są znormalizowane. W przypadku sprawnego układu przepływowego amplitudy drgań łopatkowych są wielokrotnie niższe niż drgania w zakresie częstotliwości obrotowych. Amplitudy te są często na poziomie szumów.

Pomiar częstotliwości tych drgań w możliwie wąskim paśmie analizy i lokalizacja maksimum drgań może mieć znaczenie diagnostyczne. Diagnostyka tego rodzaju jest o tyle ważna i wskazana, że awarie układu przepływowego, szczególnie części wirujących są bardzo niebezpieczne gdyż prowadzą do dużych zniszczeń. Częstotliwości drgań, jakie mogą być generowane przez poszczególne stopnie układu przepływowego mogą być obliczone na podstawie ilości łopatek w tych stopniach [4.21, 4.22].

Podamy teraz kilka uwag w odnoszących się do turbozespołu 13K215.

Dopuszczalne zmiany wielkości mechanicznych podczas wzrostu obrotów lub w ruchu ustalonym

- Przed podaniem pary do turbiny ugięcie wirnika (mierzone czujnikami zegarowymi) nie może być większe niż 30 μm.

- Wzrost mimośrodowości wirnika w stosunku do mimośrodowości przy 100 obr/min nie może być większy niż 50 μm.
- Przy przechodzeniu przez obroty krytyczne dopuszczalny jest wzrost mimośrodowości o 50 μm.
- Amplituda drgań łożysk nie może przekroczyć 20 μm.
- Przesuw osiowy wirnika (pomiar w stojaku WP – SP) w kierunku generatora – max. +0,5 mm, a w kierunku bloku przedniego – 0,9 mm.
- Wydłużenie względne wirnika (względem korpusu) musi być w granicach:
  - blok przedni: $+4$ ... -1 mm,
  - stojak przedni NP: $+3,5$ ... -2 mm
  - stojak tylny NP: $+4,5$ ... $-2,5$ mm.
- Temperatura oleju na spływie z łożysk (wszystkich): 70 °C.
- Temperatura białego metalu łożysk (wszystkich): 75 °C.

Graniczne obciążenia łożysk

Naciski jednostkowe na czynną powierzchnię panwi:

- maksymalne: $p_{max} = 2$ MPa,
- minimalne: $p_{min} = 0,5$ MPa.

Wynikają stąd następujące dopuszczalne obciążenia łożysk: Dopuszczalne reakcje

	Dopuszczalna reakcja łożyskowa pionowa W_y [kN]	Dopuszczalna reakcja łożyskowa pozioma W_x [kN]
Łożysko nr 1	126	82
Łożysko nr 2	178	111
Łożysko nr 3	209	131
Łożysko nr 4	322	209
Łożysko nr 5	322	209
Łożysko nr 6	400	236
Łożysko nr 7	320	192

łożyskowe obliczono jako iloczyn maksymalnych ciśnień $p_{max} = 2$ MPa i rzutu powierzchni czynnej poszczególnych łożysk na płaszczyznę pionową i poziomą.

Kryterium stabilności łożysk

Przyjmuje się w praktyce, że rozwinięta niestabilność łożysk ma miejsce, gdy w widmie drgań są dominujące podharmoniczne:
1/2 X => ok. 1400 obr/min
2/3 X => ok. 1900 obr/min

Dopuszczalna maksymalna temperatura na wlocie do łożysk

$t_{wl} = 45°\text{C}$

Dopuszczalne drgania fundamentów turbin przy $n = 3000$ obr/min

turbogeneratory o mocy > 100 MW: 20 μm
turbogeneratory o mocy < 100 MW: 30 μm

Ocena części przepływowej turbiny na podstawie drgań korpusów w zakresie częstotliwości łopatkowych

Częstotliwości drgań, jakie mogą być generowane przez poszczególne stopnie układu przepływowego są związane z ilością łopatek kierowniczych i wirnikowych w stopniu zależnościami:

$$f_i^{(1)} = k_i f_n, \qquad f_i^{(2)} = w_i f_n,$$
$$f_i^{(3)} = (w_i - k_i) f_n/2, \qquad f_i^{(4)} = (w_i + k_i) f_n/2,$$
$$f_i^{(5)} = (w_i - k_{i+1}) f_n/2, \qquad f_i^{(6)} = (w_i + k_{i+1}) f_n/2,$$

gdzie:

f_i[Hz] – częstotliwość drgań wymuszonych w stopniu i,
f_n [obr/s] – prędkość obrotowa wirnika,
i – numer stopnia turbiny,
k – ilość łopatek kierowniczych w stopniu i turbiny,
w – ilość łopatek wirnikowych w stopniu i turbiny.

Na ogół najsilniejsze są drgania przy częstotliwościach $f_i^{(1)}$ i $f_i^{(2)}$.

Znając ilość łopatek kierowniczych i wirnikowych poszczególnych stopni turbiny można obliczyć częstotliwości generowanych przez nie drgań [4.11, 4.12]. Stwierdzenie wzrostu drgań o częstotliwości f_i w obrazie drgań turbiny może świadczyć o awarii i-tego stopnia układu przepływowego turbiny (awarii ułopatkowania tego stopnia).

W załączonej tabeli 4.12 zestawiono częstotliwości drgań wymuszonych, generowanych przez wszystkie stopnie części WP turbiny 13K215. Podobne tabele można utworzyć dla części SP i NP tej turbiny gdy znane są ilości łopatek w poszczególnych stopniach tych części.

4.7 Pasma analizy widmowej

Drgania rzeczywistych obiektów są na ogół mieszaniną drgań o różnych częstotliwościach. Rozdział tych drgań na poszczególne składowe elementarne lub na pasma w pewnych zakresach częstotliwości nosi nazwę analizy widmowej. Takie podejście umożliwia powiązanie amplitudy drgań z częstotliwością i ułatwia tym samym powiązanie obserwowanych drgań z ich przyczyną, co ma duże znaczenie w diagnostyce.

Analizę widmową można prowadzić dwoma sposobami:

Tabela 4.12. Częstotliwości wymuszeń drgań przez układ przepływowy części WP turbiny 13K215

Wzór obliczeniowy	Nr stopnia części WP											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
k_i	114	124	124	124	124	124	124	124	164	164	120	120
w_i	37	92	92	30	34	34	34	36	36	36	36	36
$f_i^{(1)} = k_i f_n$	5700	6200	6200	6200	6200	6200	6200	6200	8200	8200	6000	6000
$f_i^{(2)} = w_i f_n$	1850	4600	4600	1500	1700	1700	1700	1800	1800	1800	1800	1800
$f_i^{(3)} = (w_i\text{-}k_i) f_n/2$	1925	800	800	2350	2250	2250	2250	2200	3200	3200	2100	2100
$f_i^{(4)} = (w_i+k_i) f_n/2$	3775	5400	5400	3850	3950	3950	3950	4000	5000	5000	3900	3900
$f_i^{(5)} = (w_i\text{-}k_{i+1}) f_n/2$	550	800	2350	2250	2250	2250	2200	2200	3200	3200	2100	–
$f_i^{(6)} = (w_i+k_{i+1}) f_n/2$	5150	5400	3850	3950	3950	3950	400	400	5000	5000	3900	–

Objaśnienia:
k_i – ilość łopatek stopnia i wirnika,
w_i – ilość łopatek kierownicy stopnia i,
przyjęto $f_n = 50$ Hz
wynikowe częstotliwości wymuszeń f_i podano Hz.

- na drodze sprzętowej – wówczas sygnał przepuszcza się przez zespół filtrów pasmowo-przepustowych o nastawialnych częstotliwościach granicznych rozdzielających sygnał na żądane pasma,
- na drodze matematycznej, poddając analizie widmowej sygnał zdyskretyzowany za pomocą przetworników analogowo-cyfrowych i utrwalony w formie zbiorów liczb.

Dla celów analizy poziomu drgań definiuje się:

- szerokość pasma analizy $\Delta f = f_2 - f_1$,
- częstotliwość środkową $f_s = \sqrt{f_1 \cdot f_2}$.

Częstotliwość środkowa pasma i szerokość pasma są znormalizowane. Częstotliwości te tworzą postęp geometryczny (wartości są zaokrąglane). Znormalizowane częstotliwości środkowe wyszczególniono w tabeli 4.13.

Odległości między częstotliwościami wyraża się w wielkościach względnych zwanych oktawami. Definicja oktawy jest następująca: $N[\text{oktaw}] = \frac{\log(f/f_0)}{\log 2}$
Z definicji tej wypływają następujące wnioski:

- określenie „częstotliwość o oktawę wyższa od f_0" oznacza częstotliwość $2f_0$ ($N = 1$ oktawa),
- określenie „częstotliwość o oktawę niższa od f_0" oznacza częstotliwość $0,5f_0$ ($N = -1$ oktawa),
- ogólnie częstotliwość o N oktaw wyższa/niższa od f_0 oznacza częstotliwość $f = f_0 2^N$, gdzie N jest liczbą całkowitą lub ułamkową, dodatnią lub ujemną.

Uwagi

Względna szerokość pasma (w stosunku do częstotliwości środkowej) $\Delta f/f_s$ jest stała. Bezwzględna szerokość pasma jest proporcjonalna do częstotliwości środkowej, a więc w wartościach bezwzględnych jest zmienna.
Względne odległości między częstotliwościami środkowymi analizy lub filtrów są wyrażane w oktawach. Względną szerokość wąskich pasm podaje się w procentach.

Tabela 4.13. Znormalizowane częstotliwości środkowe analizy drgań i filtrów pasmowych

f Hz	oktawy			f Hz	oktawy			f Hz	oktawy		
	1/1	1/2	1/3		1/1	1/2	1/3		1/1	1/2	1/3
16	x	x	x	160			x	1600			x
18				180		x		1800			
20			x	200			x	**2000**	x	x	x
22,4		x		224				2240			
25			x	**250**	x	x	x	2500			x
28				280				2800		x	
31,5	x	x	x	315			x	3150			x
35,5				355				3550			
40			x	400			x	**4000**	x	x	x
45		x		450				4500			
50			x	**500**	x	x	x	5000			x
56				560				5600		x	
63	x	x	x	630			x	6300			x
71				710		x		7100			
80			x	800			x	**8000**	x	x	x
90		x		900				9000			
100			x	**1000**	x	x	x	**10000**			x
112				1120				11200		x	
125	x	x	x	1250			x	12500			x
140				1400		x		14000			
160				1600			x	**16000**	x	x	x

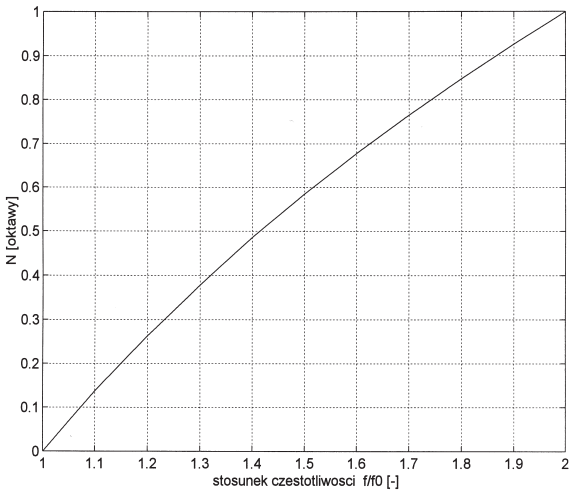
Objaśnienia do tabeli:

1. tłustym drukiem zaznaczono częstotliwości środkowe dla filtrów oktawowych, które są zalecane,

2. częstotliwości zalecane (zwykle częstotliwości środkowe filtrów tercjowych) podkreślono,

3. częstotliwości środkowe filtrów dla danych szerokości pasma analizy oznaczono „x".

Związek między oktawami a stosunkiem częstotliwości w zakresie jednej oktawy przedstawia wykres na rys. 4.5. Na rys. 4.6 pokazano wykresy umożliwiające zamianę stosunku częstotliwości na oktawy (i odwrotnie) w zakresach praktycznie stosowanych stosunków częstotliwości dla celów pasmowej analizy drgań. Prowadząc analizę widmowa w różnych szerokościach pasma otrzymuje się różne

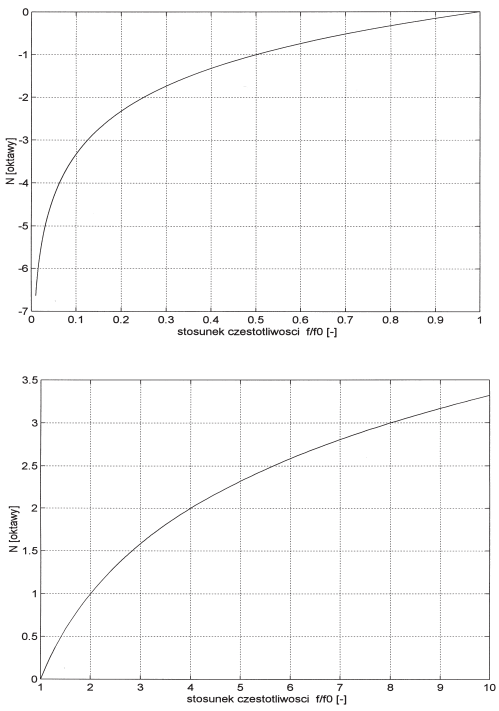


Rys. 4.5. Związek między oktawami a stosunkiem częstotliwości w zakresie jednej oktawy [4.29]

wykresy widmowe tego samego zjawiska. Wybór szerokości pasma analizy musi być dostosowany do potrzeb i charakteru analizowanych drgań. Na rys. 4.7 przedstawiono pęk wykresów widmowych wykonanych na podstawie analizy tego samego sygnału, ale w różnych szerokościach pasma analizy.

W tabeli 4.14 zamieszczono najczęściej stosowane szerokości pasm analizy wyrażone w oktawach. Podano ich nazwy, względne szerokości pasm oraz sposób obliczenia częstotliwości skrajnych gdy dana jest częstotliwość środkowa.

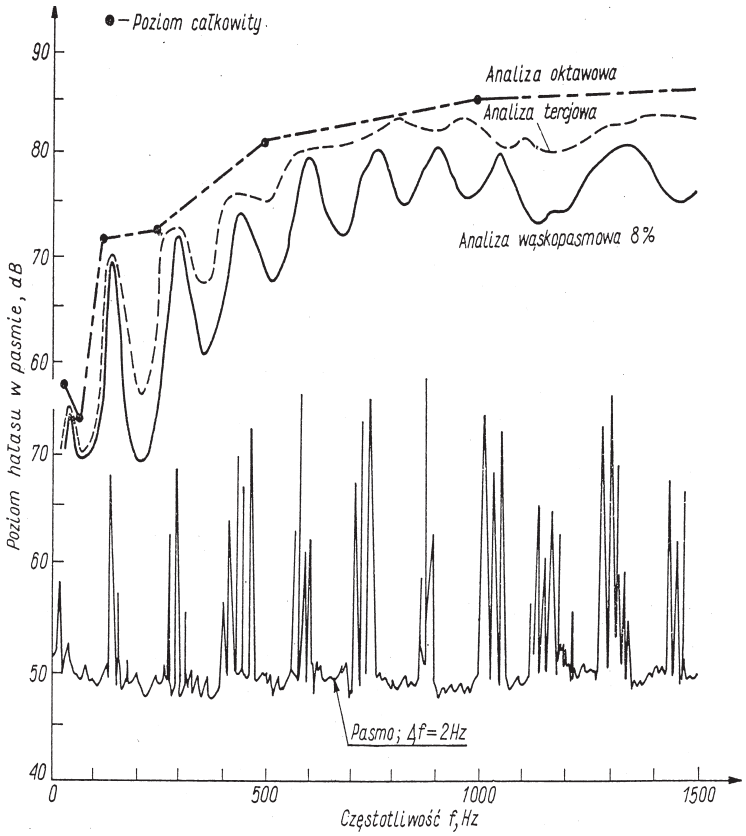
Przykład ilustrujący wygląd widma drgań (hałasu łożyska tocznego) przy zastosowaniu analizy o różnej szerokości pasma [4.29].



Rys. 4.6. Wykresy umożliwiające zamianę stosunku częstotliwości na oktawy w zakresach praktycznie stosowanych stosunków częstotliwości podczas pasmowej analizy drgań [4.29]

Tabela 4.14. Najczęściej stosowane szerokości pasm analizy i ich charakterystyka

Nazwa	N	Względna szerokość pasma (f_2/f_1)			$f_1/f_s=1/(2^{(N/2)})$	$f_2/f_s=2^{(N/2)}$
		2^N	[–]	[%]		
dekadowe	3,322	$2^{3,322}$	10	–	0,3162	3,162
dwuoktawowe	2	2^2	4	–	0,5	2
oktawowe	1	2^1	2	–	0,707	1,41
półoktawowe	1/2	$2^{1/2}$	1,41	41%	0,841	1,19
tercjowe	1/3	$2^{1/3}$	1,26	26%	0,891	1,12
$^1/_4$ oktawowe	1/4	$2^{1/4}$	1,19	19	0,917	1,09
$^1/_6$ oktawowe	1/6	$2^{1/6}$	1,12	12	0,944	1,06
$^1/_{12}$oktawowe	1/12	$2^{1/12}$	1,06	6	0,972	1,03
$^1/_{24}$oktawowe	1/24	$2^{1/24}$	1,03	3	0,986	1,015



Rys. 4.7. Przykład ilustrujący wygląd widma drgań (hałasu łożyska tocznego) przy zastosowaniu analizy o różnej szerokości pasma [4.29]

4.8 Logarytmiczna skala poziomu intensywności drgań

Z punktu widzenia diagnostyki drganiowej dla oceny bezpieczeństwa pracy maszyny często ważniejsza od **poziomu** intensywności drgań jest **zmiana poziomu** intensywności drgań. Dlatego bardziej właściwe jest posługiwanie się stosunkiem bieżącego poziomu drgań do ustalonego wcześniej poziomu odniesienia.

Stosunek dwóch wielkości charakteryzujących poziom drgań przyjęło się wyrażać w praktyce w skali logarytmicznej, zdefiniowanej następująco:

$$L[\mathrm{dB}] = 10 \cdot \log_{10}(\frac{P}{P_0}) = 10 \cdot \log_{10}(\frac{X^2}{X_0^2}) = 20 \cdot \log_{10}(\frac{X}{X_0})$$

gdzie:

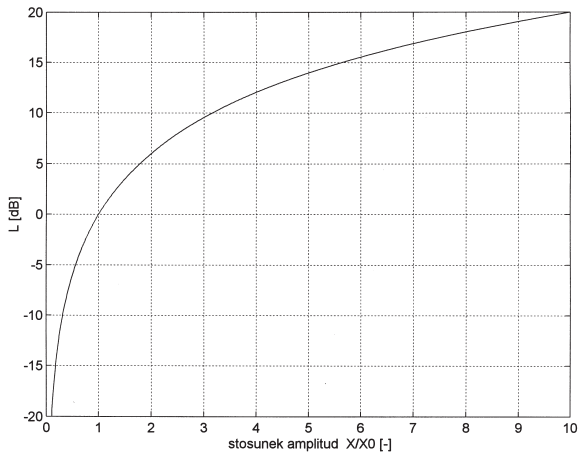
L [dB] – względny poziom stosunku dwóch wielkości,
P – moc drgań
P_0 – moc odniesienia,
X – amplituda drgań,
X_0 – amplituda odniesienia.

Wynika stąd, że zmiana amplitudy:

$$\begin{aligned} X/X_0 = 2 &\rightarrow L = 20\log_{10} 2 = 6 \text{ dB}, \\ X/X_0 = 4 &\rightarrow L = 20\log_{10} 2 = 12 \text{ dB}, \\ X/X_0 = 8 &\rightarrow L = 20\log_{10} 2 = 18 \text{ dB}, \\ X/X_0 = 16 &\rightarrow L = 20\log_{10} 2 = 24 \text{ dB}. \\ &..... \end{aligned}$$

Uogólniając: dwukrotna zmiana amplitudy drgań oznacza wzrost poziomu drgań o 6 dB.

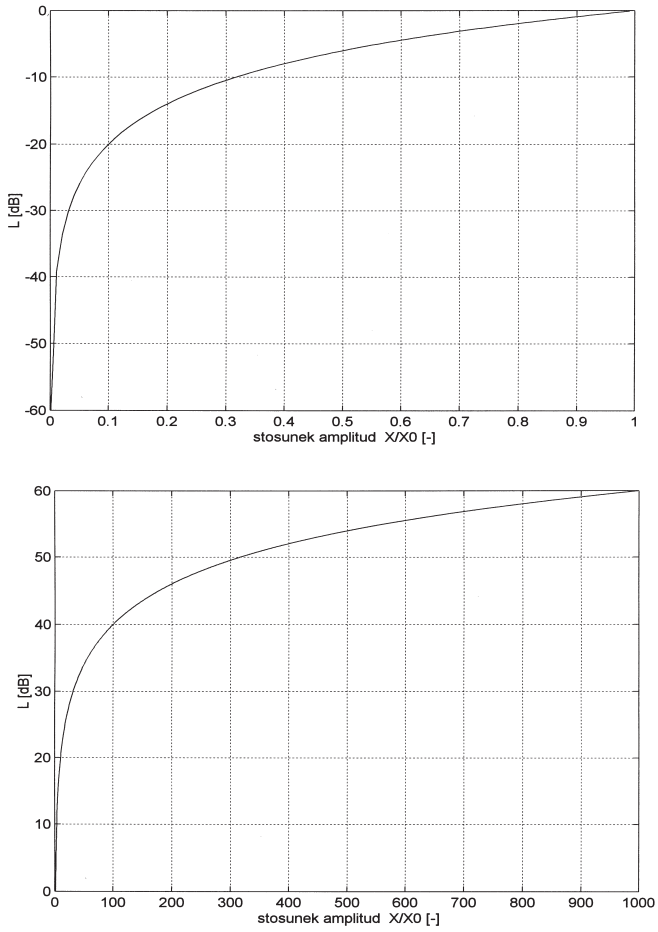
Wykresy na rysunkach 4.8 i 4.9 pozwalają na zgrubne, ale szybkie przeliczenie stosunku amplitud drgań wyrażonych w skali liniowej i logarytmicznej. Dokładnych przeliczeń można dokonać za pomocą podanych powyżej wzorów. Rys. 4.8 dotyczy stosunku amplitud odpowiadającego okolicom 0 dB, a rys. 4.9 został wykonany dla szerokiego zakresu stosunku amplitud od 0 do 1000 w dwóch podzakresach.



Rys. 4.8. Wykres do przeliczania stosunku amplitud na decybele w zakresie stosunku amplitud odpowiadającego okolicom 0 dB [4.29]

Norma ISO1683 zaleca następujące znormalizowane wartości amplitudy wielkości charakteryzujących poziom odniesienia drgań:

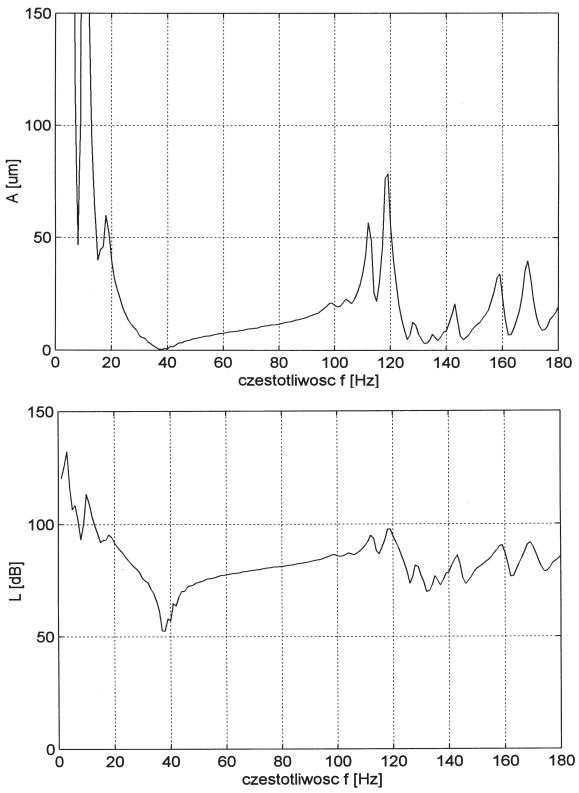
- przemieszczenia = 10^{-12} m,
- prędkości = 10^{-9} m/s,
- przyspieszenia = 10^{-6} m/s^2.



Rys. 4.9. Wykresy pozwalające na szybkie przeliczenie stosunku amplitud drgań wyrażonych w skali liniowej i logarytmicznej dla zakresy stosunku amplitud od 0 do 1000 w dwóch podzakresach [4.29]

Dla drgań harmonicznych o częstości kołowej $\omega = 1000$ rad/s, co odpowiada częstotliwości $f = 159$ Hz, amplitudy przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń są liczbowo równe.

Oprócz przypadków oczywistych, poziom odniesienia powinien być zawsze podawany, gdy poziom drgań jest wyrażany w decybelach, a potrzebna jest znajomość bezwzględnych wartości poziomu drgań. Jednakże jest prawidłowe stwierdzenie, że „poziom drgań jest o 20 dB wyższy niż poprzednio". Wówczas poziomem odniesienia jest stan „poprzedni", który niekoniecznie musi być podany, gdy potrzebna jest tylko informacja o zmianie poziomu drgań.



Rys. 4.10. Porównanie wykresów tego samej zależności (amplitudy drgań wymuszonych stojaka łożyskowego w funkcji częstotliwości) gdy amplituda drgań wyrażona jest w skali liniowej i w decybelach. Poziom odniesienia $A_0 = 10^{-12}\ m$

Przykłady:

- Zmiana amplitudy drgań dwukrotna, $X/X_0 = 2 \rightarrow L = 20 \log_{10} 2 = 6$ dB, nie jest istotna z punktu widzenia eksploatacji maszyny.

- Zmiana amplitudy drgań sześciokrotna, $X/X_0 = 6 \rightarrow L = 20 \log_{10} 6 = 16$ dB, oznacza zmianę stanu maszyny z dobrego na niedopuszczalny.

- Na przykładowym rysunku 4.10 porównać można wykresy tej samej zależności (amplitudy drgań wymuszonych stojaka łożyskowego w funkcji częstotliwości), gdy amplituda drgań przedstawiona jest w skali liniowej i w decybelach. Jako poziom odniesienia przyjęto wartość znormalizowaną $X_0 = 10^{-12}$ m.

4.9 Wartości graniczne wyznaczone metodą niezawodności symptomowej

W Instytucie Energetyki w Warszawie (w zespole prof. Zenona Orłowskiego) opracowana została oryginalna metoda oceny stanu technicznego maszyn [4.5, 4.6]. Stosuje się ją w odniesieniu do maszyn będących w stanie zdolności do pracy (a więc nie w stanie awaryjnym). Oparta jest ona **na niezawodności symptomowej** bazującej na ogólnym modelu procesora energii. Na jej podstawie można określić pewien zbiór danych kryterialnych zwanych dalej **wartościami granicznymi** dla obiektu lub pewnej klasy obiektów. Oceny dokonuje się poprzez śledzenie na bieżąco i porównywanie wybranych symptomów diagnostycznych z wyznaczonymi wcześniej wartościami granicznymi.

Osiągnięcie przez symptom poziomu granicznego nie stwarza bezpośredniego zagrożenia dla eksploatacji, ale świadczy o tym, że proces pogarszania się stanu technicznego osiągnął etap, na którym konieczne jest zastosowanie pewnych dodatkowych środków, np. obniżenie parametrów pracy, rozszerzenie nadzoru, czy przyśpieszenie remontu. Wartości granicznych nie należy mylić z powszechnie stosowanymi w eksploatacji, zwykle znormalizowanymi wartościami dopuszczalnymi: ostrzegawczymi lub alarmowymi, świadczącymi o stanie awarii maszyny. Te ostatnie pojawiają się na ogół nagle i wymagają szybkiej reakcji i ustalane są ze względów bezpieczeństwa.

Metoda została rozwinięta i praktycznie zastosowana w systemie diagnostycznym DT200 dla turbozespołów energetycznych [4.6]. Opracowane zostały modele amplitudowo-częstotliwościowe turbin w szerokim paśmie częstotliwości, od subharmonicznych do łopatkowych. W wyniku tych prac modelowych i pomiarowych w elektrowniach opracowano bazowe widma drgań wielu krajowych turbin, począwszy od 25 MW aż do 500 MW. Badania te umożliwiły również opracowanie relacji diagnostycznych miedzy sygnałem a stanem technicznym turbiny.

Bazowe widma drgań oraz eksperymentalne bazy danych dla konkretnych turbozespołów były podstawą określenia parametrów modelu niezawodności symptomowej, a następnie wartości granicznych drgań w pasmach częstotliwości wynikających z modeli wibrodiagnostycznych. Punktem wyjścia dla określenia wartości granicznych w oparciu o niezawodność symptomową jest w tym przypadku model procesora energii, opracowany przez prof. Cempla [4.2, 4.4, 4.9]. Traktuje on każdy obiekt techniczny jako przetwornik energii, której część jest akumulowana w urządzeniu. Ta część energii jest miarą zaawansowania procesu degradacji obiektu i może stanowić dane dla modelu niezawodności symptomowej. Wartości graniczne można także oszacować z analizy trendów drgań, wówczas jednak musza być dostępne dane obejmujące długi okres obserwacji maszyny.

Niezawodność symptomową zdefiniowano jako prawdopodobieństwo, że pewien symptom dla obiektu będącego w stanie zdolności do pracy przekroczy określoną wartość. Z tej definicji wynika postać funkcji niezawodności symptomowej. Operacje matematyczne na tej funkcji, przy odwołaniu się do statystycznej teorii decyzji i przy wyborze najwłaściwszego operatora symptomowego (zwykle operatora Pe-

Tabela 4.15. Bazowe poziomy prędkości drgań bezwzględnych dla turbozespołu 13K215

Punkt pomiaru	kierunek	Bazowa prędkość drgań [mm/s] w tercji o częstotliwości środkowej						
	pomiaru	20 Hz	25 Hz	40 Hz	50 Hz	100 Hz	160 Hz	200 Hz
łożysko 1	pionowy	0,08	0,10	0,05	0,07	0,17	0,04	0,06
	poziomy	0,05	0,09	0,06	0,41	0,43	0,12	0,15
	osiowy	0,06	0,14	0,11	0,17	0,24	0,09	0,14
łożysko 2	pionowy	0,09	0,09	0,05	0,23	0,33	0,07	0,10
	poziomy	0,03	0,05	0,04	0,62	0,62	0,12	0,15
	osiowy	0,08	0,09	0,04	0,10	0,12	0,08	0,17
łożysko 3	pionowy	0,03	0,05	0,03	0,47	0,79	0,16	0,06
	poziomy	0,02	0,08	0,03	1,08	1,05	0,47	0,08
	osiowy	0,04	0,05	0,05	0,74	0,70	0,36	0,15
łożysko 4	pionowy	0,02	0,04	0,03	0,67	0,84	0,05	0,07
	poziomy	0,02	0,05	0,04	0,34	0,51	0,13	0,06
	osiowy	0,04	0,04	0,04	0,55	1,07	0,17	0,12
kadłub NP przód	pionowy	0,02	0,04	0,04	0,20	0,28	0,08	0,08
	poziomy	0,02	0,04	0,04	0,28	0,87	0,08	0,12
	osiowy	0,04	0,06	0,05	0,48	1,02	0,08	0,11
kadłub NP tył	pionowy	0,02	0,02	0,04	0,29	0,63	0,08	0,07
	poziomy	0,01	0,02	0,02	0,27	0,70	0,08	0,09
	osiowy	0,03	0,05	0,04	0,58	0,91	0,08	0,08
łożysko 5	pionowy	0,01	0,02	0,02	0,78	0,51	0,05	0,07
	poziomy	0,01	0,03	0,03	0,28	0,93	0,08	0,06
	osiowy	0,03	0,04	0,03	0,72	1,13	0,16	0,15
łożysko 6	pionowy	0,02	0,02	0,02	0,31	0,93	0,04	0,05
	poziomy	0,01	0,02	0,02	0,25	1,07	0,09	0,13
	osiowy	0,03	0,04	0,03	0,56	1,10	0,11	0,19
łożysko 7	pionowy	0,02	0,03	0,01	0,21	0,45	0,05	0,02
	poziomy	0,01	0,02	0,02	0,45	0,43	0,13	0,13
	osiowy	0,01	0,02	0,02	0,22	0,94	0,06	0,05

Tabela 4.16. Graniczne poziomy prędkości drgań bezwzględnych dla turbozespołu 13K215

Punkt pomiaru	kierunek	Graniczna prędkość drgań [mm/s] w tercji o częstotliwości środkowej						
	pomiaru	20 Hz	25 Hz	40 Hz	50 Hz	100 Hz	160 Hz	200 Hz
łożysko 1	pionowy	0,46	0,56	0,29	0,41	0,98	0,23	0,36
	poziomy	0,27	0,52	0,36	2,33	2,42	0,69	0,84
	osiowy	0,36	0,76	0,64	0,95	1,37	0,53	0,76
łożysko 2	pionowy	0,52	0,48	0,30	1,32	1,86	0,40	0,56
	poziomy	0,19	0,30	0,25	3,47	3,48	0,66	0,85
	osiowy	0,45	0,51	0,24	0,57	0,70	0,47	0,94
łożysko 3	pionowy	0,14	0,28	0,19	2,64	4,42	0,87	0,35
	poziomy	0,10	0,42	0,16	6,06	5,92	2,63	0,48
	osiowy	0,24	0,25	0,26	4,14	3,96	2,02	0,82
łożysko 4	pionowy	0,11	0,21	0,15	3,78	4,73	0,29	0,42
	poziomy	0,11	0,25	0,24	1,91	2,86	0,73	0,34
	osiowy	0,24	0,24	0,24	3,10	6,02	0,96	0,69
kadłub NP przód	pionowy	0,13	0,24	0,24	1,10	1,56	0,43	0,46
	poziomy	0,11	0,25	0,20	1,57	4,90	0,43	0,65
	osiowy	0,24	0,33	0,28	2,69	5,73	0,46	0,64
kadłub NP tył	pionowy	0,12	0,13	0,22	1,62	3,55	0,47	0,41
	poziomy	0,07	0,11	0,14	1,53	3,96	0,43	0,53
	osiowy	0,16	0,26	0,25	3,27	5,13	0,43	0,42
łożysko 5	pionowy	0,08	0,12	0,10	4,39	2,88	0,30	0,42
	poziomy	0,06	0,15	0,14	1,58	5,25	0,43	0,34
	osiowy	0,14	0,25	0,18	4,03	6,35	0,91	0,84
łożysko 6	pionowy	0,12	0,12	0,09	1,73	5,24	0,21	0,28
	poziomy	0,06	0,10	0,10	1,38	6,01	0,49	0,75
	osiowy	0,16	0,24	0,19	3,17	6,18	0,60	1,06
łożysko 7	pionowy	0,11	0,16	0,06	1,17	2,56	0,31	0,13
	poziomy	0,05	0,09	0,09	2,55	2,44	0,72	0,73
	osiowy	0,08	0,13	0,09	1,23	5,26	0,33	0,31

reto lub Weibulla), pozwalają wyznaczyć konkretne liczbowe wartości graniczne [4.1, 4.3, 4.7].

Wartość graniczna jest takim argumentem funkcji niezawodności symptomowej, dla którego wartość funkcji jest równa stosunkowi prawdopodobieństwa wykonania zbędnej naprawy (A) do dyspozycyjności obiektu (G), a więc A/G. W praktyce stosunek ten jest interpretowany jako dopuszczalny procent zbędnych napraw przy stosowaniu przez użytkownika powyższej metody w polityce remontowej. W pracach autorów metody sugeruje się wartości tego stosunku na poziomie 0,01... 0,03 z preferencją wartości najniższej.

Wartości drgań mierzone na bieżąco na turbozespole powinny mieścić się w przedziale między wartościami bazowymi a granicznymi. Przekroczenie wartości granicznych sugeruje zużycie eksploatacyjne elementów maszyny i powinno spowodować podjęcie odpowiednich kroków – niekoniecznie jednak wyłączenie maszyny z eksploatacji.

Jak wynika z powyższego, nie jest możliwe podanie jednego zbioru wartości granicznych dla całej klasy urządzeń podobnych. Powinny być one obliczone dla każdego obiektu indywidualnie. W literaturze można znaleźć przykłady mocno różniących się wartości granicznych nawet dla tego samego turbozespołu przed remontem modernizacyjnym i po remoncie [4.10].

W tabelach podano przytoczone w [4.6] poziomy prędkości drgań dla jednej z turbin 13K215 opracowane przez Instytut Energetyki: w tabeli 4.15 bazowe, a w tabeli 4.16 graniczne. Między wartościami bazowymi i granicznymi powinny się mieścić prędkości drgań mierzone na turbinie. Wartości te należy traktować jako przykładowe i nie należy ich ściśle przyporządkowywać do całej populacji turbin tej klasy.

4.10 Klasyfikacja defektów możliwych do oceny na podstawie symptomów

Zagadnienie związków defektów z ich symptomami jest na tyle obszerne, że w niniejszej monografii ograniczymy się tylko do podziału defektów i odpowiadających im symptomów na pewne klasy ze względu na lokalizację defektów i charakter symptomów. Każdy z elementów tych zestawień może być dowolnie szeroko rozwijany, a najważniejsze są przedmiotem bardziej szczegółowych rozważań.

Na podstawie danych zaczerpniętych z [4.11] przedstawiono wykaz elementów elektrowni cieplnych, których wpływ na dyspozycyjność elektrowni jako całości jest największy. Wykaz jest uporządkowany hierarchicznie w ten sposób, że na początku listy są elementy o największej zawodności. Zestaw ten powstał w oparciu o badania statystyczne przeprowadzone przez ekspertów na podstawie danych pochodzących z państw UNIPEDE (Unii Producentów i Dystrybutorów Energii Elektrycznej).

Przedstawiony został też ranking symptomów, które w najlepszym stopniu są odzwierciedleniem uszkodzenia turbiny 13K215. Ranking sporządzono na podstawie [4.12]. Zaproponowana została klasyfikacja wad i niesprawności turbiny z

podziałem na poszczególne jej części. Klasyfikację oparto na pracy [4.12].

Najbardziej krytyczne elementy podstawowych urządzeń elektrowni cieplnej o najwyższym wpływie na niedyspozycyjność w państwach UNIPEDE

Kocioł	**Turbina**
1. Podgrzewacz wody	1. Łopatki kierownicze
2. Ściany rurowe, parownik	2. Łopatki wirnika
3. Przegrzewacz	3. Wirnik
4. Przegrzewacz wtórny	4. Kadłub
5. Zawory po stronie wody	5. Łożyska
6. Zawory po stronie pary	6. Uszczelnienia
7. Rurociągi	7. Układ smarowania
8. Układ młynowy z podajnikiem	8. Hydrauliczny układ smarowania
9. Palniki, ruszty, cyklony	9. Elektryczne układy pomiarowe kontrolne i zabezpieczające
10. Podgrzewacz powietrza	10. Rurociągi w rejonie turbiny i przegrzewacz
11. Odpopielanie	11. Zawory i zawory jednokierunkowe
12. Wentylatory z napędem	12. Układ filtracji pary
13. Obmurza	13. Układ kondensacji
14. Elektryczne układy pomiarowe, kontrolne i zabezpieczające	14. Inne
Generator	**Inne**
15. Wirnik (z łożyskami, wałem, układem uszczelnień)	Przygotowanie chemiczne wody
16. Stojan	Podgrzewacz wody zasilającej, odgazowywacz, zbiornik
17. Układ chłodzenia	Pompa wody zasilającej z napędem
18. Wzbudnica	Chłodnie kominowe
19. Elektryczne układy pomiarowe, kontrolne i zabezpieczające	Główny układ wody chłodzącej
20. Inne	Główna pompa kondensatu z napędem
	Wyposażenie elektryczne
	Inne

Zestawienie najbardziej istotnych symptomów uszkodzeń oraz najczęstszych uszkodzeń dla turbin typu 13K215

Na podstawie wieloletnich badań turbin 13K215 określono ranking symptomów uszkodzeń lub odchyleń od stanu normalnego dla tego typu turbin:

1. ewolucja poziomu drgań bezwzględnych,
2. lokalizacja wzrostu drgań,
3. widma drgań w stanie ustalonym pracy turbiny,
4. widma drgań w stanie nieustalonym,
5. widma drgań w funkcji: próżni, mocy czynnej i biernej oraz temperatury metalu łożysk,
6. przebiegi czasowe drgań,
7. przemieszczenia pionowe łożysk w stanie ustalonym i nieustalonym,
8. mimośrodowość,
9. wektory drgań względnych,
10. wydłużenie względne i bezwzględne części WP, SP i NP,
11. parametry oleju (smarnego, lewarowego, regulacyjnego),
12. częstości i postacie własne drgań elementów wirujących i stałych.

Klasyfikacja wad i nieprawidłowości dla podzespołów turbiny 13K215

Wirnik WP, SP i NP

1. Niewyważenia związane z:
   (a) trwałym wygięciem wirnika
   (b) trwałym ubytkiem materiału (np. urwaniem części jednej, kilku lub wypadnięciem kilkudziesięciu łopatek)
   (c) z obecnością cieczy w otworze centralnym
   (d) z przejściowym wygięciem powodowanym zmianą warunków pracy, np. przez nadmierne schładzanie dolnej części kadłuba
2. Poprzeczne, zamknięte lub otwarte pęknięcie wirnika
3. Ocieranie elementów wirnika (bandaże, uszczelnienia)
4. Poluzowanie elementów wirnika
5. Różnorodne rozosiowania wirników
6. Różnorodne uszkodzenia elementów sprzęgieł sztywnych, półsztywnych i elastycznego
7. Zaburzenia aerodynamiczne w przepływie pary
8. Rezonans wirników

Kadłuby WP, SP i NP.

1. Różnorodne zewnętrzne i wewnętrzne pęknięcia kadłubów
2. Poluzowania mocowania kadłubów

3. Uszkodzenia prowadnic ślizgowych kadłubów
4. Pionowe, poprzeczne i osiowe przemieszczenia kadłubów względem wirników powyżej wartości dopuszczalnych (powodowane np. przez niewłaściwe dylatacje rurociągów parowych itp.)
5. Rezonans kadłubów

Stojaki i fundamenty

1. Pęknięcia stojaków i fundamentów
2. Osiadanie fundamentów
3. Poluzowania mocowania stojaków
4. Uszkodzenia prowadnic ślizgowych stojaków
5. Rezonans stojaków

Łożyska nośne i oporowe

1. Spadek ciśnienia oleju poniżej dopuszczalnego we wszystkich fazach ruchu wirnika (powodujący nieraz zanik smarowania)
2. Zanieczyszczony olej
3. Niedociążenie łożyska
4. Przeciążenie łożyska
5. Luzowanie się elementów łożyska (poduszek, pokryw, białego metalu)
6. Nieosiowość ustawienia łożysk
7. Uszkodzenia łożysk powodowane przekroczeniem dopuszczalnych luzów
8. Zaburzenia olejowe (kawitacja, małe i duże drgania olejowe)

4.10.1 Możliwe do zamodelowania klasy defektów w oparciu o system MESWIR

System MESWIR a zwłaszcza blok programów serii NLDW (patrz: rozdział 3) jest złożonym systemem komputerowym umożliwiającym analizę wpływu wybranych imperfekcji konstrukcyjnych i eksploatacyjnych oraz analizę wpływu wymuszeń zewnętrznych na dynamikę maszyn wirnikowych i postać sprzężonych form drgań w zakresie nieliniowym wielopodporowych wirników ułożyskowanych ślizgowo.

Analiza nieliniowa z wykorzystaniem narzędzi badawczych jakimi są programy NLDW umożliwia zaawansowane aplikacje w diagnostyce obiektów energetycznych, takich jak turbozespoły dużej mocy. Możliwe bowiem staje się modelowanie różnego rodzaju defektów w pracy tych obiektów, co następnie umożliwia analizę ich symptomów na podstawie nieeliptycznych kształtów trajektorii i widm drgań. Nieeliptyczne i niesinusoidalne przebiegi przemieszczeń dynamicznych wybranych węzłów układu kryją w sobie różnego rodzaju defekty, a ich analiza za pomocą widm drgań umożliwia budowę katalogów relacji diagnostycznych [4.17]-[4.20], [4.23]-[4.26], [4.28]. Przypomnijmy, iż system MESWIR umożliwia modelowanie następujących klas defektów, typowych dla dużych obiektów energetycznych:

1. niewyważenie wirnika,
2. przemieszczenie termiczne i montażowe podpór,
3. spadek sztywności stojaków,
4. zmiany luzów w łożyskach (również wskutek deformacji termosprężystych i zacisku wstępnego),
5. zmiana temperatury i ciśnienia oleju zasilającego łożyska,
6. wymuszenia asynchroniczne (np. siły elektryczne w generatorze o częstotliwości $2n$),
7. pęknięcie w wirniku,
8. przekoszenie czopów łożyskowych: kątowe, promieniowe, promieniowo-kątowe,
9. błędy centrowania sprzęgieł,
10. nieprzyleganie stopy stojaków do fundamentu,
11. zmiana sztywności elementów konstrukcyjnych korpusu,
12. zmiany właściwości podłoża fundamentu.

Jako przykład możliwości systemu MESWIR przedstawimy teraz fragment analizy odnoszący się do niestabilności hydrodynamicznej łożysk ślizgowych.

4.10.2 Niestabilność hydrodynamiczna łożysk ślizgowych

Niestabilność hydrodynamiczna jest charakterystyczna dla łożysk słabo obciążonych, a do takich należą łożyska turbozespołów energetycznych. Objawia się ona w postaci wzmożonych drgań czopów łożyskowych w określonych warunkach w postaci tzw. małych drgań olejowych zwanych popularnie wirami olejowymi lub w postaci rozwiniętej niestabilności, zwanej biciem olejowym. Systematyczne badania tego zjawiska zaprezentowane zostaną w rozdziale 5.

Przyczyny

Podstawy teoretyczne zjawiska i bliższe wyjaśnienia dotyczące niestabilności łożysk ślizgowych, jak również metod opisu filmu smarnego zostały zawarte w [4.14]. Tutaj ograniczamy się do wiadomości, jakie mogą być wykorzystane w praktyce.

Niestabilność hydrodynamiczna łożysk ślizgowych wynika bezpośrednio z fizycznych własności filmu smarnego. Film olejowy charakteryzuje się między innymi sztywnością, którą opisują cztery współczynniki:

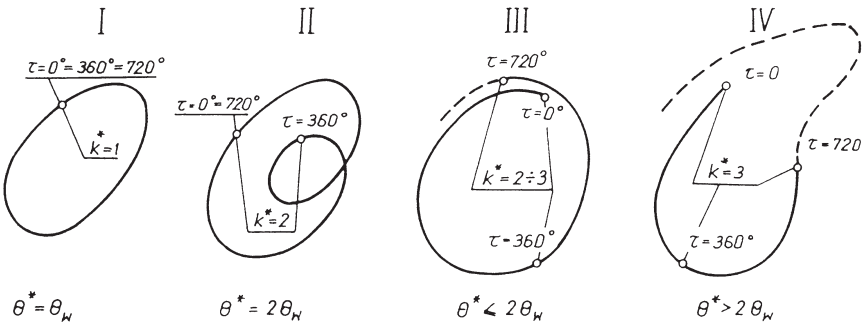
- **dwa główne** c_{11} **i** c_{22} – gdy kierunki działania składowej wypadkowej siły i przemieszczenia środka czopa pokrywają się i leżą odpowiednio w płaszczyźnie poziomej i pionowej;
- **dwa tzw. „skośne”** c_{12} **i** c_{21} – gdy kierunki działania składowej wypadkowej siły i przemieszczenia są do siebie prostopadłe.

Cechą charakterystyczną łożysk ślizgowych jest nierówność nie tylko głównych współczynników sztywności $c_{11} \neq c_{22}$, ale przede wszystkim nierówność (anizotropia) „skośnych" współczynników sztywności $c_{12} \neq c_{21}$, co oznacza, że łożyska ślizgowe nie zachowują się jak typowy układ mechaniczny. Bezpośrednią przyczyną niestabilności hydrodynamicznej jest właśnie anizotropia „skośnych" współczynników sztywności.

Niestabilność hydrodynamiczna może się objawiać dwojako: jako tzw. małe drgania olejowe lub duże drgania olejowe. Mogą one wystąpić w sprzyjających warunkach (omówionych poniżej) przy określonej prędkości obrotowej wirnika [4.17, 4.18].

Z rodzajem niestabilności związany jest kształt trajektorii środka czopa w łożysku oraz ilość i rozmieszczenie charakterystycznych punktów na trajektorii – tzw. znaczników fazy. Są to punkty określające początki kolejnych obrotów, a więc usytuowane w miejscach odpowiadających kątowi obrotu wirnika $\Phi_w = 0^o$, 360^o, 720^o, ...

Kształt trajektorii i rozmieszczenie na niej znaczników fazy przedstawiono na rysunku 4.11.



Rys. 4.11. Wyróżniki diagnostyczne niestabilności hydrodynamicznej; liczby I, II, III, IV oznaczają stany dynamiczne wirnika

Można wyróżnić 4 charakterystyczne kształty trajektorii w okresie dwóch obrotów wału odpowiadające różnym stanom dynamicznym wirnika (oznaczone na rysunku jako I, II, III, IV):

I. Obszar stabilnej pracy układu w zakresie prędkości obrotowej $0 < n < n_{gr}$. Obszarowi temu odpowiadają trajektorie podobne do przedstawionych na rys. 4.11 – I. Punkty określające położenie na trajektorii dowolnego węzła układu dla $\tau = 0^o$, 360^o i 720^o dokładnie się pokrywają. Orbity mają zatem tylko jeden znacznik obrotów $k^* = 1$. Okres trajektorii θ^* dokładnie odpowiada okresowi siły wymuszającej θ_w.

Mamy więc:

$$\Phi_w = \Phi_w^0 = \Phi_w^{360} = \Phi_w^{720} \quad k^* = 1 \quad \theta^* = \theta_w.$$

II. Obszar małych drgań olejowych (wirów olejowych) w zakresie prędkości obrotowej $n_{gr} < n < n_b$. Trajektorie posiadają charakterystyczną „pętlę połówkową" podobną do przedstawionej na rys. 4.11 – II. Układ przekroczył wprawdzie granicę stabilności n_{gr}, jednakże trajektorie, chociaż o innym kształcie i okresie θ^*, pozostają nadal stabilne. Następuje wyraźne rozdzielenie kątów fazowych dla $\tau = 0^o$ i 360^o, co powoduje, że orbita wykazuje istnienie dwóch znaczników k^*.
Mamy więc:

$$\Phi_w^0 = \Phi_w^{720} \quad \text{oraz} \quad \Phi_w^{360} \quad k^* = 2 \quad \theta^* = 2\theta_w.$$

III. Obszar przejściowy w zakresie prędkości obrotowej $n_b < n < 2n_{K1}$. Układ przekroczył prędkość „bicia olejowego" n_b. Trajektorie stają się niestabilne (rys. 4.11 – III), obserwuje się bardzo duże skoki amplitudy i gwałtowny wzrost wartości kątów fazowych. Zaczyna się proces rozdziału i ponownego łączenia również kątów Φ_w^0 i Φ_w^{720} przy możliwym nawet „skurczeniu się" okresu θ^* co oznacza istnienie dwóch lub trzech znaczników k^*w okresie dwóch obrotów wirnika.
Mamy więc:

$$\Phi_w^0 = \Phi_w^{720} \quad \text{oraz} \quad \Phi_w^{360} \quad k^* = 2 \quad \theta^* = 2\theta_w$$

lub

$$\Phi_w^0, \Phi_w^{360}, \Phi_w^{720}, \qquad k^* = 3 \quad \theta^* < \theta_w.$$

IV. Obszar dużych drgań olejowych (rozwiniętego „bicia olejowego") w zakresie prędkości obrotowej $n > 2n_{K1}$. Trajektorie przyjmują formę przebiegów chaotycznych (rys. 4.11 – IV), punkty dla $\tau = 0^o$ i 720^o wyraźnie się rozdzielają, co oznacza istnienie na orbitach trzech znaczników k^*w okresie dwóch obrotów wirnika.
Mamy więc:

$$\Phi_w^0, \Phi_w^{360}, \Phi_w^{720}, \quad k^* = 3 \quad \theta^* > 2\theta_w.$$

Małe drgania olejowe

Małe drgania olejowe powstają w sytuacji, gdy tłumienie filmu olejowego obniży się np. w wyniku wzrostu prędkości kątowej wału ω lub wskutek odciążenia łożyska. Przy pewnej wartości tłumienia siły dynamiczne działające na obracający się czop spowodują wychylenie go z położenia równowagi i oscylacyjny ruch (z prędkością kątową Ω) po ustalonej orbicie, albo po spirali rozbiegającej się do granic luzu łożyskowego (zależnie od tego, czy wytworzą się specyficzne warunki równowagi pomiędzy siłami hydrodynamicznymi a oporami ruchu). Mówimy wtedy, że układ utracił stabilność.

Tego rodzaju ruch powoduje dodatkowy przepływ oleju w obrębie szczeliny smarnej (tzw. efekt pompowania). Jego prędkość kątowa, jak wynika z analizy teoretycznej wynosi $\Omega = \omega/2$. Pomiary eksperymentalne wykazują jednak, że prędkość ta zawiera się zazwyczaj w przedziale $\Omega = (0,3 \div 0,5)\omega$.

Zjawisko to określane bywa również jako wir olejowy (z ang. *oil whirl*), wir połówkowy, lub drgania połówkowe.

Duże drgania olejowe

Duże drgania olejowe wystąpią, jeżeli prędkość wirów połówkowych osiągnie wartość prędkości krytycznej samego wirnika (bez łożysk) ω_k – innymi słowy – **gdy prędkość kątowa wirnika będzie równa podwojonej prędkości krytycznej** $\omega = 2\omega_k$. Wystąpi wówczas bardzo niebezpieczny rezonans całego układu wirnikowego o dużych amplitudach. Środek czopa będzie poruszał się po najbardziej zewnętrznej orbicie, ograniczonej jedynie wartością luzu łożyskowego, co grozi zatarciem łożysk i awarią maszyny.

Tego rodzaju drgania noszą nazwę drgań rezonansowych lub wirów rezonansowych. Używa się też określenia „bicie olejowe" (ang. *oil whip*), lub „precesja asynchroniczna", ponieważ ich prędkość kątowa nie ulega zmianie przy dalszym wzroście prędkości obrotowej wirnika.

Przyczyny mogące powodować niestabilność hydrodynamiczną

Turbozespoły energetyczne pracują zwykle (z wyjątkiem przypadków rozruchu i wybiegu) przy ustalonej prędkości kątowej wału (prędkości synchronicznej), zdeterminowanej częstotliwością prądu elektrycznego w sieci. Ich układy dynamiczne są tak dostrajane, aby amplitudy drgań przy prędkości synchronicznej były możliwie najmniejsze (możliwie „daleko" od rezonansów), a charakter drgań stabilny (aby w widmie nie ujawniały się prążki podharmoniczne). Wzrost drgań, a w szczególności pojawienie się symptomów niestabilności hydrodynamicznej łożysk świadczą zazwyczaj o wystąpieniu defektu (defektów) w maszynie [4.15].

Przyczyny wywołujące niestabilność łożysk mogą być bardzo różne. Najczęściej występujące opiszemy poniżej:

- **Odciążenie łożyska**
  Przy odciążeniu łożyska czop zajmuje położenie o mniejszej mimośrodowości ε względem środka panwi, a więc w obszarze o mniejszym tłumieniu, co sprzyja powstawaniu niestabilności hydrodynamicznej
- **Wzrost lepkości oleju smarującego**
  Wzrost ten najczęściej jest spowodowany spadkiem temperatury oleju, jego nadzwyczajnym zapowietrzeniem, lub rozpuszczeniem innych substancji, itp. Nośność hydrodynamiczna wzrasta, film smarny ma większą grubość, a więc jest bardziej podatny i zmniejsza swoje właściwości tłumiące.

- **Przemieszczenie łożyska względem bazowej linii kinetostatycznej wirnika.**
  Zmiany bazowej linii kinetostatycznej są zazwyczaj skutkiem dylatacji termicznych podpór lub nierównomiernego osiadania fundamentu. Powodują one, że niektóre łożyska zostaną dociążone (przeciążone), a inne odciążone. Niestabilność ujawni się najpierw w łożyskach odciążonych. Przy dużych amplitudach drgania niestabilne mogłyby się przenosić na łożyska dociążone. Byłoby to zjawisko bardzo niebezpieczne, powodowałoby przycieranie łożysk i mogłoby doprowadzić do bardzo groźnej awarii. Trzeba tu dodać, że wspomniane dylatacje termiczne mogą powodować przemieszczenia podpór zarówno w płaszczyźnie pionowej jak i poziomej.

- **Zmiana sztywności podparcia łożyska (łożysk)**
  Najczęściej mamy do czynienia ze spadkiem sztywności podparcia będącym skutkiem np. spadku jakości połączeń śrubowych lub spawanych podpór łożyskowych lub korpusu maszyny (rzadziej zmianą własności gruntu). Drgania zachodzą głównie w tym kierunku, w którym nastąpił spadek sztywności. Może się zdarzyć, że przy stopniowym spadku sztywności podparcia obraz drgań maszyny będzie się bądź pogarszał (wzrost amplitudy i niestabilności), bądź polepszał (obniżanie się sztywności podpory będzie powodowało odstrajanie całego układu dynamicznego maszyny od rezonansu).

- **Zmiana zacisku łożyska (łożysk)**
  Łożyska współczesnych turbozespołów (i nie tylko) wykonywane są jako łożyska z luzem „soczewkowym". W porównaniu do łożysk z luzem kołowo-cylindrycznym mają one lepsze właściwości antywibracyjne (zwiększają tłumienie filmu olejowego). Zmniejszenie ich zacisku (poprzez np. poluzowanie się śrub łączących części obudowy) powoduje zmianę soczewkowatości łożyska, co może powodować nieoptymalny przepływ oleju w obrębie szczeliny smarnej, zwiększenie grubości filmu smarnego i spadek jego temperatury i przyczynić się powstawania niestabilności hydrodynamicznej. W skrajnym przypadku może powodować przemieszczanie się panwi względem obudowy i zniszczenie mechaniczne łożyska.

- **Zmiana rozkładu obciążenia zewnętrznego**
  Zmiana rozkładu obciążenia zewnętrznego może być spowodowana defektami układu przepływowego turbiny, układu elektrycznego generatora, lub innymi defektami maszyny. Może to spowodować zmianę obciążeń poszczególnych łożysk, lub generowanie dodatkowych sił wymuszających o częstościach rezonansowych.

- **Zmiany konfiguracji wirnika**
  Przez zmiany konfiguracji wirnika należy rozumieć takie defekty, jak niewyważenie wirnika (spowodowane np. urwaniem łopatki/łopatek), rozcentrowanie sprzęgieł, zmiana sztywności sprzęgieł (zmiana napięcia śrub łączących odcinki wału, zmiana sztywności elementów podatnych), pęknięcia wirnika itp.

- **Uszkodzenia mechaniczne łożysk**
  Np. wytarcia, ubytki i pęknięcia warstwy ślizgowej, które mogą powodować zmianę geometrii łożyska i ułatwiać powstawanie wirów olejowych a nawet nieciągłości filmu olejowego.

Możliwości przeciwdziałania niestabilności łożysk

Stwierdzenie niestabilności hydrodynamicznej łożysk, zwłaszcza jeżeli parametry drgań przekraczają określone wartości graniczne, powinno powodować zwiększenie uwagi obsługi maszyny i podjęcie odpowiednich środków [16]. Najprostsze z nich to:

- **obniżenie lepkości oleju**;
- **zwiększenie obciążenia łożyska poprzez tzw. prekompensację linii wałów** (podniesienie łożyska odciążonego na wyższy poziom, lub obniżenie któregoś z łożysk sąsiednich, gdyż mogą być zanadto obciążone lub wręcz przeciążone); wymagać to może także kontroli zmian położenia łożysk podczas nagrzewania maszyny (pomiary takie są możliwe do zrealizowania jedynie w płaszczyźnie pionowej, pomiary w płaszczyźnie poziomej byłyby również pożądane);
- **zwiększenie obciążenia łożyska poprzez zmniejszenie szerokości panwi**;
- **zwiększenie zacisku łożyska**, co pociąga za sobą zwiększenie soczewkowatości łożysk i poprawę obrazu drgań względnych czopa, ale może spowodować zwiększenie drgań bezwzględnych panwi.

4.11 Objaśnienie najważniejszych pojęć i terminów związanych z analizą dynamiki maszyn wirnikowych

Przedstawimy teraz zestaw objaśnień dotyczących najważniejszych pojęć i terminów w dynamice wirników. Być może ułatwią one Czytelnikowi pewne uporządkowanie materiału

4.11.1 Drgania, pomiary – pojęcia związane

układ drgający – układ zdolny do wykonywania drgań

układ odniesienia – układ współrzędnych związany z ciałem, względem którego rozpatruje się ruchy innych ciał

miara (w metrologii) – wielkość stanowiąca wynik pomiaru wielkości fizycznej (wartość wielkości mierzonej), czyli iloczyn jednostki miary i wartości liczbowej

miara diagnostyczna – miara (estymata) wartości wyselekcjonowanego sygnału

użytecznego diagnostycznie

estymator – miara parametru lub procesu lub relacja między parametrami/procesami

kryterium oceny (stanu maszyny) – cecha lub miernik służący za podstawę oceny (nie należy mylić z wartością charakterystyczną cechy, na przykład wartością kryterialną, graniczną, dopuszczalną)

wirnik – ciało zdolne do wykonywania ruchu obrotowego i mające czopy podpierane przez łożyska

wirnik sztywny – wirnik uważa się za sztywny, jeśli możliwa jest korekcja jego niewyważenia w dwóch dowolnych płaszczyznach wyważania oraz jeżeli po przeprowadzeniu tej korekcji niewyważenie resztkowe wirnika nie przekracza w znacznym stopniu tolerancji niewyważenia dla wszystkich prędkości aż do maksymalnej prędkości roboczej, w warunkach posadowienia zbliżonych do warunków w miejscu eksploatacji

wirnik quasi-sztywny – wirnik giętki, który można wyważyć w sposób zadowalający przy prędkości niższej niż ta, przy której powstaje znaczące ugięcie wirnika

wirnik giętki – wirnik nie odpowiadający definicji wirnika sztywnego ze względu na odkształcenia giętne

wirnik obustronnie podparty – wirnik o dwóch czopach, którego środek masy znajduje się między czopami i który nie ma znaczącej masy na zewnątrz czopów

wirnik przewieszony – wirnik o dwóch czopach ze znaczącą masą umieszczona na zewnątrz czopów

wirnik doskonale wyważony – wirnik idealny, którego niewyważenie jest równe zeru

czop – część wirnika, która styka się z łożyskiem, w którym obraca się lub przez które jest podpierana

oś czopa – prosta średnia łącząca środki ciężkości skrajnych przekrojów poprzecznych czopa

środek czopa – przecięcie osi czopa z płaszczyzną promieniową czopa, gdzie oddziałuje wypadkowa poprzeczna siła nacisku

oś wału – prosta łącząca środki wału

podpora łożyska – część lub zespół części przenoszących obciążenie łożyska na główny korpus układu

prędkość obrotowa nominalna – prędkość obrotowa wirnika, przy której przewiduje się eksploatowanie maszyny z jej mocą nominalną

prędkość krytyczna – prędkość charakterystyczna, przy której układ jest w rezonansie

4.11.2 Rodzaje drgań

drgania mechaniczne – drgania, w których zmiana wartości jakiejkolwiek wielkości kinematycznej lub dynamicznej charakteryzującej stan układu mechanicznego jest funkcją czasu; stosowane są także równoważne określenia: oscylacje, wibracje

drgania okresowe (periodyczne) – drgania, w których wszystkie wielkości zmienne charakteryzujące drgania, są okresowymi funkcjami czasu o takim samym okresie; w przypadku powtarzalności wartości zmiennych wielkości w pewnych stałych przedziałach czasu używa się terminu: drgania prawie okresowe (quasi periodyczne)

drgania synchroniczne – drgania okresowe (dwa lub więcej) o takiej samej częstotliwości i tej samej fazie

drgania harmoniczne (sinusoidalne) – drgania, w których wartość określonej wielkości, charakteryzującej drgania, zmienia się w czasie zgodnie z funkcją sinusoidalną $A\sin(\omega t+\varphi)$, gdzie: A – amplituda wielkości zmiennej, t – czas, φ – faza początkowa, ω – częstotliwość kołowa

drgania subharmoniczne – drgania wymuszone układu nieliniowego, których częstotliwość jest mniejsza całkowitą ilość razy od częstotliwości odniesienia (częstotliwości podstawowej)

drgania superharmoniczne – harmoniczne składowe drgań wymuszonych układu nieliniowego, których częstotliwość jest krotnością częstotliwości odniesienia (częstotliwości podstawowej)

postać drgań układu – odpowiada ona konfiguracji fali stojącej; jest to konfiguracja zbioru charakterystycznych punktów układu wykonującego drgania okresowe; określone jest to dla momentu czasu, kiedy nie wszystkie wychylenia tych punktów ze średnich położeń są równe zeru

drgania swobodne – drgania układu odbywające się bez zewnętrznego oddziaływania i wydatkowania energii na zewnątrz układu

drgania wymuszone – drgania układu, odbywające się pod działaniem dynamicznych lub kinematycznych czynników zewnętrznych będących okresowymi funkcjami czasu, niezależnie od drgań układu

drgania parametryczne – drgania układu wywołane okresowymi zmianami w czasie niektórych parametrów układu, pod wpływem czynników zewnętrznych, od których zależy częstotliwość drgań swobodnych (masa, sztywność itp.); drgania parametryczne opisane za pomocą równań różniczkowych są okresowymi funkcjami czasu

drgania samowzbudne – okresowe drgania układu wywołane siłami sterowanymi przez sam ruch drgający

drgania ustalone – okresowe, lub prawie okresowe drgania układu które ustalają się po upływie pewnego czasu od początku drgań

drgania rezonansowe – wymuszone drgania układu odpowiadające jednemu z

maksimów charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej drgań

drgania antyrezonansowe – wymuszone drgania układu o dwóch lub więcej stopniach swobody odpowiadające jednemu z minimów charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej drgań

drgania absolutne – suma drgań względnych i bezwzględnych

4.11.3 Wielkości charakteryzujące drgania

intensywność drgań – każda wielkość charakteryzująca stan drganiowy maszyny

przemieszczenie drgań – wielkość wektorowa określająca chwilowe położenie ciała lub cząstki wykonujących drgania mechaniczne względem układu odniesienia, przy czym koniec wektora znajduje się w położeniu ciała lub cząstki w danej chwili, a początek wektora w położeniu które zajmowałoby ciało, gdyby w środowisku nie było drgań

prędkość drgań – wielkość wektorowa – pierwsza pochodna przemieszczenia drgań względem czasu (chwilowa prędkość elementu wykonującego drgania mechaniczne) określana zazwyczaj w mm/s

przyśpieszenie drgań – wielkość wektorowa – pierwsza pochodna prędkości drgań względem czasu (chwilowe przyspieszenie elementu wykonującego drgania mechaniczne) określana zazwyczaj w m/s^2

amplituda całkowita drgań („podwójna amplituda" w przypadku drgań harmonicznych) – (przemieszczenia, prędkości lub przyspieszenia) – różnica pomiędzy największą i najmniejszą wartością wielkości okresowej, charakteryzującej drgania w ciągu jednego okresu, równa podwojonej amplitudzie drgań, potocznie nazywana wielkością międzyszczytową

amplituda zespolona drgań harmonicznych – wielkość zespolona $Ae^{i\varphi}$, której moduł jest równy amplitudzie, a argument – fazie początkowej drgań harmonicznych

faza drgań harmonicznych – argument sinusoidalnej funkcji opisującej drgania harmoniczne

wartość szczytowa wielkości zmiennej („amplituda drgań" w przypadku drgań harmonicznych) – najwyższa bezwzględna wartość wielkości zmiennej, charakteryzującej drgania, w określonym (rozpatrywanym) przedziale czasu

wartość skuteczna wielkości okresowej („wartość RMS" drgań) – wartość pierwiastka kwadratowego ze średniej kwadratów wartości przybieranych przez wielkość okresową w ciągu całego okresu

okres drgań – najmniejszy przedział czasu, po którym przy drganiach okresowych powtarza się każda wartość wielkości zmiennej, charakteryzującej drgania, określany w sekundach

częstotliwość drgań okresowych – wielkość równa odwrotności okresu drgań,

określana w Hz lub s^{-1}

częstotliwość kątowa drgań harmonicznych – liczba okresów drgań harmonicznych w przedziale czasu równym 2π sekund, równa częstotliwości pomnożonej przez 2π

częstotliwość rezonansowa – częstotliwość przy której zachodzi rezonans drgań układu

częstotliwość środkowa pasma – średnia geometryczna częstotliwości górnej i dolnej pasma

częstotliwość własna (drgań układu liniowego) – jedna z częstotliwości drgań swobodnych układu liniowego: „częstotliwość własna układu zachowawczego", „częstotliwość własna układu o tłumieniu liniowym" itp.

współczynnik dynamiczny – wielkość wyrażająca stosunek amplitudy drgań wymuszonych elementu do ugięcia tegoż elementu od statycznego działania amplitudy siły wzbudzającej

logarytmiczny poziom drgań – wielkość charakteryzująca drgania poprzez porównanie dwóch jednowymiarowych wielkości fizycznych,
a) dla wielkości energetycznych (energii, mocy, itp.) poziom mierzony w decybelach wynosi

$$L = 10 \cdot \log \frac{a}{a_0}$$

b) dla prędkości, przyspieszenia, siły, itp. poziom mierzony w decybelach wynosi

$$L = 20 \cdot \log \frac{b}{b_0}$$

gdzie:
a, b – oceniana wartość wielkości,
a_0, b_0 – wartość odniesienia wielkości

logarytmiczny dekrement tłumienia – logarytm naturalny ze stosunku dwóch kolejnych maksymalnych lub minimalnych wartości wielkości zmiennej, charakteryzującej drgania, przy swobodnych drganiach tłumionych

4.11.4 Analiza drgań

analiza harmoniczna drgań – przedstawienie analizowanych drgań w postaci sumy drgań harmonicznych przy czym sumowane drgania harmoniczne są to składowe harmoniczne; drgania okresowe przedstawia się w postaci szeregu Fouriera, prawie okresowe w postaci sumy drgań harmonicznych o niewspółmiernych częstotliwościach, a drgania nieokresowe – w postaci całki Fouriera

harmoniczna – składowa harmoniczna drgań okresowych, której częstotliwość jest równa krotności częstotliwości podstawowej analizowanych drgań

numer harmonicznej – liczba całkowita równa stosunkowi częstotliwości składowej harmonicznej do częstotliwości analizowanych drgań okresowych

analiza widmowa drgań – określenie widma drgań lub częstotliwości dla danego procesu drganiowego

widmo drgań – zbiór wartości zmiennej charakteryzującej drgania, odpowiadający składowym harmonicznym, przy czym wymienione wartości rozłożone są w rosnący szereg częstotliwości składowych harmonicznych; drganiom okresowym i prawie okresowym odpowiada widmo dyskretne, nieokresowym – widmo ciągłe

widmo amplitudowe – widmo drgań w którym wielkościami charakteryzującymi harmoniczne składowe są ich amplitudy

widmo fazowe – widmo drgań, w którym wielkościami charakteryzującymi harmoniczne składowe drgań są ich fazy początkowe

widmo energii lub mocy – widmo drgań w którym wielkościami charakteryzującymi harmoniczne składowe drgań są średnie kwadraty amplitud określające energię własną lub moc własną wymienionych składowych

widmo częstotliwości – zbiór amplitud harmonicznych składowych drgań w funkcji częstotliwości

widmo częstotliwości własnych układu – zbiór częstotliwości własnych układu liniowego rozłożonych w szereg rosnący, częstotliwości własne numeruje się w kierunku rosnącym

widmo dyskretne – widmo drgań lub częstotliwości w którym częstotliwości harmonicznych składowych drgań tworzą zbiór dyskretny

widmo ciągłe - widmo drgań lub częstotliwości w których częstotliwości harmonicznych składowych drgań tworzą zbiór ciągły

pasmo częstotliwości – przedział częstotliwości – komplet częstotliwości w określonym przedziale rozłożonych w szereg rosnący

dekadowe pasmo częstotliwości – (dekada) pasmo częstotliwości dla którego stosunek granicznych częstotliwości pasma (górnej i dolnej) jest równy 10

oktawowe pasmo częstotliwości – (oktawa) pasmo częstotliwości dla którego stosunek granicznych częstotliwości pasma górnej i dolnej jest równy 2

półoktawowe pasmo częstotliwości (półoktawa) – pasmo częstotliwości dla którego stosunek granicznych częstotliwości pasma górnej i dolnej jest równy $\sqrt{2}$

tercjowe pasmo częstotliwości (tercja) – pasmo częstotliwości dla którego stosunek częstotliwości granicznych pasma górnej i dolnej jest równy $\sqrt[3]{2}$

4.11.5 Pojęcia związane z układem drgającym

charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa – zależność amplitudy drgań wymuszonych od częstotliwości harmonicznej siły wymuszającej o stałej amplitudzie

charakterystyka fazowo-częstotliwościowa – zależność przesunięcia fazy po-

między wymuszonymi drganiami układu i harmoniczną siłą wymuszającą o stałej amplitudzie od częstotliwości wzbudzenia

częstotliwościowa charakterystyka amplitudowo fazowa – zależność zespolonej amplitudy wymuszonych drgań układu od częstotliwości harmonicznego wzbudzenia o stałej amplitudzie

współczynnik sztywności – pochodna siły (momentu) reakcji układu (na wychylenie ze stanu równowagi) względem uogólnionej współrzędnej (liczonej od położenia równowagi) wzięta ze znakiem przeciwnym; określenie to dotyczy układu o jednym stopniu swobody

sztywność zespolona – stosunek amplitudy harmonicznej siły wymuszającej do zespolonej amplitudy przemieszczenia dla wymuszonych drgań układu liniowego

współczynnik podatności – wielkość równa odwrotności współczynnika sztywności

podatność zespolona – wielkość równa odwrotności sztywności zespolonej

współczynnik tłumienia – stosunek współczynnika oporu do podwójnej masy lub podwójnego momentu bezwładności układu o jednym stopniu swobody

tłumienie drgań – obniżenie wartości jakiejkolwiek wielkości zmiennej charakteryzującej drgania w następstwie rozproszenia energii mechanicznej

krytyczny współczynnik tłumienia – współczynnik tłumienia które powoduje całkowity zanik drgań w układzie o jednym stopniu swobody

stopień tłumienia – stosunek współczynnika tłumienia do krytycznego współczynnika tłumienia dla układu o jednym stopniu swobody; podwójna wartość stopnia tłumienia nosi nazwę współczynnika strat

niewyważenie – stan, w jakim znajduje się wirnik, kiedy wskutek sił odśrodkowych, siła lub ruch drgający jest przenoszony na łożyska

wektor niewyważenia – wektor, którego moduł określa wartość niewyważenia, a kierunek – kąt niewyważenia

wartość niewyważenia – miara ilościowa niewyważenia wirnika (w odniesieniu do płaszczyzny), bez odniesienia do jego położenia kątowego; otrzymywana jest jako iloczyn masy niewyważonej i odległości jej środka ciężkości od osi wału

kąt niewyważenia – w danym układzie współrzędnych biegunowych umieszczonych w płaszczyźnie prostopadłej do osi wału i obracających się z wirnikiem kąt, pod którym umieszczona jest masa niewyważona względem tego układu współrzędnych

masa niewyważona – taka masa umowna umieszczona w określonym miejscu, przy której iloczyn masy niewyważonej i przyspieszenia dośrodkowego jest równy sile niewyważenia

niewyważenie statyczne – taki stan niewyważenia, w którym centralna główna oś bezwładności jest przesunięta tylko równolegle do osi wału

niewyważenie momentowe – moment obrotowy występujący w takim stanie niewyważenia, w którym centralna główna oś bezwładności przecina oś wału w punkcie ciężkości

niewyważenie dynamiczne – taki stan, w którym centralna główna oś bezwładności ani nie jest równoległa, ani nie przecina osi wału

prędkość wyważania – prędkość obrotowa, przy której wirnik jest wyważony

krytyczna prędkość ugięcia (wirnika) – prędkość przy której wirnik osiąga maksymalne ugięcie i przy której ugięcie wirnika jest bardziej znaczące niż ugięcie łożysk

główna postać ugięcia (wirnika) – dla nie tłumionych układów wirnik/łożyska – postać określona przez odkształcenie sprężyste wirnika, przy jednej z jego krytycznej prędkości ugięcia

obciążenie dynamiczne (siły wzbudzające) – obciążenie zmienne w zakresie miejsca lub czasu, powstające podczas pracy maszyny, pochodzące od niezrównoważonych sił bezwładności poruszających się elementów maszyny

dynamiczna sztywność podłoża $\mathbf{K}_z$,$\mathbf{K}_x$, $\mathbf{K}_\varphi$ $\mathbf{K}_\psi$– wielkość wyrażająca wartość sił lub momentów potrzebnych do odpowiedniego odkształcenia podłoża pod całym fundamentem o jednostkę przy obciążeniem dynamicznym

postać własna drgań – postać drgań układu liniowego wykonującego drganie z jedną z częstotliwości własnych

rezonans drgań – zjawisko zachodzące w układach drgających, polegające na szybkim wzroście amplitudy drgań układu, gdy częstotliwość zewnętrznych drgań wymuszających jest równa lub bliska częstotliwości drgań własnych układu

impedancja mechaniczna – wielkość zespolona, której miarą jest stosunek siły wymuszającej drgania linearnego układu mechanicznego, do prędkości zgodnej z kierunkiem siły w punkcie jej przyłożenia

kinematyczne wzbudzanie drgań – wzbudzanie drgań układu przez przekazanie dowolnym jego punktom ruchów, niezależnych od stanu układu

parametryczne wzbudzanie drgań – wzbudzanie drgań układu przez zmianę w czasie, niezależni od stanu układu, jednego lub kilku parametrów układu: masy, momentu bezwładności, sztywności itp.

samowzbudzanie drgań – wzbudzanie drgań układu przez przekazanie energii z nie drgającego źródła, regulowane ruchem samego układu

4.12 Wykaz norm

Celem niniejszego podrozdziału jest ułatwienie czytelnikom orientacji w objętych normami zagadnieniach z zakresu dynamiki maszyn wirnikowych. Uwzględnione zostały 53 normy dotyczące wymienionej tematyki, w tym 9 norm międzynarodo-

wych (ISO), które nie mają jeszcze odpowiedników w Polskich Normach.

Zbiór wybranych norm związanych z dynamiką maszyn wirnikowych podzielono na cztery grupy według kryteriów związku z zagadnieniami dynamiki dużych maszyn wirnikowych, zwłaszcza energetycznych turbin parowych [4.30].

Grupa I norm obejmuje 15 Polskich Norm uznanych za podstawowe przy rozpatrywaniu zagadnień dynamicznych maszyn wirnikowych. Normy te dotyczą terminologii drgań i pomiarów drgań, wartości granicznych drgań mechanicznych oraz pulsacji hydraulicznych i akustycznych maszyn wirujących, zwłaszcza: turbin parowych, turbin wodnych, pomp, wentylatorów, wirnikowych maszyn elektrycznych. W grupie tej znajdują się również normy dotyczące wyważania wirników sztywnych i giętkich wraz z kryteriami oceny oraz wyznaczania dopuszczalnego niewyważenia resztkowego.

Grupa II norm obejmuje 9 norm międzynarodowych (ISO) nie mających aktualnie (stan na 2000 r.) polskich odpowiedników. Normy te dotyczą pomiarów drgań na częściach wirujących i nie wirujących różnego typu maszyn, a także ustalają kryteria oceny stanu dynamicznego różnego typu maszyn wirujących. Normy te przewidziane są do opracowania przez odpowiednie komisje problemowe PKN w nieodległym czasie.

Grupa III norm obejmuje 11 Polskich Norm, uznanych za pomocnicze przy rozpatrywaniu zagadnień dynamicznych maszyn wirnikowych. Normy te dotyczą drgań fundamentów, pomiarów drgań maszyn na statkach, oddziaływania drgań na organizm człowieka, wymagań i badań piezoelektrycznych czujników drgań, badań odbiorczych turbin parowych i zasad odbioru prac montażowych turbin parowych.

Grupa IV norm obejmuje 17 Polskich Norm, uznanych za pomocnicze, luźno związane z zagadnieniami dynamiki maszyn wirnikowych. Normy te dotyczą wymagań i badań pomocniczych urządzeń cieplnych w elektrowniach i obiektach energetycznych, wymagań dotyczących rurociągów pary, wody gorącej, oleju turbinowego, parametrów oleju turbinowego.

4.12.1 Grupa I norm. Krajowe normy podstawowe PN

PN-76/M-43121	Wentylatory. Metody pomiaru drgań.
PN-75/M-53527	Przyrządy do pomiaru drgań mechanicznych. Nazwy i określenia.
PN-82/N-01350	Drgania. Terminologia.
PN-82/N-01351	Drgania. Podstawowe symbole i jednostki.
PN-90/N-01358	Drgania. Metody pomiarów i oceny drgań maszyn.
PN-93/N-01359	Drgania mechaniczne. Wyważanie wirników sztywnych. Wyznaczanie dopuszczalnego niewyważenia resztkowego.
PN-93/N-01360	Drgania mechaniczne. Wyważanie wirników giętkich. Kryteria oceny stanu wyważenia wirnika giętkiego.
PN-93/N-01361	Drgania mechaniczne. Wyważanie. Terminologia.
PN-93/N-01362	Drgania mechaniczne. Wyważanie mechaniczne wirników giętkich.
PN-EN 60994:1997	Wytyczne pomiaru obiektowego drgań i pulsacji w maszynach hydraulicznych (turbiny, pompy zasobnikowe, turbiny odwracalne).
PN-EN 61064:1998	Badania odbiorcze układów regulacji prędkości obrotowej turbin parowych.
PN-IEC 34-14:1998	Maszyny elektryczne wirujące Drgania mechaniczne określonych maszyn o wzniosach osi wału 56 mm i większych. Pomiar, ocena i wartości graniczne drgań.
PN-IEC 45-1:1994 PN-IEC 45-1:Ap.1:1999	Turbiny parowe. Wymagania.
PN-IEC 1063:1996 PN-IEC 1063:1996/Ap.1:1998	Akustyka. Pomiar hałasu powietrznego emitowanego przez turbiny i maszyny napędzane.
PN-ISO 10816-1:1998	Drgania mechaniczne. Ocena drgań maszyny na podstawie pomiarów na częściach niewirujących. Arkusz 1: Wytyczne ogólne.

4.12.2 Grupa II norm. Normy międzynarodowe ISO

ISO 7919-1:1996	Mechanical vibration of non-reciprocating machines – Measurements on rotating shafts and evaluation criteria – Part 1: General guidelines.
ISO 7919-2:1996	Mechanical vibration of non-reciprocating machines – Measurements on rotating shafts and evaluation criteria – Part 2: Large land-based steam turbine generator sets.
ISO 7919-3:1996	Mechanical vibration of non-reciprocating machines – Measurements on rotating shafts and evaluation criteria – Part 3: Coupled industrial machines.
ISO 7919-4:1996	Mechanical vibration of non-reciprocating machines – Measurements on rotating shafts and evaluation criteria – Part 4: Gas turbine sets.
ISO 10816-2:1996	Mechanical vibration – Evaluation of machine vibration by measurements on non-rotating parts – Part 2: Large land-based steam turbine generator sets in excess of 50 MW.
ISO 10816-3:1998	Mechanical vibration – Evaluation of machine vibration by measurements on non-rotating parts – Part 3: Industrial machines with nominal power above 15 kW and nominal speeds between 120 r/min and 15 000 r/min when measured in situ.
ISO 11816-4:1998	Mechanical vibration – Evaluation of machine vibration by measurements on non-rotating-parts – Part 4. Gas turbine driven sets excluding aircraft derivatives.
ISO 10817-1:1998	Rotating shaft vibration measuring systems – Part 1: Relative and absolute sensing of radial vibration for rotating shafts.
ISO 11342:1994; ISO 11342:1998/Cor 1:2000	Mechanical vibration – Methods and criteria for the mechanical balancing of flexible rotors.

Strony tytułowe wybranych norm ISO

ISO 7919-1:1996 ***lipiec 1996***

Mechanical vibration of non-reciprocating machines – Measurements on rotating shafts and evaluation criteria.
Part 1: General guidelines.

Drgania mechaniczne maszyn z wyłączeniem maszyn tłokowych – Pomiary na wałach wirujących i kryteria oceny.

Arkusz 1: Wytyczne ogólne.

Spis treści

Wprowadzenie.
1. Zakres normy.
2. Normy powołane.
3. Pomiary.
4. Oprzyrządowanie pomiarowe.
5. Kryteria oceny.
6. Załączniki:

- Załącznik A (normatywny): Ogólne zasady przyjmowania kryteriów oceny dla różnych typów maszyn.
- Załącznik B (informacyjny): Wyprowadzenie wielkości pomiarowych.
- Załącznik C: (informacyjny): Zalecenia dotyczące oprzyrządowania do pomiaru względnych i bezwzględnych drgań wału.
- Załącznik D (informacyjny): Analiza wektorowa zmiany drgań.
- Załącznik E: (informacyjny): Bibliografia.

Zawartość

Norma podaje ogólne wytyczne dotyczące pomiarów i kryteriów oceny drgań maszyn na podstawie pomiarów wykonanych bezpośrednio na wirujących wałach. Arkusz 1 dotyczy zarówno bezwzględnych jak i względnych drgań promieniowych wału, lecz nie uwzględnia drgań skrętnych i wzdłużnych. W normie podano wytyczne dotyczące ustalania wartości progów eksploatacyjnych.

Normy powołane: ISO 2041:1990, ISO 5348:1987, ISO 7919-2:1996 ISO 7919-3:1996 ISO 7919-4:1996 ISO 7919-5:1997, ISO 10816-1:1995 ISO 10816-2:1996 ISO 10816-3:1998 ISO 10816-4:1998, ISO 10816-5:2000 ISO 10816-6:1995
ISO 10817-1:1998

ISO 7919-2:1996 ***lipiec 1996***

Mechanical vibration of non-reciprocating machines – Measurements on rotating shafts and evaluation criteria.
Part 2: Large land-based steam turbine generator sets.

Drgania mechaniczne maszyn z wyłączeniem maszyn tłokowych – Pomiary na wałach wirujących i kryteria oceny.

Arkusz 2. Stacjonarne turbozespoły parowe dużej mocy.

Spis treści

Wprowadzenie.
1. Zakres normy.
2. Normy powołane.
3. Procedury pomiarowe.

- Załącznik A (normatywny): Kryteria oceny drgań wałów turbozespołów parowych dużej mocy przy określonych warunkach pracy.

Zawartość

Norma podaje sposoby wprowadzenia kryteriów oceny dla drgań wałów przy normalnych warunkach pracy, mierzonych na, lub w pobliżu łożysk turbiny parowej i generatora. Norma ta odnosi się do turbozespołów o prędkościach obrotowych w zakresie 1500-3600 min^{-1} i mocach powyżej 50 MW.

Normy powołane: ISO 7919-1:1996, ISO 10816-1:1995 (PN-ISO 10816:1998), ISO 10816-2:1996

ISO 10816-2:1996 ***luty 1996***

Mechanical vibration – Evaluation of machine vibration by measurement on non-rotating parts.
Part 2: Large land-based steam turbine generator sets in excess of 50 MW.

Drgania mechaniczne – Ocena drgań maszyny na podstawie pomiarów na częściach niewirujących.

Arkusz 2. Stacjonarne duże turbozespoły parowe o mocy powyżej 50 MW.

Spis treści

Wprowadzenie.
1. Zakres normy.
2. Normy powołane.
3. Procedury pomiarowe.
4. Kryteria oceny.
4.1 Kryterium I: Wielkość drgań.
4.2 Kryterium II: Zmiana wielkości drgań.
4.3 Punkty graniczne pracy.
4.5 Dodatkowe procedury/kryteria.
4.6 Ocena oparta na informacji o wektorze drgań.
5. Załączniki:

- Załącznik A (normatywny): Ocena granicznych wartości.
- Załącznik B (informacyjny): Przykład nastawień wartości ALARM i TRIP.
- Załącznik C (informacyjny): Bibliografia.

Zawartość

Norma zawiera dokładne warunki i procedury dotyczące pomiaru natężenia drgań na łożyskach turbozespołów parowych o mocy powyżej 50 MW przy znamionowej prędkości obrotowej 1500 min^{-1}, 1800 min^{-1}, 3000 min^{-1} i 3600 min^{-1} w miejscu ich zainstalowania (*in situ*).

Normy powołane: ISO 2954:1975, ISO 7919-1:1996, ISO 7919-2:1996
ISO 10816-1:1995 (PN-ISO 10816-1:1998), ISO 10816-4:1998

4.12.3 Grupa III norm. Normy pomocnicze PN

PN-80/B-03040	Fundamenty i konstrukcje wsporcze pod maszyny.
PN-85/M-35521	Turbiny parowe. Zasady odbioru montażu.
PN-91/N-01352	Drgania. Zasady wykonywania pomiarów na stanowiskach pracy.
PN-91/N-01353	Drgania. Dopuszczalne wartości przyspieszenia drgań oddziałujących na organizm człowieka przez kończyny górne i metody oceny narażenia.
PN-91/N-01354	Drgania. Dopuszczalne wartości przyspieszenia drgań o ogólnym oddziaływaniu na organizm człowieka i metody oceny narażenia.
PN-91/N-01355	Drgania. Przyrządy do pomiaru drgań mechanicznych oddziałujących na organizm człowieka. Wymagania i badania.
PN-91/N-01356	Przetworniki piezoelektryczne drgań mechanicznych oddziaływujących na organizm człowieka. Wymagania i badania.
PN-90/N-01357	Drgania. Metody pomiarów i oceny drgań maszyn pod względem bezpieczeństwa i higieny pracy.
PN-92/W-01352	Drgania na statkach. Metodyka pomiarów i rejestracji danych.
PN-EN 60953-1:1999	Wymagania dotyczące cieplnych badań odbiorczych turbin parowych. Arkusz 1: Metoda A – Badania o wysokiej dokładności dla kondensacyjnych turbin parowych dużej mocy.
PN-EN 60953-2:2000	Wymagania dotyczące cieplnych badań odbiorczych turbin parowych. Arkusz 2: Metoda B – Szeroki zakres dokładności dla różnych typów i wielkości turbin parowych.

4.12.4 Grupa IV norm. Normy PN luźno związane

PN-84/C-96059	Przetwory naftowe. Oleje turbinowe TU.
PN-78/C-96098	Przetwory naftowe. Klasyfikacja olejów przemysłowych według lepkości.
PN-91/C-96099/15	Przetwory naftowe. Klasyfikacja środków smarowych olejów przemysłowych i produktów podobnych według zastosowania (klasa L). Klasyfikacja grupy T (Turbiny).
PN-88/E-08224	Elektryczne przyrządy powszechnego użytku. Drgania. Metoda pomiaru.
PN-64/M-34011	Elektrownie cieplne. Schematy i bilanse cieplne. Nazwy, symbole i określenia.
PN-77/M-34030	Izolacja cieplna urządzeń energetycznych. Wymagania i badania.
PN-92/M-34031 PN-34031/A1:1996	Rurociągi pary i wody gorącej. Ogólne wymagania i badania.
PN-76/M-34034	Rurociągi. Zasady obliczeń strat ciśnienia.
PN-87/M-34801/01	Pomocnicze urządzenia cieplne w elektrowniach, elektrociepłowniach i ciepłowniach. Ogólne wymagania i badania.
PN-87/M-34801/02	Pomocnicze urządzenia cieplne w elektrowniach, elektrociepłowniach i ciepłowniach. Wymienniki ciepła. Wymagania i badania.
PN-87/M-34801/03	Pomocnicze urządzenia cieplne w elektrowniach, elektrociepłowniach i ciepłowniach. Stacje redukcyjne, redukcyjno-schładzające i schładzające. Wymagania i badania.
PN-87/M-34801/04	Pomocnicze urządzenia cieplne w elektrowniach, elektrociepłowniach i ciepłowniach. Odgazowywacze termiczne układów ciepłowniczych. Wymagania i badania.
PN-88/M-34801/05	Pomocnicze urządzenia cieplne w elektrowniach, elektrociepłowniach i ciepłowniach. Pompy układów ciepłowniczych. Wymagania i badania.
PN-88/M-34801/06	Pomocnicze urządzenia cieplne w elektrowniach, elektrociepłowniach i ciepłowniach. Kolektory sieci ciepłowniczej. Wymagania i badania.
PN-92/M-35200	Dopuszczalne poziomy dźwięku w pomieszczeniach obiektów energetycznych.

PN-84/M-35525	Turbiny parowe stacjonarne do napędu prądnic. Podstawowe parametry.
PN-85/M-35581	Rurociągi oleju turbinowego. Wymagania i badania.

Bibliografia do rozdziału 4

[4.1] Orłowski Z., Gałka T.: *Experimental estimation of vibrational symptom limit values for large steam turbines*, Diagnostics of Rotating Machines in Power Plants, Proc. of the CISM/IFToMM Symposium, Springer-Verlag, Wien-New York, 1994, 321-330.

[4.2] Cempel C.: *Theory of energy transforming systems and their application in diagnostics of operating systems*, Applied Mathematics and Computer Science, 1993, Vol. 3, No.3, 533-548.

[4.3] Orłowski Z., Gałka T.: *Statistical methods of vibrational symptom limit value determination for steam turbines*, Proc. of COMADEM'94, Tata McGraw-Hill, New Delhi 1994, 272-279.

[4.4] Cempel C.: *Diagnostyka wibroakustyczna maszyn*, Wydawnictwa Politechniki Poznańskiej, Poznań 1985.

[4.5] Orłowski Z.: *Diagnostyka maszyn wirnikowych w przemyśle*, Materiały IV Krajowej Konferencji „Diagnostyka Techniczna Urządzeń i Systemów DIAG'98", Szczecin-Międzyzdroje-Ystad, 14 ÷18 września 1998.

[4.6] Orłowski Z., Gałka T., Ponikiewski T.: *Opracowanie nowoczesnych systemów diagnostycznych turbozespołów krajowych bloków energetycznych dużej mocy*, sprawozdanie Instytutu Energetyki w Warszawie z PBZ-038-06.

[4.7] Gałka T.: *Zastosowanie modelu procesora energii do określania granicznych poziomów drgań turbozespołów parowych*, Biuletyn Instytutu Energetyki nr 1/2000.

[4.8] Cempel C., Tomaszewski F.: *Diagnostyka maszyn. Zasady ogólne. Przykłady zastosowań*, Międzynarodowe Centrum Naukowe Eksploatacji Majątku Trwałego, Radom 1992.

[4.9] Cempel C.: *Podstawy wibroakustycznej diagnostyki maszyn*, WNT, Warszawa 1982.

[4.10] Orłowski Z., Gałka T., Ponikiewski T.: *Określanie wartości granicznych drgań w turbinach parowych metodą niezawodności symptomowej*, Instytut Energetyki, Warszawa, praca w ramach PBZ 038-06.

[4.11] Orłowski Z., Gałka T.: *Analiza hierarchii ważności uszkodzeń turbozespołu*, praca w ramach PBZ 038-06.

[4.12] Orłowski Z., Gałka T., Ponikiewski T.: *Katalog możliwych uszkodzeń podzespołów turbozespołu 13K215*, praca w ramach PBZ 038-06.

[4.13] Hagel R.: *Miernictwo dynamiczne*, WNT, Warszawa 1975.

[4.14] Kiciński J.: *Teoria i badania hydrodynamicznych poprzecznych łożysk ślizgowych*, Ossolineum, Wrocław 1994.

[4.15] Kiciński J. i inni: *Symulacyjne katalogi relacji diagnostycznych dla turbozespołu 13K215*, opr. IMP PAN nr arch. 111/98, Gdańsk 1998.

[4.16] Orłowski Z.: *Wdrażanie nowych metod technicznych w przemyśle*, Materiały II Międzynarodowego Kongresu Diagnostyki Technicznej, Warszawa, 19÷22.09.2000.

[4.17] Kiciński J.: *Niestabilność hydrodynamiczna wirników w łożyskach ślizgowych*, Prace Instytutu Maszyn Przepływowych PAN, zesz. 95/1993.

[4.18] Kiciński J.: *Symptomy diagnostyczne turbozespołów energetycznych określane metodą komputerowej i analogowej symulacji ich defektów*, Sprawozdanie z realizacji projektu badawczego. Opracowanie IMP PAN, Gdańsk, wrzesień 1994.

[4.19] Kiciński J., Markiewicz-Kicińska A.: *Programy NLDW-70 i NLDW–71 do obliczeń sprzężonych form drgań giętno-wzdłużno-skrętnych z imperfekcjami typu pęknięcia wału i rozosiowania elementów*, opr. IMP PAN, nr arch. 357/2000.

[4.20] Kiciński J., Materny P.: *Modelling of the dynamic interactions of the complex rotor – supports system*, Machine Dynamics Problems, Vol. 5, 1993.

[4.21] Gałka T.: *Określenie granicznych poziomów drgań w turbinach parowych*, rozprawa doktorska, Politechnika Poznańska, 1994.

[4.22] Orłowski Z.: *Wibrodiagnostyka turbin parowych*, Prace Instytutu Energetyki, zesz. 18/1989.

[4.23] Kiciński J., Drozdowski R., Materny P.: *The non-linear analysis of the effect of support construction properties on the dynamic properties of multi-support rotor systems*, Journal of Sound & Vibration, 206, 4, 1997, 523-539.

[4.24] Kiciński J.: *Analiza komputerowa w diagnostyce technicznej maszyn*, Materiały I Kongresu Diagnostyki Technicznej, Gdańsk 1996, t. I.

[4.25] Cholewa W., Kiciński J.: *Diagnostyka techniczna. Odwrotne modele diagnostyczne* , Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1997.

[4.26] Kiciński J.: *On selected problems of dynamics of turbomachinery*, Proc. of the IMP's Conference on *Modelling and Design in Fluid-Flow Machinery*, Gdańsk, 1997.

[4.27] RybczyńskiJ.: *Program komputerowy RMAT 55 do tworzenia kart diagnostycznych maszyn wirnikowych*, opr. IMP PAN, nr arch. 171/2000.

[4.28] Kiciński J., Materny P., Drozdowski R.: *Non-linear vibrations in multi degree freedom systems on the example of turbine 13K215*, Proc. of Int. Conf. on *Vibration and Noise*, Venice, 1995.

[4.29] Kiciński J., Rybczyński J., Banaszek S., Łuczak M., Pałżewicz A., Graczyk, Cegielski A., Markiewicz A., Bagińska M.: *Sposoby oceny stanu dynamicznego turbozespołów energetycznych*, opr. IMP PAN na zlecenie TURBOSERVICE, nr arch. 1013/2001.

[4.30] Rybczyński J., Łuczak M., Pałżewicz A., Graczyk T., Cegielski A.: *Klasyfikacja i omówienie wybranych norm związanych z maszynami wirnikowymi*, opr. IMP PAN na zlecenie TURBOSERVICE, nr arch. 1014/2001.

CZĘŚĆ III

BADANIA



ROZDZIAŁ 5

NIESTABILNOŚĆ HYDRODYNAMICZNA

- **ISTOTA ZJAWISKA**
- **SYMULACJE KOMPUTEROWE**
- **BADANIA LABORATORYJNE**

Przedstawione w niniejszym rozdziale rozważania odnoszą się do jednego z najbardziej frapujących zjawisk, a mianowicie rozwoju wirów i bicia olejowego w łożyskach ślizgowych. Pomimo, iż zjawiska te były i są nadal przedmiotem badań w wielu ośrodkach na całym świecie [5.1]÷[5.5], ich fizyka nie została wyczerpująco rozpoznana. Jak wspomnieliśmy już w rozdziałach 1 i 2 niniejszej monografii, cechą charakterystyczną łożysk ślizgowych jest nierówność nie tylko głównych współczynników sztywności $c_{11} \neq c_{22}$, ale przede wszystkim nierówność (anizotropia) "skośnych" współczynników sztywności $c_{12} \neq c_{21}$, co oznacza, że łożyska ślizgowe nie zachowują się jak typowy układ mechaniczny. Bezpośrednią przyczyną niestabilności hydrodynamicznej jest właśnie anizotropia „skośnych" współczynników sztywności. Możemy się o tym łatwo przekonać wstawiając do równań opisujących dynamikę układu (rozdział 2.3) $c_{12} = c_{21}$. Granica stabilności wypada wówczas nieskończenie duża, co oznacza, że układ jest absolutnie stabilny i nie generuje drgań samowzbudnych.

W niniejszym rozdziale przedstawione zostały poszczególne fazy rozwoju niestabilności hydrodynamicznej i zaproponowane zostały wyróżniki diagnostyczne tego stanu. Jeśli wprowadzimy system rejestracji sygnałów dla dwóch ostatnich obrotów wału wirnika, czyli z przedziału $\langle 0, 720\rangle$ to można wprowadzić charakterystyczne wyróżniki diagnostyczne niestabilności hydrodynamicznej w postaci liczby znaczników obrotów. W widmie drgań obecność wirów olejowych zawsze będzie się zaznaczała silnymi składowymi subharmonicznymi, które w przypadku rozwiniętego bicia olejowego mogą całkowicie zdominować strukturę widma.

Badania przeprowadzone też zostały dla łożysk ze smarowaniem hybrydowym i kieszeniami lewarowymi w szczelinie smarnej oraz dla łożysk z „przekoszonymi" panwiami. Uzyskana została w ten sposób odpowiedź na pytanie, czy za pomocą oleju lewarowego lub defektu w postaci „przekoszenia" panwi można ograniczyć lub wyeliminować samowzbudne drgania olejowe.

5.1 Istota zjawiska

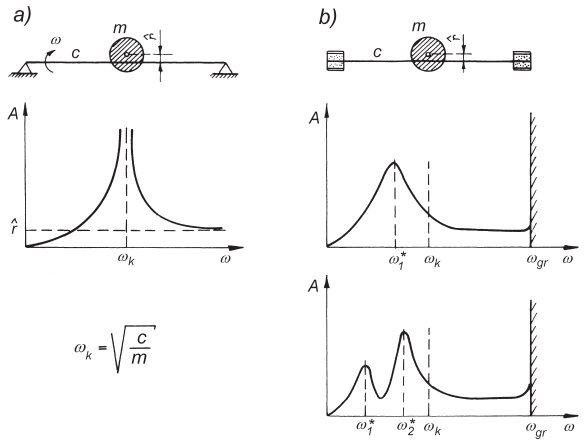
W rozdziale 4.10.2 przedstawiliśmy problem niestabilności hydrodynamicznej z punktu widzenia eksploatatora maszyn wirnikowych. Przedstawiliśmy tam typowe objawy i praktyczne wskazówki jak można wpływ tego zjawiska ograniczyć bądź zupełnie wyeliminować.

W niniejszym rozdziale zajmiemy się tym problemem w sposób bardziej systematyczny i pogłębiony. Wynikające stąd wnioski mogą być interesujące nie tylko dla praktyków, ale również dla kadry naukowej i studentów. Zacznijmy zatem rozważania od podstawowych informacji natury bardziej ogólnej i prostego modelu wirnika opisanego matematycznie w rozdziale 2.3. Jest to jednomasowy, symetryczny wirnik skojarzony z dwoma identycznymi łożyskami (rys. 2.36 i rys. 2.37).

Przed przystąpieniem do zasadniczego tematu warto poznać podstawowe charakterystyki takiego układu w stabilnym zakresie jego pracy i ocenić wpływ łożysk ślizgowych.

5.1.1 Prosty układ wirnik-łożyska. Podstawowe charakterystyki dynamiczne

Rozpatrzmy zachowanie się układu typu prosty wirnik – łożyska przy wymuszeniach zewnętrznych spowodowanych niewyważeniem masy wirującej m, przy czym promień niewywagi niech wynosi $\hat{r}$. Porównajmy to z zachowaniem się tego samego wirnika bez łożysk ślizgowych, podpartego na sztywnych pryzmach. Pozwoli to nam na wyraźne wyodrębnienie wpływu łożysk ślizgowych. Przykład taki przedstawia rys. 5.1.



Rys. 5.1. Wpływ łożysk ślizgowych na przebieg amplitudy drgań wymuszonych prostego układu wirnik-łożyska; a) wirnik bez łożysk ślizgowych, b) układ wirnik-łożyska

Widzimy stąd, że wpływ łożysk na zachowanie wirnika (amplitudy drgań) ma charakter nie tylko ilościowy lecz także jakościowy. Stwierdzamy przede wszystkim że:

- łożyska ślizgowe powodują przesunięcie prędkości rezonansowej w kierunku niższych prędkości kątowych wirnika, czyli $\omega^* < \omega_k$;
- powstaje granica stabilnej pracy układu ω_{gr}, powyżej której amplitudy drgań mogą osiągać trwałe, maksymalnie duże wartości (ograniczone tylko wartością luzu);
- możliwe jest powstanie dwóch prędkości rezonansowych ω_1^*, ω_2^*;
- amplitudy rezonansowe mają wartości ograniczone (wpływ tłumiących własności filmu smarnego).

W dalszych rozważaniach wygodnie jest posługiwać się wielkościami bezwymiarowymi przedstawionymi w rozdziale 2.3, a mianowicie:

$S_0 = \frac{P_{st}}{LD}\frac{(\Delta R/R)^2}{\mu_0\omega}$ – bezwymiarowa nośność łożyska – liczba Sommerfelda;

$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\Delta R}}$ – bezwymiarowy parametr odniesienia;

$\hat{\mu} = \frac{f_{st}}{\Delta R} = \frac{mg}{c\Delta R}$ – względna elastyczność wirnika.

Wprowadźmy ponadto nowy parametr, a mianowicie tzw. odniesioną liczbę Sommerfelda zdefiniowaną następująco:

$$S_{00} = S_0\frac{\omega}{\omega_0}.$$

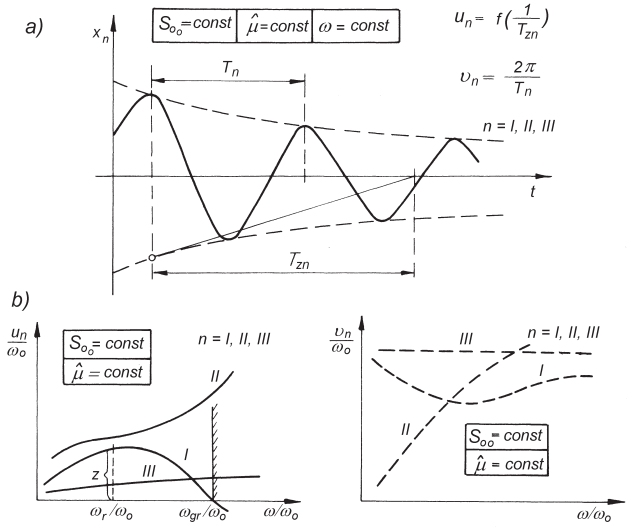
Zauważmy, że liczba S_{00} nie zależy od prędkości kątowej wirnika ω, czyli jest stała dla określonego zestawu parametrów konstrukcyjnych łożyska. Ułatwia to budowę wielu praktycznych wykresów, co pokażemy poniżej.

W przypadku drgań swobodnych tego rodzaju układ, w obszarze stabilnym, będzie wykonywał drgania zanikające z upływem czasu, tak jak ilustruje to rys. 5.2a. Łatwo możemy tu wyodrębnić parametry charakterystyczne, takie jak częstotliwość drgań własnych υ_n oraz odpowiadające tej częstotliwości tłumienie układu u_n, gdzie $n = 1, 2, 3$ (lub $n = I, II, III$) oznacza numery kolejnych częstotliwości własnych (układ opisany w rozdziale 2.3 może mieć co najwyżej trzy częstotliwości drgań własnych). Rysunek 5.2a przedstawia przebieg składowej X_n amplitudy drgań dla jednej z częstotliwości własnych. Omawiane tu tłumienie układu u_n można przedstawić obrazowo jako funkcję odwrotności stałej czasowej T_{zn}, będącej miarą szybkości zanikania drgań. A więc jest:

$$u_n = f\left(\frac{1}{T_{zn}}\right) \text{ [rd/s]}.$$

Oczywiście częstotliwość drgań własnych układu opisuje elementarna zależność

$$\upsilon_n = \frac{2\pi}{T_n} \text{ [rd/s]}.$$



Rys. 5.2. Ilustracja tłumienia u_n i częstotliwości drgań własnych υ_n układu wirnik-łożyska

Dla zadanej geometrii łożyska, przyjętego luzu i rodzaju środka smarnego, możemy teraz zbudować następujące interesujące charakterystyki (patrz równania w rozdziale 2.3):

$$\frac{u_n}{\omega_0} = f\left(S_{00},\, \hat{\mu}\,,\, \frac{\omega}{\omega_0}\right) \qquad \text{oraz} \qquad \frac{\upsilon_n}{\omega_0} = f\left(S_{00}\,,\, \hat{\mu},\, \frac{\omega}{\omega_0}\right). \tag{5.1}$$

Warto w tym miejscu zwrócić uwagę na różnicę pomiędzy współczynnikami tłumienia d_{ik} filmu smarnego (obliczonymi dla małych przemieszczeń czopa) a tłumieniem u_n układu wirnik-łożyska.

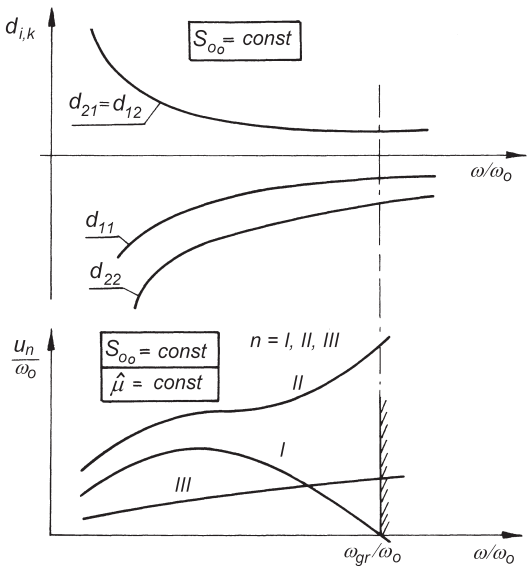
Zauważmy przede wszystkim, że współczynniki sztywności i tłumienia filmu olejowego (dla zadanej geometrii łożyska, luzu, rodzaju smaru itd.) są funkcjami:

$$\left.\begin{matrix} c_{i,\,k} \\ d_{i,\,k} \end{matrix}\right\} = f\left(S_{00}\,,\, \frac{\omega}{\omega_0}\right) \qquad \text{lub} \quad \left.\begin{matrix} c_{i,\,k} \\ d_{i,\,k} \end{matrix}\right\} = f\,(S_0)\;; \tag{5.2}$$

natomiast tłumienie układu u_n wynosi

$$u_n \;=\; f\,\left(S_{00}\,,\, \frac{\omega}{\omega_0}\,,\, \hat{\mu}\right) \;=\; f\;(\;S_0, c_{i,\,k}\,,\, d_{i,\,k}\,,\, \hat{\mu})\;. \tag{5.3}$$

W powyższych zapisach kryje się istota różnic pomiędzy tymi dwoma pojęciami. Tłumienie u_n jest specyficzną własnością całego układu i tym samym jest dość złożoną funkcją nie tylko współczynników tłumienia $d_{i,k}$, ale także – co ciekawe



Rys. 5.3. Przykładowy przebieg krzywych tłumienia układu wirnik-łożyska u_n oraz współczynników tłumienia $d_{i,k}$ filmu smarnego

– współczynników sztywności filmu smarnego, obciążenia statycznego łożysk S_{0_0}, prędkości kątowej wirnika ω oraz także jest funkcją własności maszyny tworzącej układ, w tym przypadku prostego wirnika, którego wyróżnikiem jest względna podatność $\hat{\mu}$. Tłumienie układu u_n może osiągnąć wartości zerowe, pomimo, iż współczynniki tłumienia samego filmu $d_{i,k}$ zawsze będą posiadały jakąś skończoną wartość zależną od fizycznych cech i łożyska. Ilustruje to rys. 5.3. Z charakterystyk obrazujących przebieg zmian tłumienia u_n i częstotliwości drgań własnych υ_n układu uzyskać możemy szereg interesujących informacji.

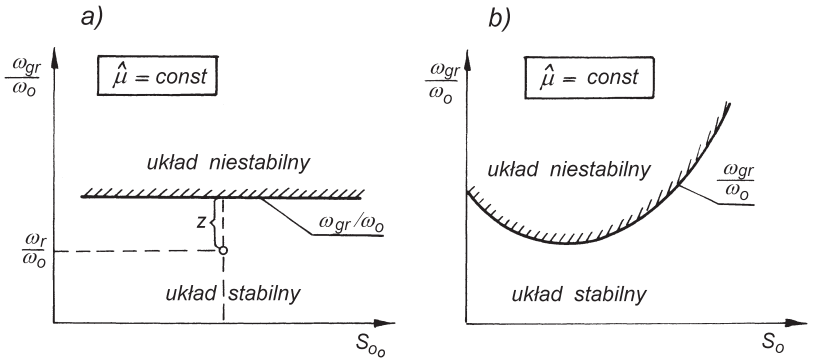
Jak już wspomnieliśmy, dla zadanego obciążenia zewnętrznego łożyska P_{st} (masy wirnika) liczba S_{00} jest stała i niezależna od ω. Możemy więc prześledzić rozkład wartości tłumienia układu u_n/ω_0 oraz częstotliwości drgań własnych υ_n/ω_0 dla różnych prędkości obrotowych wirnika ω/ω_0 i różnych wartości współczynnika $\hat{\mu}_0$. Przykład tego rodzaju charakterystyk przedstawia rys. 5.2b. Uzyskane w ten sposób krzywe tłumienia pozwalają nie tylko na określenie granicy stabilności układu (punkt osiągnięcia zerowej wartości tłumienia), ale również pozwalają na określenie, dla konkretnej roboczej prędkości kątowej ω_r/ω_0, tzw. rezerwy stabilności lub zapasu tłumienia Z. Możliwość określania takiej rezerwy jest szczególnie przydatna przy obliczeniach optymalizacyjnych. Dla zadanej wartości S_{00}, $\hat{\mu}$ oraz ω_r/ω_o układ jest tym lepszy, z punktu widzenia własności dynamicznych, im większa jest wartość tłumienia u_n/ω_0, a więc im większa jest rezerwa stabilności.

Następną, interesującą charakterystyką układu wirnik-łożyska jest przebieg

granicy jego stabilnej pracy. Dysponując tym samym liniowym opisem układu (różniczkowe, liniowe równania ruchu – patrz rozdział 2.3) możemy uzyskać następujące zależności:

$$\frac{\omega_{gr}}{\omega_0} = f\,(S_{00},\,\hat{\mu}) \qquad \text{lub} \qquad \frac{\omega_{gr}}{\omega_0} = f\,(S_0\,,\,\hat{\mu})\,,$$

gdzie ω_{gr} oznacza granicę stabilności układu. Rysunek 5.4 przedstawia przykład takich charakterystyk.



Rys. 5.4. Karty stabilności układu wirnik-łożyska

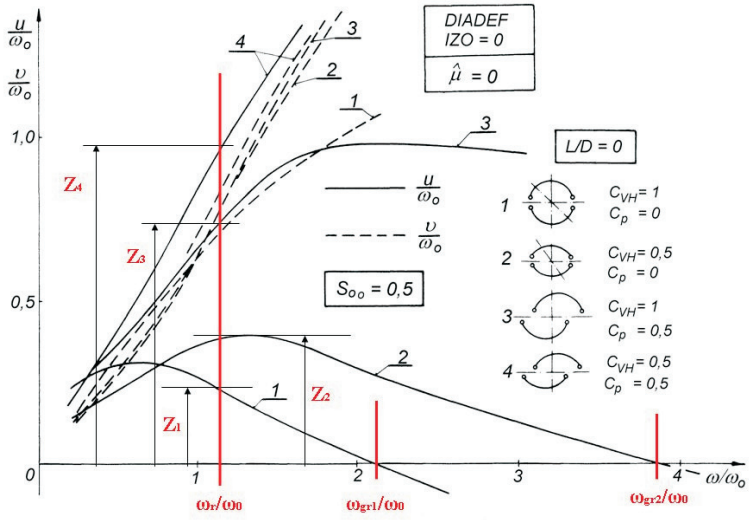
Dla zadanych konkretnych wartości S_{00}, $\hat{\mu}$ oraz roboczej prędkości kątowej ω_r/ω_0 określamy z rys. 5.4a w jakim punkcie w stosunku do granicy stabilności się znajdujemy i do jakiej prędkości ω_r/ω_0 możemy dojść aby granicy tej nie przekroczyć. Możliwości takich nie daje bezpośrednio wykres na rys. 5.4b, gdyż wraz z zmianą ω_r/ω_0 zmienia się też liczba S_0.

Wszystkie powyższe charakterystyki budujemy dla zadanej geometrii łożyska, wybranego rodzaju luzu i oczywiście założonego modelu cieplnego. Uzyskujemy w ten sposób tzw. „karty stabilności" układu wirnik-łożyska, niezwykle użyteczne w praktycznej ocenie własności takiego układu.

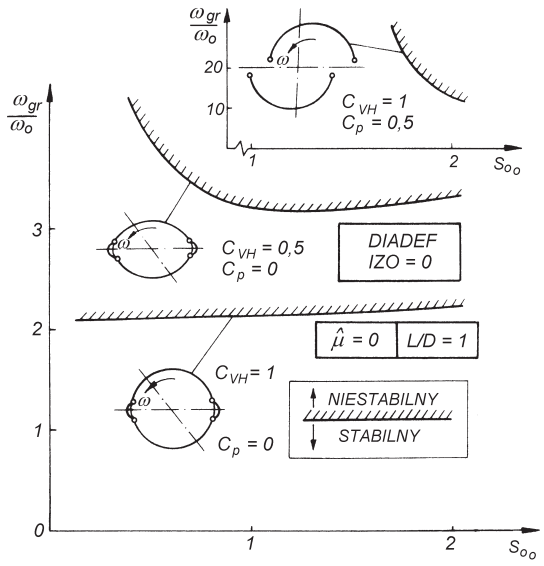
Rysunek 5.5 podaje przykład zależności typu $u(\omega)$ dla łożysk z różną geometrią szczeliny smarnej (dla kilku typowych łożysk antywibracyjnych). Widać stąd wyraźnie, że dla określonej „roboczej" prędkości wirnika ωr zapas stabilności Z (rezerwa stabilności) wyraźnie wzrasta w miarę wzrostu „stopnia antywibracyjności" łożyska. Również granica stabilności ω_{gr} przesuwa się zdecydowanie w kierunku wyższych prędkości obrotowych wirnika. Oczywiście układ posiadający większy zapas stabilności i wyżej usytuowaną granicę stabilnej jego pracy, jest lepszy jeśli chodzi o charakterystyki dynamiczne.

Rysunki 5.6 i 5.7 przedstawiają przykłady „kart stabilności" obliczone w funkcji odniesionej liczby Sommerfelda S_{00} oraz mimośrodowości względnej łożyska ε.

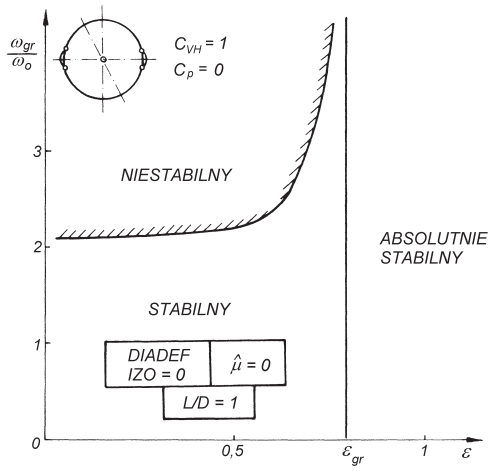
Jak widać karty te różnią się nie tylko układem graficznym ale przede wszystkim stwarzają inne możliwości interpretacji wyników. Rysunek 5.7 uwidacznia,



Rys. 5.5. Przebieg krzywych tłumienia i częstotliwości drgań własnych układu dla łożysk z różną geometrią szczeliny smarnej (1-łożyska cylindryczne, 2-soczewkowe, 3-offsetowe, 4-soczewkowo-offsetowe). Obliczenia przeprowadzono za pomocą programu DIADEF



Rys. 5.6. Karta stabilności układu dla łożysk z różną geometrią szczeliny smarnej. Obliczenia przeprowadzono za pomocą programu DIADEF



Rys. 5.7. Przebieg granicy stabilności układu w zależności od mimośrodowości względnej łożyska. Ilustracja wartości granicznej ε_{gr} po przekroczeniu której układ jest absolutnie stabilny. Obliczenia programem DIADEF

iż istnieje graniczna wartość mimośrodowości względnej łożyska, powyżej której układ będzie absolutnie stabilny niezależnie od prędkości obrotowej wirnika. Z kolei rys. 5.6, dla danej wartości S_{00} oraz określonej wartości ω, pozwala znaleźć aktualny punkt pracy układu, z którego natychmiast można ocenić, jak daleko jest do granicy stabilności i jak wygląda „kondycja" dynamiczna układu.

5.1.2 Prosty układ wirnik-łożyska. Mechanizm utraty stabilności

W oparciu o opis liniowy prostego układu wirnik-łożyska możemy określić granicę jego stabilnej pracy rozumianej jako punkt osiągnięcia zerowej wartości tłumienia układu u_n dla którejkolwiek z częstotliwości własnych. Opis liniowy nie tłumaczy jednak zjawisk zachodzących w układzie po przekroczeniu tej granicy. Tymczasem z przekroczeniem granicy stabilności wiążą się interesujące i do końca niewyjaśnione zjawiska, takie jak wiry i bicie olejowe, a więc zjawiska związane z niestabilnością hydrodynamiczną łożyska. Spróbujemy wyjaśnić istotę tych zjawisk.

Załóżmy, że rozpatrujemy prosty układ wirnik-łożyska o przyjętej stałej wartości S_{0_0} oraz $\hat{\mu}$. Załóżmy też, że w oparciu o opis liniowy (liniowe różniczkowe równanie ruchu – patrz rozdział 2.3) uzyskaliśmy przebieg krzywych tłumienia i częstotliwości drgań własnych, przy czym tłumienie u_n i częstotliwości v_n odniesiemy teraz do prędkości ω, a nie parametru odniesienia ω_o, co dla naszych celów będzie wygodniejsze. Ograniczymy się też tylko do pierwszej częstotliwości drgań własnych ($n = I$) i odpowiadającemu tej częstotliwości tłumienia u_I.

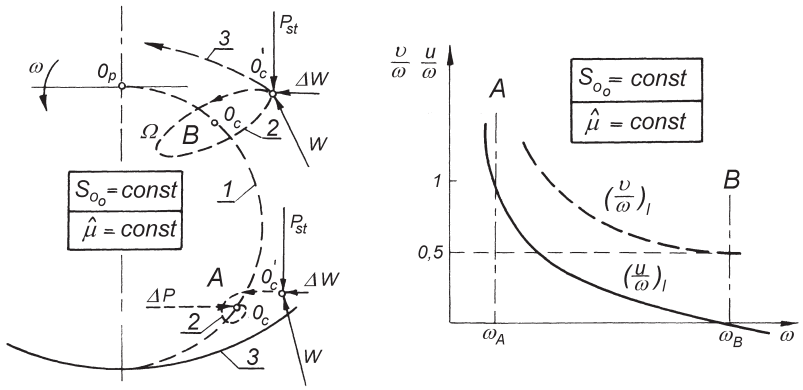
Zatem:

$$\frac{u_n}{\omega} = f\,(S_{0_0}\,, \omega\,,\, \hat{\mu})\ , \qquad \frac{\upsilon_n}{\omega} = f\,(S_{0_0}\,, \omega\,,\, \hat{\mu})\ ,$$

a przebieg granicy stabilności układu

$$\omega_{gr} = f\,(S_0\,,\, \hat{\mu})\ .$$

Spróbujemy teraz prześledzić warunki, w których dojść może do utraty stabilności układu. Przy małej prędkości kątowej wirnika ω_A środek czopa zajmuje położenie A w dolnej części półokręgu równowagi, tak jak pokazuje to rys. 5.8. Odpowiadające tej prędkości kątowej tłumienie układu $(u/\omega)_I$ jest bardzo duże. Załóżmy teraz, że na czop łożyska zadziała siła ΔP (chwilowy impuls), która obrazować może możliwe zaburzenia idealnego stanu równowagi statycznej. Czop wychyli się do położenia O_c', któremu odpowiada reakcja hydrodynamiczna W. Reakcja generuje pewną nadwyżkę hydrodynamiczną ΔW niezrównoważoną obciążeniem zewnętrznym. Nadwyżka ΔW powoduje ruch środka czopa wokół punktu równowagi statycznej A z prędkością zapewniającą równowagę oporów ruchu i siły ΔW. Ponieważ tłumienie układu (u_n/ω) jest bardzo duże, ruch ten ma charakter spirali zanikającej, zmierzającej do A. Mówimy, że układ jest stabilny (rys. 5.8).



Rys. 5.8. Wyjaśnienie mechanizmu niestabilności hydrodynamicznej układu wirnik-łożyska. 1 – półokrąg równowagi statycznej, 2 – trajektoria środka czopa, 3 – koło luzów

W miarę wzrostu prędkości kątowej ω, punkt równowagi statycznej łożyska przemieszcza się w górne części półokręgu równowagi a tłumienie układu spada. Przy prędkości ω_B tłumienie układu osiąga wartość zerową. Załóżmy, że prędkości wirnika ω_B odpowiada położenie B środka czopa na półokręgu równowagi (rys. 5.8). Impuls siły ΔP powoduje wychylenie czopa w położenie O_c', a nadwyżka hydrodynamiczna ΔW powoduje obrót środka czopa wokół punktu równowagi statycznej B. Teraz jednak, ponieważ tłumiące własności układu zanikły, środek czopa albo krąży po ustalonej, zamkniętej orbicie, albo po spirali rozbiegającej się

do granic luzu łożyskowego. Zależy to od tego, czy zdążą się wytworzyć specyficzne warunki równowagi pomiędzy oporami ruchu a siłami hydrodynamicznymi. W obu przypadkach mówimy, iż układ utracił swą stabilność.

Zauważmy, iż częstotliwość drgań własnych układu $(\upsilon_n/\omega)_I$ przy prędkości równej ω_B wynosi 0.5 (rys. 5.8). Oznacza to, że wytrącony z położenia równowagi środek czopa, wobec zaniku zewnętrznych sił wymuszających, natychmiast wpadnie w swego rodzaju rezonans i będzie się poruszał względem punktu B z prędkością kątową $\Omega = \omega/2$.

Poruszanie się środka czopa wokół jakiegoś punktu z prędkością Ω, niezależnie od prędkości kątowej wokół własnej osi ω, powoduje dodatkowy przepływ oleju (efekt pompowania) w obrębie szczeliny smarnej. Tego rodzaju zjawisko określone jest często w literaturze jako wir olejowy *(oil whirl)*. Ponieważ w omawianym przypadku prędkość kątowa środka czopa wokół punktu równowagi statycznej wynosi $\Omega = \omega/2$, wir ten na ogół określa się mianem wiru połówkowego. Często wprowadza się też określenie drgania połówkowe.

Drgania połówkowe są drganiami samowzbudnymi wywołanymi przez siły hydrodynamiczne powstające w filmie smarnym. Nadwyżka hydrodynamiczna ΔW podtrzymująca drgania wynika bezpośrednio z nieliniowych i anizotropowych własności filmu. Tego rodzaju własności sprawiają, że układ jest zdolny do pobierania energii ze stałego źródła (układu napędowego wirnika) i tworzenia owej nadwyżki hydrodynamicznej w taki sposób, że układ sam sobie dozuje energię potrzebną na pokrycie strat oraz wzbudzenie i podtrzymanie drgań.

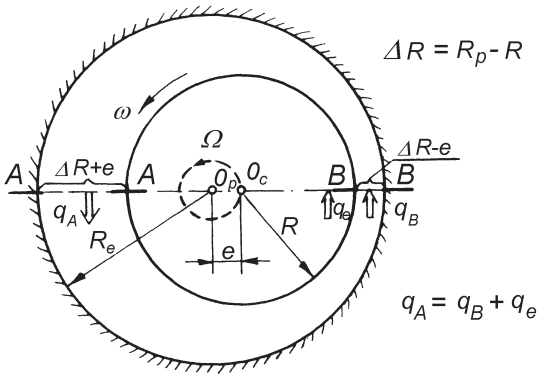
Jeżeli drgania połówkowe wystąpią stosunkowo wcześnie, ich amplituda niekoniecznie musi osiągać duże i niebezpieczne wartości. W rzeczywistości bowiem układ zawsze posiada pewne resztkowe własności tłumiące, ograniczające wartości maksymalnych amplitud drgań. Również prędkość wirowania Ω może być różna od wyliczonej teoretycznie wartości $\omega/2$. Pomiary eksperymentalne wskazują, że zawiera się ona na ogół w przedziale $\Omega = (0.3 \div 0.5)\omega$. Bardziej dokładne obliczenia, prowadzone w oparciu o np. złożone modele cieplne łożyska również dają w wyniku wartości $\Omega \leqslant 1/2\omega$. Wartość $\Omega = 1/2\omega$. jest tu więc pewnego rodzaju wartością graniczną. Możemy się o tym przekonać przeprowadzając następujące, proste rozumowanie. Przyjmijmy łożysko nieskończenie szerokie (brak wypływów bocznych) oraz załóżmy, że środek czopa O_c wiruje wokół środka panwi O_p z prędkością Ω, oraz że obraca się wokół własnej osi z prędkością ω, tak jak ilustruje to rys. 5.9. Przepływ przez przekrój A-A musi być równy przepływowi przez przekrój B-B plus to, co przepompuje czop na jednostkę szerokości na średnicy 2R. Zakładając dodatkowo brak gradientów ciśnienia (dla $\partial p/\partial\psi = 0$ uzyskamy największą wartość Ω – a o taką nam chodzi) przepływy w szczelinie wynikać będą tylko z prędkości własnej czopa $R\omega$ i prędkości wirowania $e\Omega$. Możemy więc napisać:

$$\frac{R\omega}{2}(\Delta R + e) = \frac{R\omega}{2}(\Delta R - e) + e\Omega 2R \ ,$$

stąd wynika

$$\Omega = \frac{1}{2}\omega \ .$$

Dla łożysk o skończonej szerokości oraz przy założeniu, że istnieją gradienty ciśnienia otrzymamy $\Omega < 1/2\omega$.



Rys. 5.9. Przepływy w szczelinie smarnej związane z efektem „pompowania" czopa

Istnieje jeszcze jeden, znacznie bardziej niebezpieczny rodzaj drgań samowzbudnych spowodowanych siłami hydrodynamicznymi łożysk ślizgowych. W miarę wzrostu prędkości kątowej ω wirnika wzrasta też prędkość wirów połówkowych (o ile wystąpią) Ω i może się zdarzyć, że prędkość Ω osiągnie wartość prędkości krytycznej drgań własnych samego wirnika ω_k, czyli $\Omega = \omega_k$. Wystąpi wówczas bardzo niebezpieczny rezonans całego układu wirnik-łożyska o dużych amplitudach. Środek czopa O_c obiegał będzie środek panwi O_p po najbardziej zewnętrznej ograniczonej jedynie wartością luzu, orbicie, co grozi zatarciem łożysk i awarią całego układu. Tego rodzaju drgania noszą nazwę drgań rezonansowych lub wirów rezonansowych. Często też używa się określenia „bicie" olejowe *(oil whip)*. Cechą charakterystyczną tych drgań jest to, że ich prędkość kątowa nie ulega zmianie przy dalszym wzroście prędkości kątowej ω wirnika. Z tego też względu drgania rezonansowe określane są również terminem „precesji asynchronicznej".

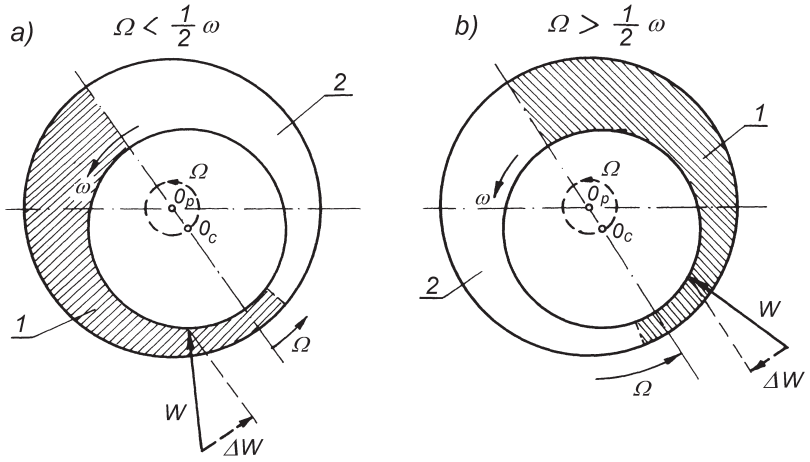
Zauważmy, że ponieważ, $\Omega \cong 1/2\,\omega$ to z warunku $\Omega = \omega_k$ wynika warunek $\omega \cong 2\omega_k$, co oznacza, że duże drgania rezonansowe mogą powstać, jeśli prędkość kątowa wirnika ω będzie równa w przybliżeniu podwójnej prędkości krytycznej samego wirnika (bez łożysk) ω_k.

Przypadek dużych oscylacji środka czopa jest dobrym przykładem wyjaśniającym mechanizm drgań samowzbudnych spowodowanych siłami hydrodynamicznymi. Załóżmy, że środek czopa wiruje wokół środka panwi z prędkością Ω, tak jak to pokazuje rys. 5.10. Z tą samą prędkością wiruje linia środków, a więc położenie minimalnej grubości szczeliny przemieszcza się wzdłuż obwodu łożyska wraz z wirem.

Rozwiązując równanie Reynoldsa dla tego przypadku okaże się, że gdy $\Omega < 1/2\,\omega$ film smarny (obszar dodatniego ciśnienia hydrodynamicznego) wybuduje się zawsze w zbieżnej (napływowej) części szczeliny smarnej a wypadkowa reakcji W

będzie nachylona względem ruchomej linii środków pod kątem dającym składową ΔW styczną w kierunku wirowania czopa, rys. 5.10a. Podtrzymuje to drgania o wysokiej amplitudzie i zwiększa tendencję układu do zachowań niestabilnych.

Jeżeli $\Omega > {}^1\!/_2\ \omega$, film smarny wybuduje się w rozbieżnej (spływowej) części szczeliny smarnej a wypadkowa reakcji W daje składową ΔW przeciwną do kierunku wirowania środka czopa rys. 5.10b. Film smarny tłumi więc drgania. Powyższe tłumaczy fakt, dlaczego drgania wymuszone synchroniczne ($\Omega = \omega$) nie wywołują bezpośrednio drgań o charakterze samowzbudnym.



Rys. 5.10. Wirujący film smarny oraz mechanizm hydrodynamicznego wzbudzania (a) i tłumienia (b) dużych oscylacji czopa. Oznaczenia: 1 – ciągły film smarny, 2 – strefa skawitowana

Dla porządku odnotujmy, że dla $\Omega = {}^1\!/_2\ \omega$ otrzymamy z równania Reynoldsa dla omawianego przypadku, zerową wartość nośności hydrodynamicznej.

Możemy teraz, w oparciu o posiadane informacje, sprecyzować bardziej ogólne warunki w jakich wystąpić mogą drgania samowzbudne połówkowe lub rezonansowe. Punktem wyjścia niech będą charakterystyki, które wymieniliśmy na wstępie niniejszego rozdziału, (uzyskane w oparciu o opis liniowy) oraz warunek

$$\omega \geqslant 2\omega_k,$$

określający możliwy zakres występowania drgań o dużej amplitudzie uzyskany z uproszczonego opisu nieliniowego. Rozpatrzmy najpierw przypadek wirnika (o małej masie skupionej m) dla którego przyjmiemy

$$S_{0_0} = \hat{\alpha} = const\ .$$

W miarę wzrostu prędkości kątowej wirnika ω poruszać się będziemy po krzywej $S_{0_0} = \hat{\alpha}$, tak jak przedstawia to rys. 5.11a. W punkcie A_1 osiągniemy gra-

nicę stabilnej pracy układu ω_{gr}/ω_o. Wobec zaniku tłumiących własności układu (rys. 5.11b) powstać mogą drgania połówkowe o umiarkowanej amplitudzie (rys. 5.11c) i prędkości zbliæonej do $1/2\,\omega$ (rys. 5.11d). Ponieważ warunek $\omega \geqslant 2\omega_k$ nie został jeszcze spełniony, drgania duże rezonansowe nie wystąpią. Przy dalszym wzroście prędkości kątowej osiągamy punkt A_2, w którym warunek drgań dużych jest już spełniony. Wystąpią więc duże drgania rezonansowe całego układu o stałej już prędkości wirowania $\Omega \cong \omega_k$. Na rysunkach 5.11c,d naniesiony też został przebieg amplitud i prędkości drgań przy drganiach wymuszonych spowodowanych niewywagą wirującej masy m.

Zwiększymy teraz znacznie masę skupioną wirnika m pozostawiając wszelkie inne parametry układu bez zmian. Rozpatrywać więc będziemy przypadek wirnika ciężkiego, dla którego będzie:

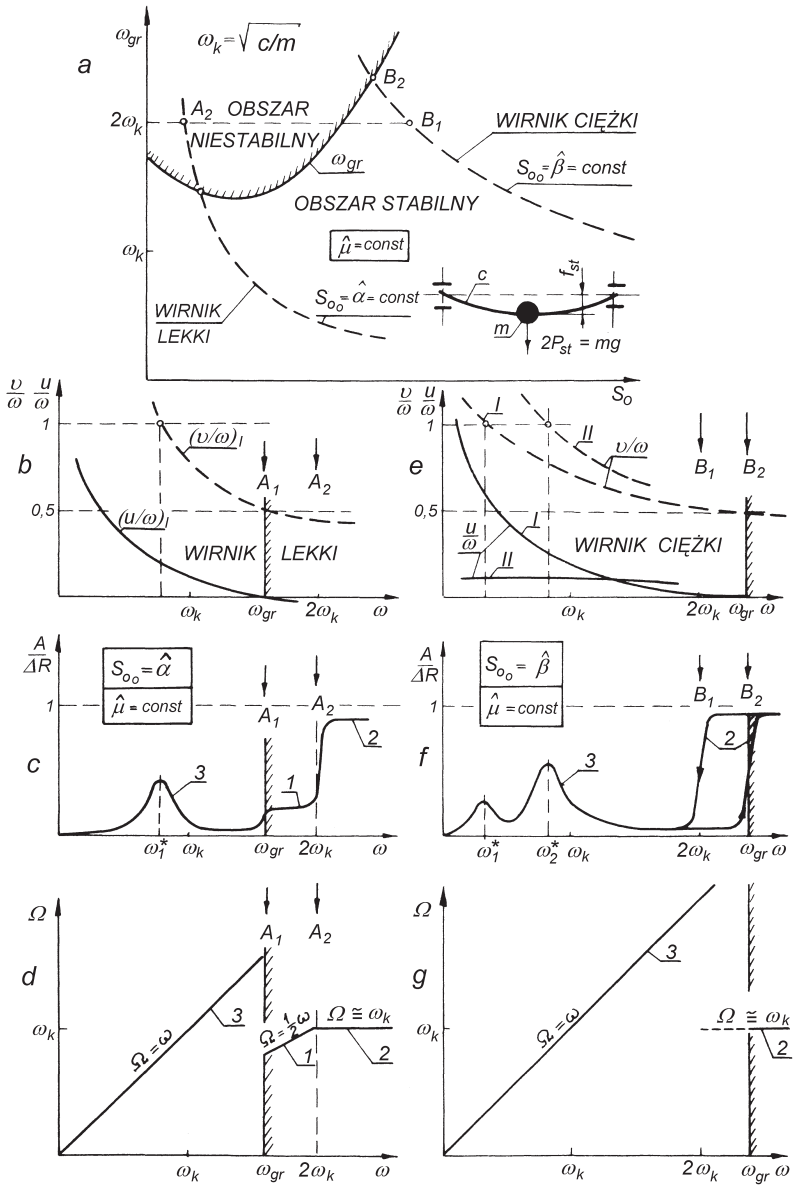
$$S_{0_0} = \hat{\beta} = const\,,$$

przy czym $\hat{\beta} \gg \hat{\alpha}$. W miarę wzrostu prędkości kątowej wirnika ω poruszać się będziemy po krzywej $S_{0_0} = \hat{\beta}$ aż do osiągnięcia punktu B_1, w którym spełniony jest warunek drgań dużych (rys. 5.11a). Ponieważ w tym przypadku granica stabilności nie została jeszcze osiągnięta, układ posiada własności tłumiące, które mogą zapobiec pojawieniu się zarówno drgań połówkowych jak i rezonansowych. Dopiero osiągnięcie punktu B_2 powoduje, że pojawiają się od razu duże drgania rezonansowe. Przy obniżaniu prędkości kątowej ω drgania rezonansowe zanikają poniżej punktu B_1, co powoduje charakterystyczną histerezę (rys. 5.11f). Tak więc w przypadku wirnika ciężkiego, drgania połówkowe mogą w ogóle nie wystąpić (rys. 5.11g). Pojawić się natomiast mogą dwa lokalne rezonanse ω_1^* i ω_2^* przy drganiach wymuszonych niewywagą z częstotliwością synchroniczną (rys. 5.11f,g).

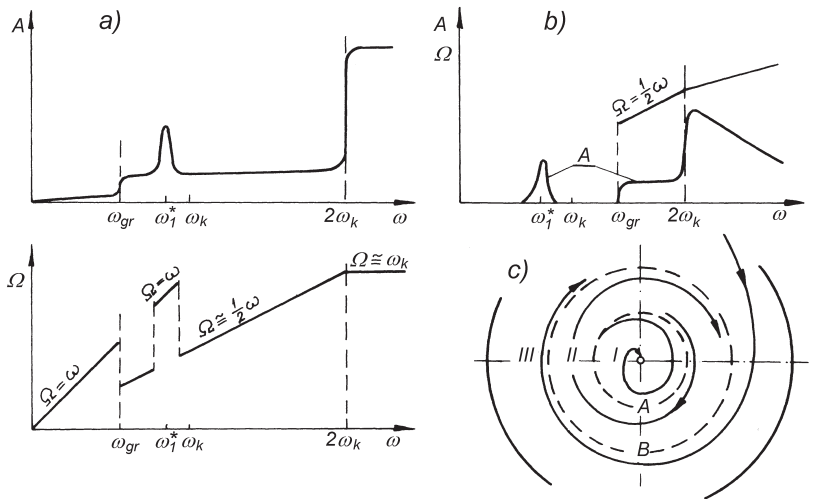
Rysunek 5.11 zawiera poglądowe zestawienie drgań samowzbudnych (połówkowych i rezonansowych) oraz wymuszonych spowodowanych niewywagą dla dwóch skrajnych przypadków, a mianowicie prostego modelu wirnika lekkiego i ciężkiego. Bardziej złożone mogą być postacie drgań układu dla wirników o masach średnich. Ponadto w pewnych przypadkach może zdarzyć się tak, że drgania połówkowe pojawią się, a następnie znikną przy przejściu przez lokalny rezonans spowodowany drganiami wymuszonymi ($\omega = \omega_1^*$). Po prostu drgania wymuszone „przydławią" drgania połówkowe. Obraz drgań może być więc taki jak na (rys. 5.12a).

Drgania rezonansowe (precesja asynchroniczna) niekoniecznie też muszą się utrzymywać na tym samym poziomie częstotliwości ($\Omega \cong \omega_k$) przy dalszym, znacznym wzroście prędkości kątowej ω. Przy dużej lepkości oleju oraz dużej szerokości łożyska może się zdarzyć, że resztkowe własności tłumiące układu pozostaną znaczne i tym samym amplituda drgań ulegać będzie pewnemu wytłumieniu a prędkość wirowania wzrastać. Przypadek taki przedstawia rys. 5.12b.

Również obraz trajektorii czopa przy dużych drganiach może być bardziej złożony. W pewnych sytuacjach wyodrębnić można dwa lub kilka tzw. cykli granicznych. Przypadek taki przedstawia rys. 5.12c. Jako stabilny określić tu można z całą pewnością obszar pracy I, i w pewnym sensie obszar pracy III, w którym czop zmierza do stabilnego cyklu granicznego B.



Rys. 5.11. Drgania układu wirnik-łożyska: 1 – drgania połówkowe (wir połówkowy), 2 – drgania rezonansowe (wir rezonansowy, bicie olejowe, precesja asynchroniczna), 3 – drgania wymuszone synchroniczne spowodowane niewywagą wirującej masy (precesja synchroniczna)



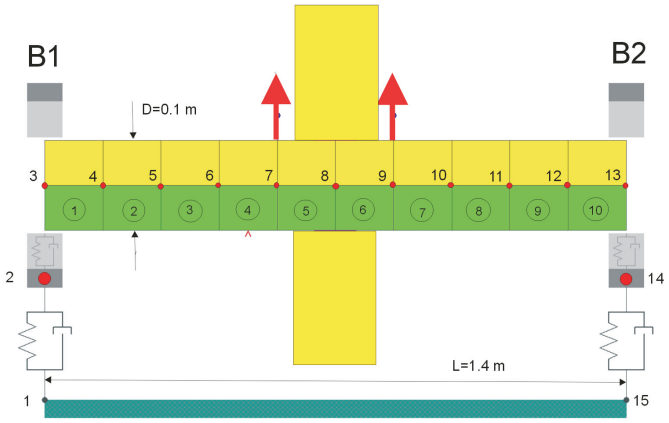
Rys. 5.12. Przypadki szczególne drgań układu: a) – efekt „przydławienia" drgań połówkowych, b) – wpływ szczególnie dużego tłumienia filmu, c) – cykle graniczne: A – niestabilny cykl graniczny, B – stabilny cykl graniczny, I – obszar stabilny, II – obszar niestabilny, III – obszar „pseudostabilny"

W kontekście omawianych zagadnień związanych z dynamiką prostych układów wirnik-łożyska, warto zwrócić uwagę na względność niektórych tradycyjnych pojęć. Można np. postawić następujące pytanie; czy jako normalny należy uznać stan absolutnie stabilny układu a więc stan idealnego bezruchu (brak drgań), który praktycznie nie zachodzi w rzeczywistości, czy też za normalny można uznać stan „stabilnych" niewielkich drgań połówkowych czy wymuszonych. W praktyce mamy do czynienia z taką różnorodnością zachowań dynamicznych układu, iż można odnieść wrażenie, że to właśnie niewielkie drgania połówkowe czy wymuszone synchroniczne są stanem normalnym układu.

Jak wspomnieliśmy już w rozdziałach 1 i 2 niniejszej monografii, cechą charakterystyczną łożysk ślizgowych jest nierówność nie tylko głównych współczynników sztywności $c_{11} \neq c_{22}$, ale przede wszystkim nierówność (anizotropia) „skośnych" współczynników sztywności $c_{12} \neq c_{21}$, co oznacza, że łożyska ślizgowe nie zachowują się jak typowy układ mechaniczny. Bezpośrednią przyczyną niestabilności hydrodynamicznej jest właśnie anizotropia „skośnych" współczynników sztywności. Możemy się o tym łatwo przekonać wstawiając do równań opisujących dynamikę układu (rozdział 2.3) $c_{12} = c_{21}$. Granica stabilności wypada wówczas nieskończenie duża, co oznacza, że układ jest absolutnie stabilny i nie generuje drgań samowzbudnych.

5.2 Układy złożone. Symulacje komputerowe

Przejdźmy teraz do układów typu wirnik łożyska bardziej już złożonych, a więc opisanych równaniami przedstawionymi w rozdziałach 2.1 oraz 2.2. Natura zjawiska niestabilności hydrodynamicznej jest nieliniowa, co oznacza, iż po przekroczeniu przez układ granicy stabilności możemy prześledzić stan dynamiczny obiektu wyłącznie w oparciu o opis nieliniowy. Przedstawione w rozdziale 2.3 równania nie obowiązują już w tym zakresie, chociaż umożliwiały wyciągnięcie wniosków przedstawionych w poprzednim rozdziale 5.1. Wykorzystamy zatem program NLDW, stanowiący część systemu MESWIR (patrz rozdział 3), który umożliwia analizę przemian już o charakterze jakościowych, w tym przypadku analizę przejścia od klasycznych drgań o eliptycznym kształcie trajektorii do drgań o strukturze wirowej. Zaawansowana analiza komputerowa umożliwia też wyodrębnienie charakterystycznych wyróżników diagnostycznych tego stanu i zrozumienie fizyki tego zjawiska. Bez badań symulacyjnych tego rodzaju ocena prowadzona wyłącznie w oparciu o badania eksperymentalne byłaby trudniejsza i przede wszystkim zdecydowanie bardziej kosztowna.



Rys. 5.13. Przyjęty do badań obiekt (dwupodporowa, modelowa maszyna wirnikowa ułożyskowana ślizgowo) wraz z dyskretyzacją MES i numeracją węzłów

Przeprowadźmy zatem nieco bardziej usystematyzowane badania propagacji wirów olejowych. Zacznijmy od wirnika wielomasowego, ale symetrycznego pracującego na dwóch identycznych łożyskach. Określimy go mianem „wirnika teoretycznego". Rysunek 5.13 przedstawia przyjęty do badań obiekt wraz z dyskretyzacją MES i numeracją węzłów. Obserwować będziemy rozwój wirów i bicia olejowego w łożysku w miarę wzrostu prędkości obrotowej wirnika po przekroczeniu granicy stabilności. Na układ działają siły zewnętrzne pochodzące od niewyważenia resztkowego dysku. Podstawowe charakterystyki łożysk: średnica czopa – 0.1 m, luz cylindryczny promieniowy – 90 μm, stosunek szerokości panwi do średnicy

czopa – 0.5, czynnik smarujący – olej maszynowy Z-26 o stałej wartości lepkości dynamicznej (model izotermiczny). Wyniki komputerowej symulacji za pomocą systemu NLDW przedstawiają rys. 5.14 do rys. 5.20.

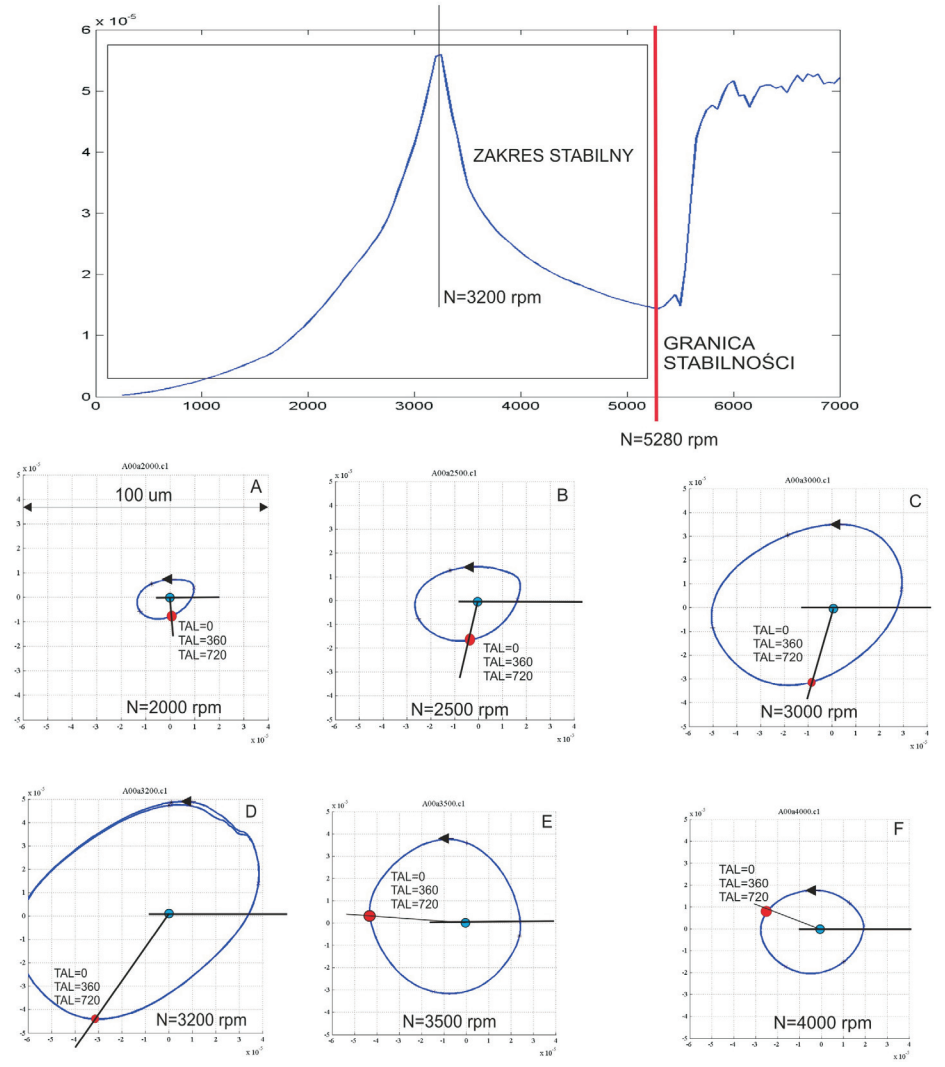
Na rys. 5.14 do 5.16 zaznaczono na trajektoriach położenia znacznika fazy w stosunku do płaszczyzny poziomej układu współrzędnych (osi x). Położenie dla TAL $= 0, 360, 720$ stopni odpowiada sytuacji, w której wektor siły wymuszającej drgania układu zajmuje pozycję: *poziomo w prawo*. Położenie znacznika fazy na trajektorii dokładnie w tej samej pozycji: *poziomo w prawo* oznaczało by, że pomiędzy wektorem sił wymuszających a odpowiedzią układu (położenie na trajektorii) nie ma żadnego opóźnienia. Teoretycznie jest to możliwe tylko w sytuacji, kiedy prędkość obrotowa wirnika byłaby równa zeru. Warto zauważyć, że tak zdefiniowany znacznik fazy różni się od klasycznej definicji kąta opóźnienia fazowego, którą znaleźć można w każdym podręczniku dotyczącym teorii drgań. Zobaczymy jednakże jak bardzo zaproponowana definicja może być użyteczna.

Z rys. 5.14 wynika, że znacznik fazy pomału, ale systematycznie nie „nadąża" za położeniem wektora sił wymuszających i pozostaje „z tyłu" w stosunku do kierunku obrotów wirnika. Taki wynik jest zgodny z oczekiwaniami. Sytuacja staje się znacznie bardziej ciekawa po przekroczeniu przez układ granicy stabilności.

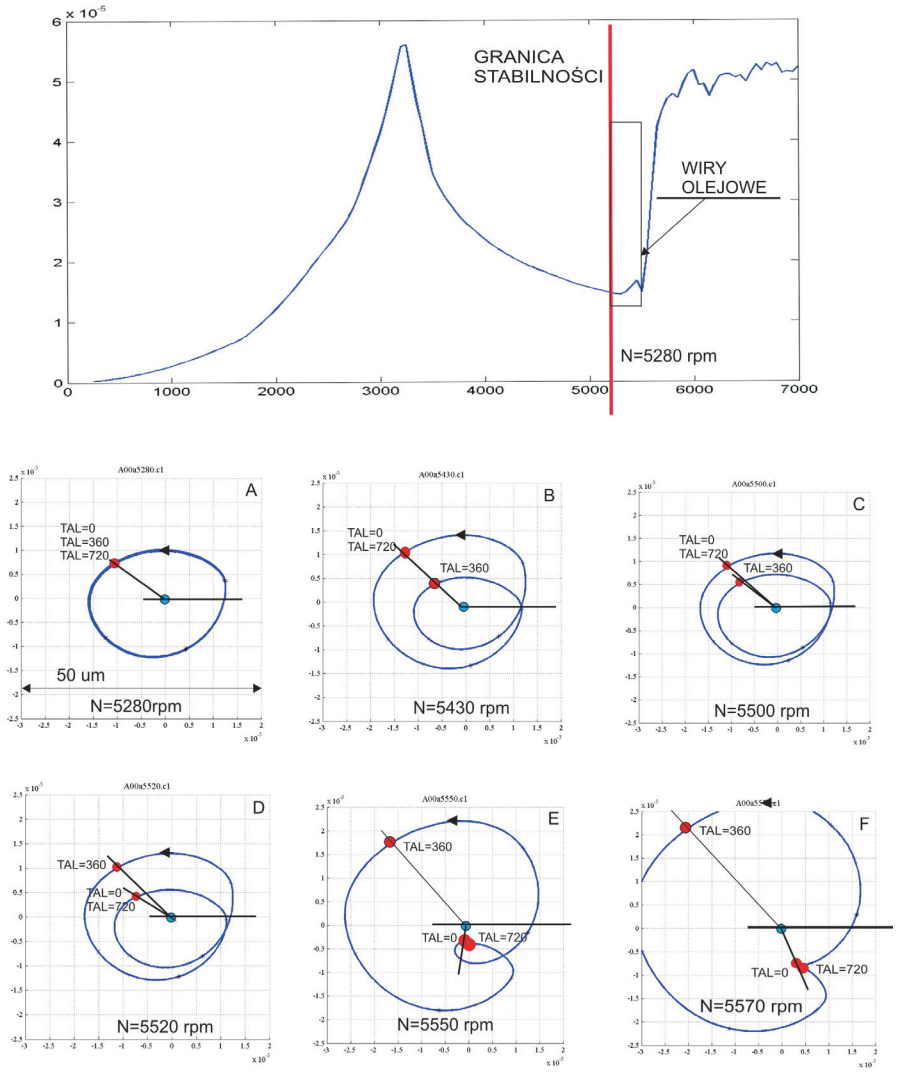
Z rys. 5.15 wynika interesujące spostrzeżenie, że wiry olejowe rozwijają się poprzez powolne „rozszczepienie się" eliptycznej trajektorii na dwie pętle: zewnętrzną i wewnętrzną. Pętla wewnętrzna ulega w pierwszej fazie zmniejszeniu, po czym zaczyna się jej wzrost i zamiana z pętlą zewnętrzną. Dotychczasowa pętla zewnętrzna zanika i w końcowej fazie wirów mamy już jedną, zbliżoną do kołowej, trajektorię. Wiry przechodzą do kolejnej, znacznie bardziej już niebezpiecznej fazy, a mianowicie do bicia olejowego. Ilustruje to rys. 5.16. Obserwacja znaczników fazy, a więc położeń na trajektoriach którym odpowiadają wektory wymuszeń zewnętrznych usytuowane w przyjętym układzie współrzędnych poziomo w prawo (TAL $= 0, 360$ lub 720 stopni) dostarcza praktycznych informacji dotyczących wyróżnika diagnostycznego związanego z niestabilnością hydrodynamiczną. Najpierw zauważmy, że w obszarze wirów olejowych opóźnienie znacznika fazy osiąga swoją maksymalną wartość, na chwilę się stabilizuje, po czym już w obszarze bicia olejowego gwałtownie rośnie. Najbardziej interesująca jednakże jest tu ilość znaczników fazy. Ilustrują to rys. 5.20 i rys. 5.21. Z rys. 5.20 wynika, że temu samemu położeniu wektora siły wymuszającej np. *poziomo w prawo*, w analizowanym przedziale rejestracji obrotów wirnika $\langle 0, 720\rangle$, a więc dla wartości TAL $= 0, 360$ i 720, w przypadku zaawansowanego już bicia olejowego, odpowiadają trzy różne rozkłady ciśnienia i tym samym zupełnie inny stan dynamiczny łożyska. Oznacza to, że stan ten znamienny jest posiadaniem aż trzech znaczników fazy w rejestrowanym przedziale trajektorii od 0 do 720 stopni.

W tej konwencji wiry olejowe posiadają dwa znaczniki fazy, a stabilny zakres pracy maszyny jeden znacznik. Ilustruje to rys. 5.21. Spostrzeżenia zawarte na 5.21 mogą mieć kapitalne znaczenie w monitorowaniu niestabilności hydrodynamicznej, ponieważ dostarczają praktycznej miary tego rodzaju stanów w postaci ilości znaczników fazy.

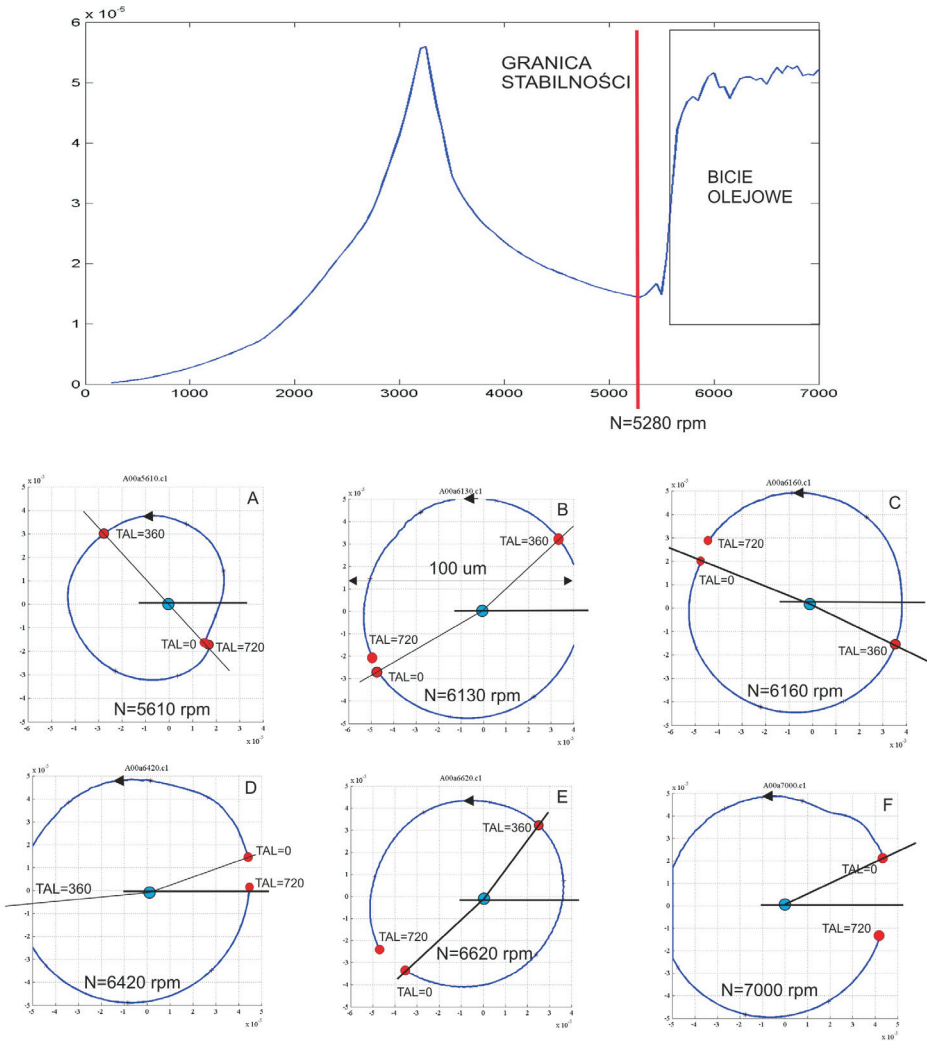
Interesujących informacji dostarcza analiza widmowa drgań po przekroczeniu



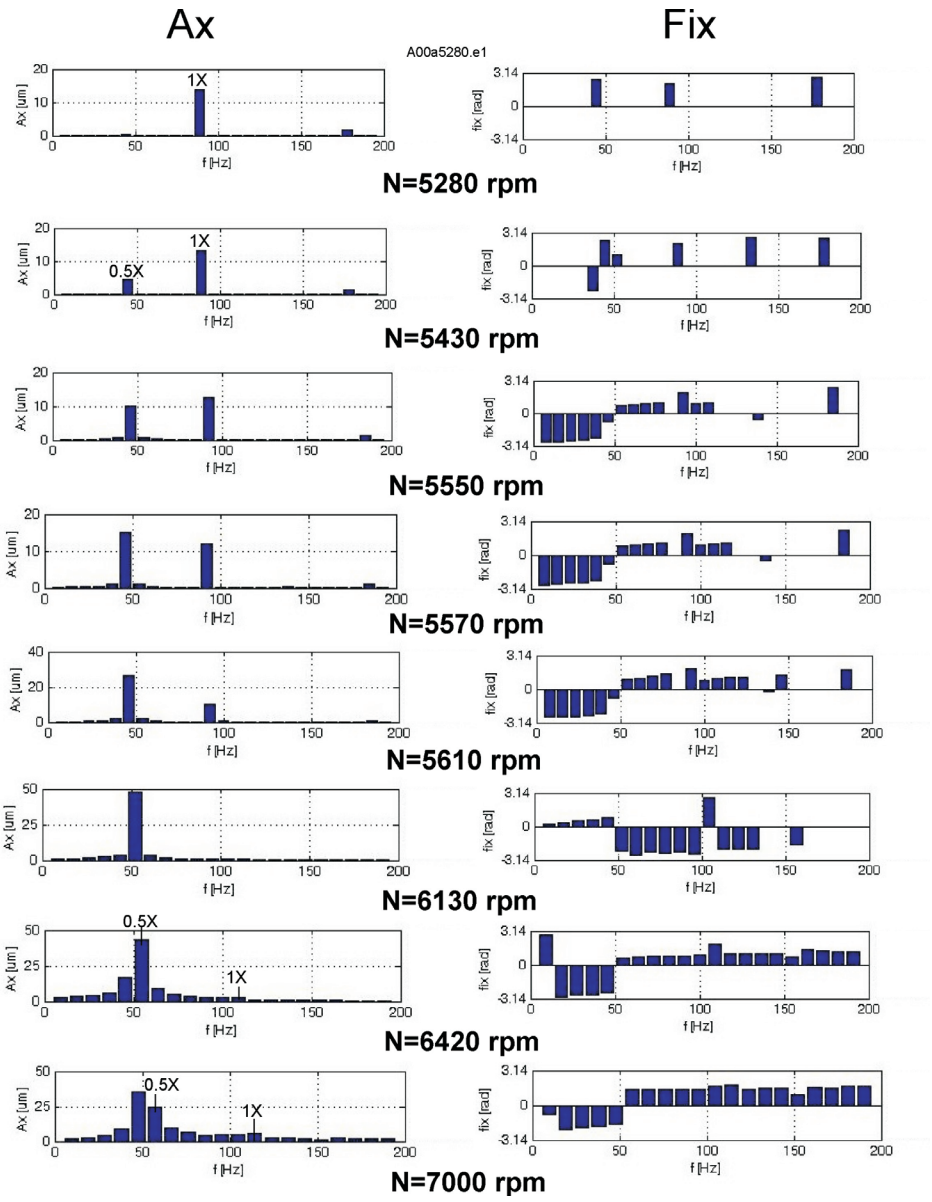
Rys. 5.14. Trajektorie drgań względnych w łożysku (drgania filmu olejowego) w stabilnym zakresie pracy układu. Obliczenia przeprowadzono za pomocą systemu NLDW. Rejestracja przebiegu drgań w przedziale 0-720 stopni (dwa ostatnie obroty wirnika)



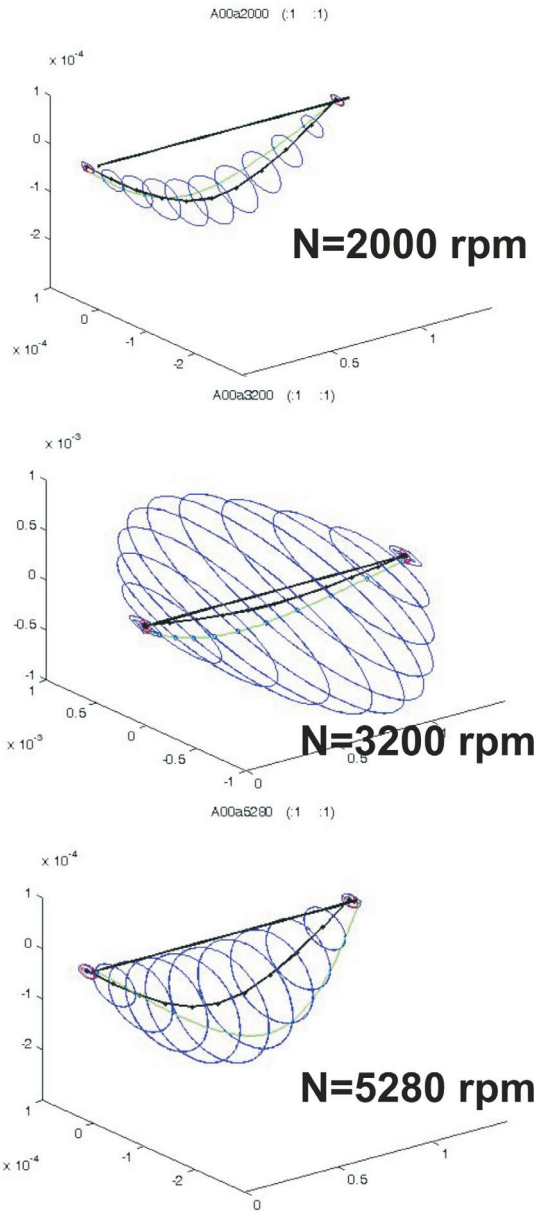
Rys. 5.15. Komputerowa symulacja rozwoju wirów olejowych po przekroczeniu granicy stabilności układu – faza małych drgań olejowych (wirów olejowych). Obliczenia przeprowadzono za pomocą systemu NLDW. Rejestracja przebiegu drgań w przedziale 0-720 stopni (dwa ostatnie obroty wirnika)



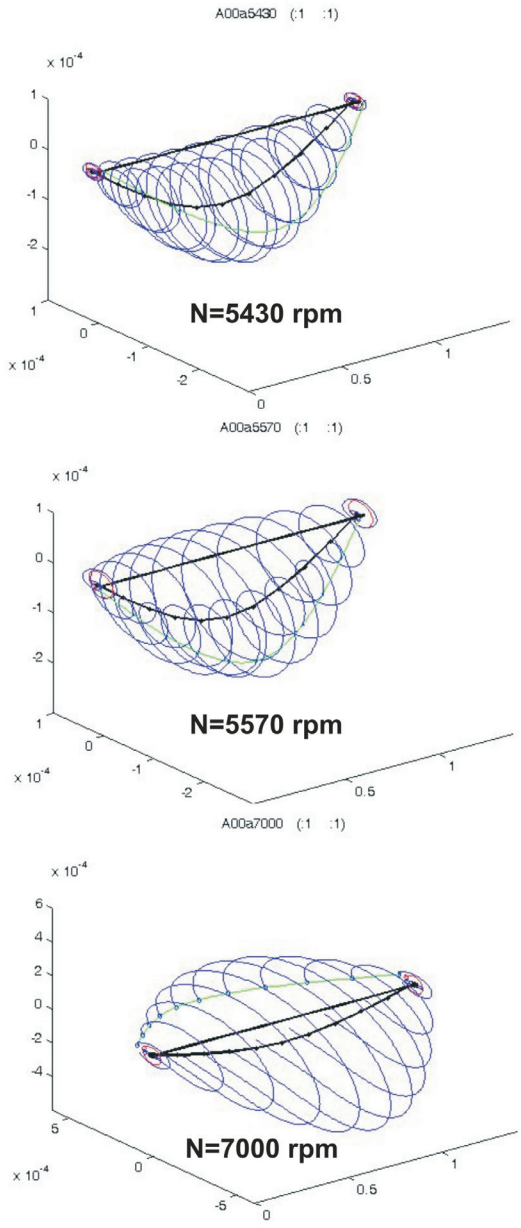
Rys. 5.16. Symulacja przejścia wirów olejowych do fazy bicia olejowego. Silnie rozwinięta niestabilność hydrodynamiczna - duże niebezpieczne drgania olejowe. Rejestracja przebiegu drgań w przedziale 0-720 stopni (dwa ostatnie obroty wirnika)



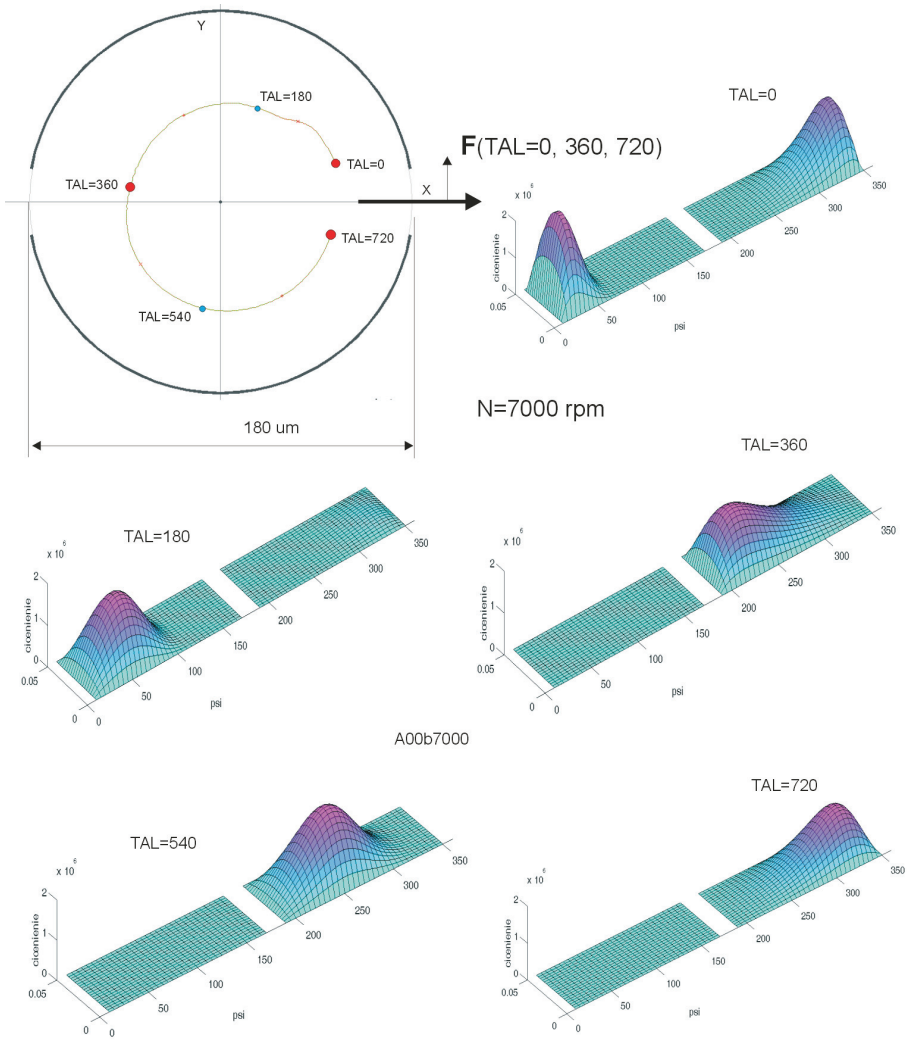
Rys. 5.17. Widma amplitudowe i fazowe drgań dla składowej poziomej Ax i Fix po przekroczeniu przez układ granicy stabilności. Obszar wirów i bicia olejowego



Rys. 5.18. Trajektorie drgań wybranych węzłów wzdłuż linii wirnika w stabilnym zakresie pracy



Rys. 5.19. Trajektorie drgań wybranych węzłów wzdłuż linii wirnika po przekroczeniu przez układ granicy stabilności. Obszar wirów i bicia olejowego



Rys. 5.20. Symulacja zmian rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w czasie w obszarze bicia olejowego (N=7000 obr/min). Rysunek przedstawia rozkłady ciśnienia dla kilku wybranych położeń czopa na trajektorii. Trajektoria została przedstawiona na tle koła luzów w łożysku. Obliczenia przeprowadzone zostały programem NLDW



Rys. 5.21. Próba klasyfikacji niestabilności hydrodynamicznej w układzie i wprowadzenia wyróżników diagnostycznych

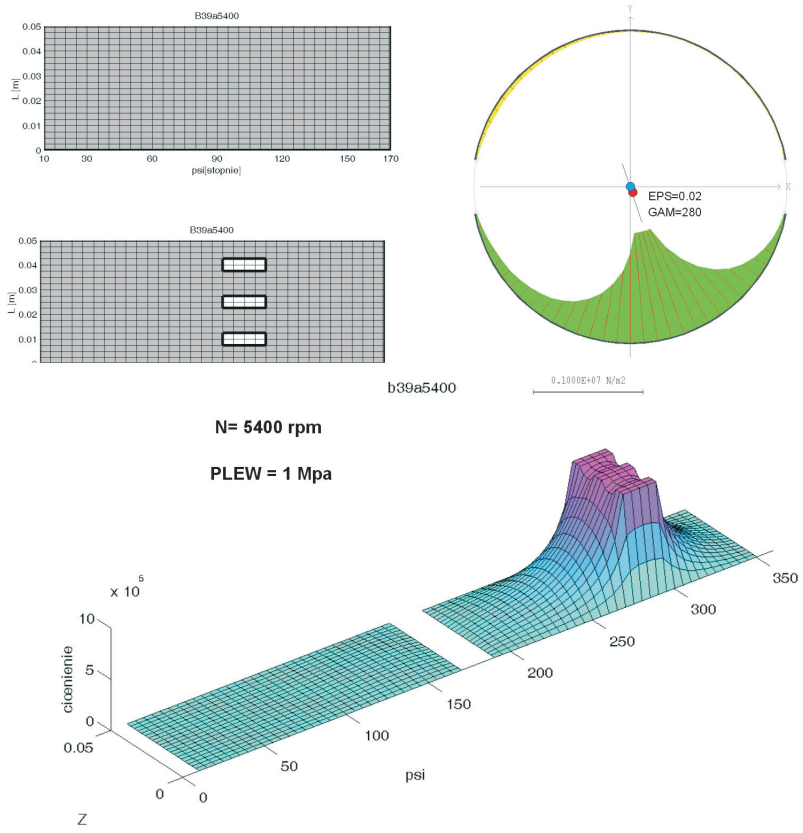
przez układ granicy stabilności. Analizę taką przedstawia rys. 5.17. W tym przypadku najbardziej znamienną cechą niestabilności hydrodynamicznej jest pojawienie się **składowej subharmonicznej** w widmie drgań zbliżonej do 0.5X. Potwierdza to wnioski wysunięte w oparciu o analizę prostego modelu wirnika – patrz rozdział 5.1. W miarę rozwoju wirów olejowych składowa subharmoniczna staje się coraz bardziej znacząca. W strefie bicia olejowego zdominowała już ona całą strukturę widma, co oznacza, że synchroniczne drgania wymuszone praktycznie zanikły, pomimo, iż na układ dalej działają te same siły zewnętrzne. Struktura widma w strefie bicia olejowego staje się coraz bardziej „rozmyta" w okolicach składowej subharmonicznej, a jej maksymalna wartość „opóźnia się" w stosunku do pierwotnej częstotliwości 0.5X (bezwzględnie pozostaje na tym samym poziomie, co relatywnie oznacza coraz mniejszą wartość w stosunku do częstotliwości obrotowej wirnika 1X). Fakt ten również został przewidziany w rozdziale 5.1 – patrz rys. 5.11 i rys. 5.12.

Rysunek 5.18 i rys. 5.19 przedstawiają trajektorie drgań wybranych węzłów wzdłuż linii wirnika dla stabilnego zakresu pracy układu oraz w obszarze wirów i bicia olejowego. Charakterystyczne pętle połówkowe w obszarze wirów i „niedomykanie się" trajektorii dla okresu równego 720 stopni w obszarze bicia olejowego są tu wyraźnie widoczne.

5.3 Rozwój wirów i bicia olejowego przy smarowaniu hybrydowym

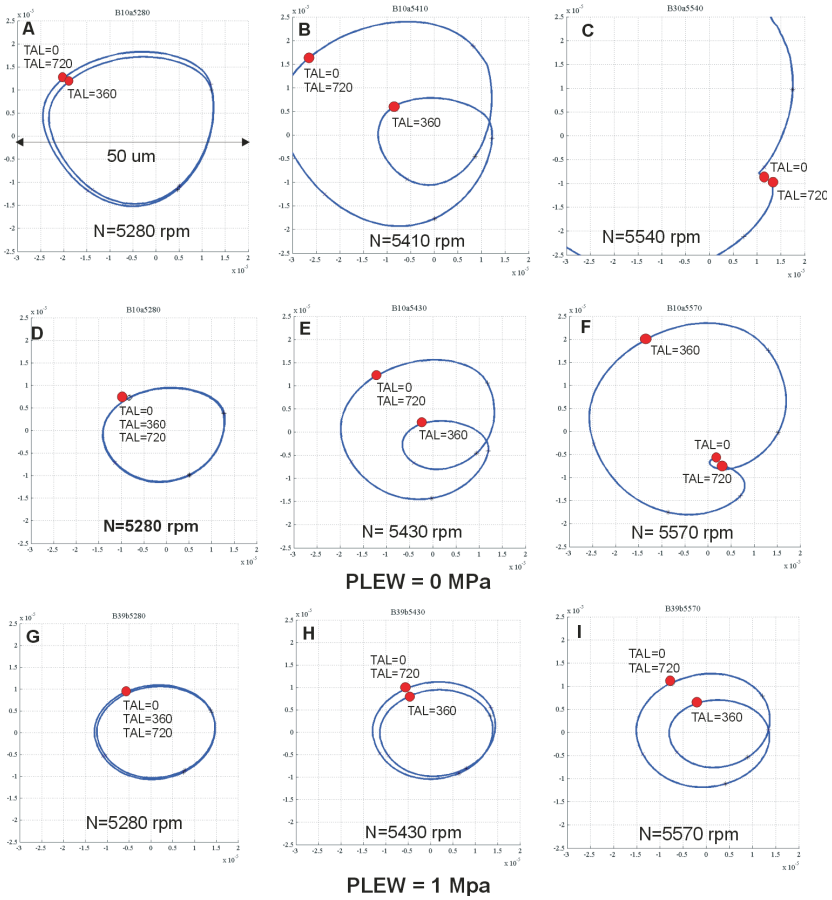
Przejdźmy teraz do badań związanych ze smarowaniem hybrydowym i opisem propagacji wirów olejowych dla tego przypadku. Pozostańmy nadal przy obiekcie, który określiliśmy jako „wirnik teoretyczny" – rys. 5.13. Załóżmy, że szczelina smarna posiada trzy kieszenie lewarowe przez które będzie podawany olej lewarowy lub nie – rys. 5.22 lewa górna część. Sama bowiem obecność kieszeni lewarowych może

istotnie zmienić warunki smarowania i tym samym rozwoju wirów olejowych. Badania przeprowadzone zostały dla dwóch wariantów: dla zerowej wartości ciśnienia lewarowego (przy obecności samych kieszeni lewarowych) i dla stosunkowo dużej wartości ciśnienia lewarowego PLEW=1 MPa. Rozkład ciśnienia hybrydowego dla tego przypadku wraz z położeniem czopa na tle koła luzów przedstawia rys. 5.22.

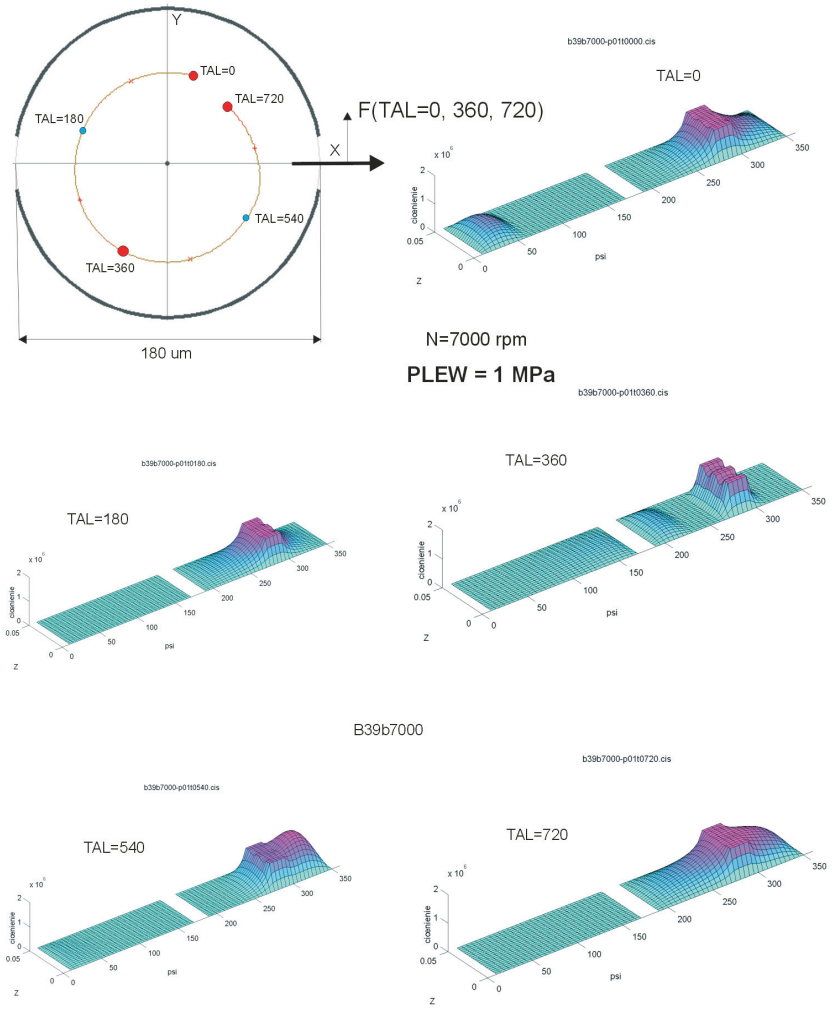


Rys. 5.22. Przykład smarowania hybrydowego w analizowanym łożysku. Poprzez trzy kieszenie lewarowe w dolnej półpanwi (lewa górna część rysunku) podawany jest olej lewarowy pod ciśnieniem 1 MPa. Obliczenia kinetostatyczne przeprowadzone zostały programem KINWIR dla prędkości obrotowej $N = 5400$ obr/min. Położenie środka czopa na tle koła luzów przedstawia górna prawa część rysunku

Jak widać „część hydrostatyczna" stała się dominująca. Przy tak małej mimośrodowości względnej położenia czopa względem panwi EPS=0.02 można uznać, iż mamy do czynienia z łożyskiem hydrostatycznym. Ciśnienie PLEW celowo zostało przyjęte tak duże ponieważ chodziło o analizę właśnie tego rodzaju przypadków.



Rys. 5.23. Rozwój wirów olejowych dla trzech konfiguracji szczeliny smarnej: A, B, C – smarowanie hydrodynamiczne bez kieszeni lewarowych, D, E, F – smarowanie hydrodynamiczne przy trzech kieszeniach lewarowych (rys. 5.22) i przy braku ciśnienia lewarowego (PLEW = 0), G, H, I – smarowanie hybrydowe dla trzech kieszeni lewarowych i ciśnieniu lewarowym PLEW = 1 MPa



Rys. 5.24. Symulacja zmian rozkładu ciśnienia hydrodynamicznego w czasie w obszarze bicia olejowego ($N = 7000$ obr/min) przy smarowaniu hybrydowym (trzy kieszenie lewarowe wg rys. 5.22, ciśnienie lewarowe PLEW = 1MPa). Rysunek przedstawia rozkłady ciśnienia dla kilku wybranych położeń czopa na trajektorii. Trajektoria została przedstawiona na tle koła luzów w łożysku

Czy zatem propagacja wirów olejowych w łożyskach hydrostatycznych będzie podobna? Czy za pomocą ciśnienia lewarowego można zjawisko to wyeliminować lub ograniczyć? Odpowiedzi na te pytania dostarczają rys. 5.23 i rys. 5.24.

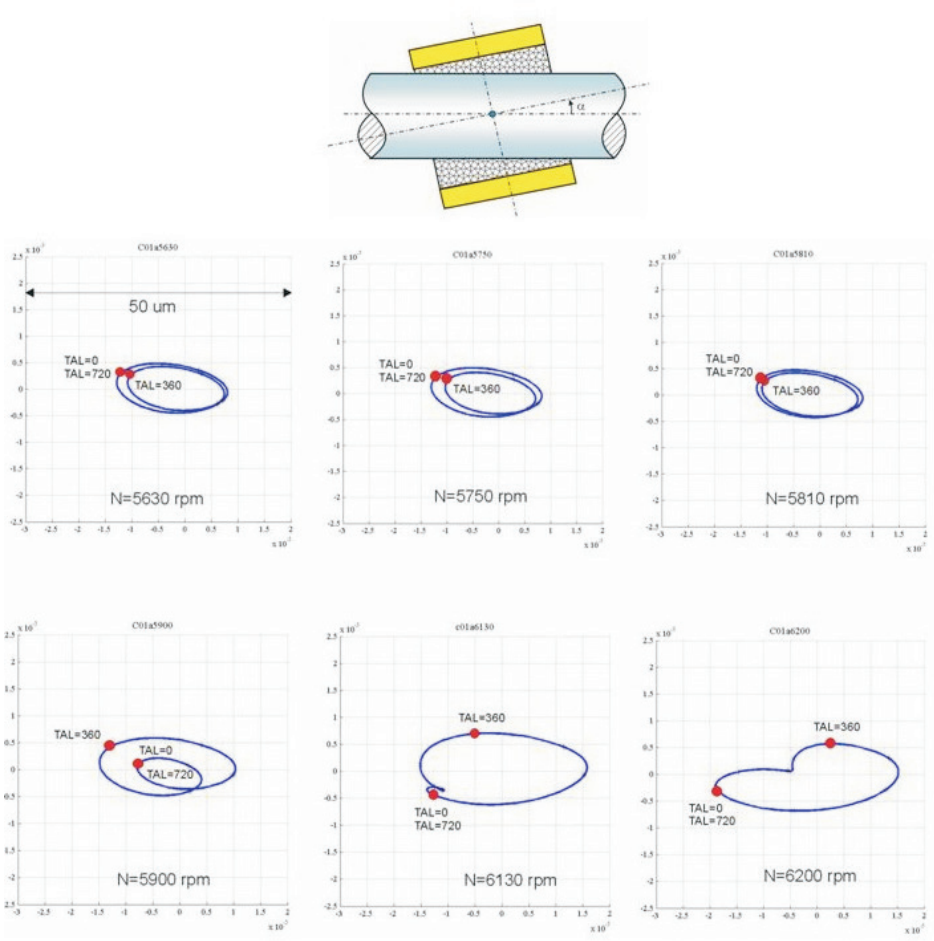
Rysunek 5.23 przedstawia zestawienie trzech faz rozwoju wirów olejowych dla trzech przypadków: bez lewarów (A, B, C) z lewarami lecz bez ciśnienia lewarowego (D, E, F) oraz z lewarami i ciśnieniem lewarowym PLEW=1 MPa (G, H, I). Widać stąd, że charakter rozwoju wirów we wszystkich przypadkach pozostaje podobny, chociaż amplituda drgań olejowych przy smarowaniu hybrydowym istotnie zmniejsza się. Dochodzimy w tym miejscu do ważnej konkluzji, że ciśnienie lewarowe zmniejsza amplitudę wirów olejowych, ale ich nie eliminuje. Dlaczego tak się dzieje wyjaśnia rys. 5.24. Pomimo, że dla statycznych warunków obciążenia łożyska (rys. 5.22) mamy do czynienia głównie ze smarowaniem hydrostatycznym, to w warunkach obciążeń dynamicznych i rozwiniętych wirów olejowych tworzy się, wskutek dużych i szybkich przemieszczeń czopa, istotna część hydrodynamiczna ciśnienia w filmie olejowym, która narzuca rozwój wirów w znanej już formie. Udział hydrodynamiczny ciśnienia doskonale jest widoczny jeśli obserwujemy zmiany jego rozkładu dla wybranych chwil czasu – rys. 5.24.

5.4 Przypadek nierównoległości osi panwi i czopa

Rozważmy teraz przypadek, w którym oś czopa i panwi nie są równoległe. Z tego rodzaju sytuacją mamy często do czynienia w praktyce. Wprowadzimy tu dla tego rodzaju przypadków określenie „przekoszonej" panwi. Przypadek „przekoszenia" panwii będzie omówiony szerzej w rozdziale 7. Na razie interesuje nas tylko wpływ tego defektu na rozwój wirów i bicia olejowego. Programy serii NLDW-LEW, będące częścią składową systemu MESWIR, umożliwiają taką analizę (patrz rozdział 3). Załóżmy maksymalnie możliwe dla danych warunków pracy „przekoszenie" panwi, tzn wartość przekoszenia ograniczoną jedynie dopuszczalną minimalną grubością filmu olejowego na krawędzi panwi (np. 1 μm). Pozostańmy przy tym samym obiekcie, a mianowicie „wirniku teoretycznym" z rys. 5.13. Wyniki symulacji komputerowych przedstawiają rys. 5.25 do rys. 5.27.

Rysunek 5.25 przedstawia trajektorie wirów i bicia olejowego obliczone dla przypadku maksymalnego „przekoszenia" panwi. Porównując ten rysunek z rys. 5.15 i rys. 5.16 dochodzimy do dość zaskakującego wniosku, że defekt układu w postaci „przekoszenia" panwi łagodzi przebieg niestabilności hydrodynamicznej. Amplitudy drgań wirów olejowych a zwłaszcza bicia olejowego są tu wyraźnie mniejsze a cały cykl rozwoju wirów jest jak gdyby opóźniony. Potwierdzają to rys. 5.26 i 5.27. Trajektorie przemieszczeń czopa na tle koła luzów zarówno dla przypadku rezonansu układu jak i bicia olejowego są bardziej stabilne a ich amplitudy stanowią tylko pewną część płaszczyzny luzów. Fakt ten można wytłumaczyć silnie nieliniowymi własnościami łożyska. Wzrost mimośrodowości względnej łożyska z jednej strony panwi i tym samym gwałtowny lokalny przyrost ciśnienia hydrodynamicznego nie jest zrównoważony proporcjonalnym spadkiem ciśnienia z drugiej strony panwi, w efekcie czego łożysko zachowuje się tak, jakby pracowało przy większych

obciążeniach a to oznacza poprawę jego stabilności (rys. 5.26 i rys. 5.27).

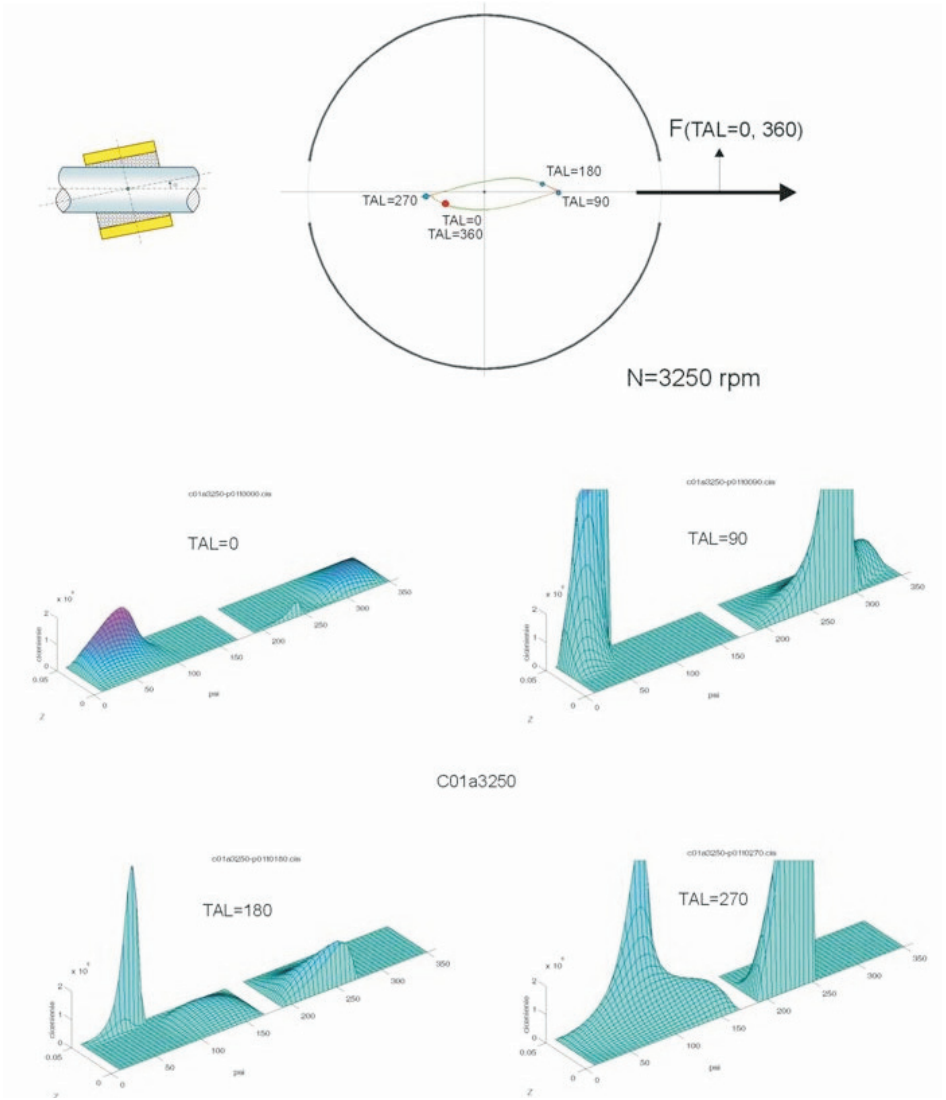


Rys. 5.25. Rozwój wirów i bicia olejowego dla przypadku „przekoszonej" panwi

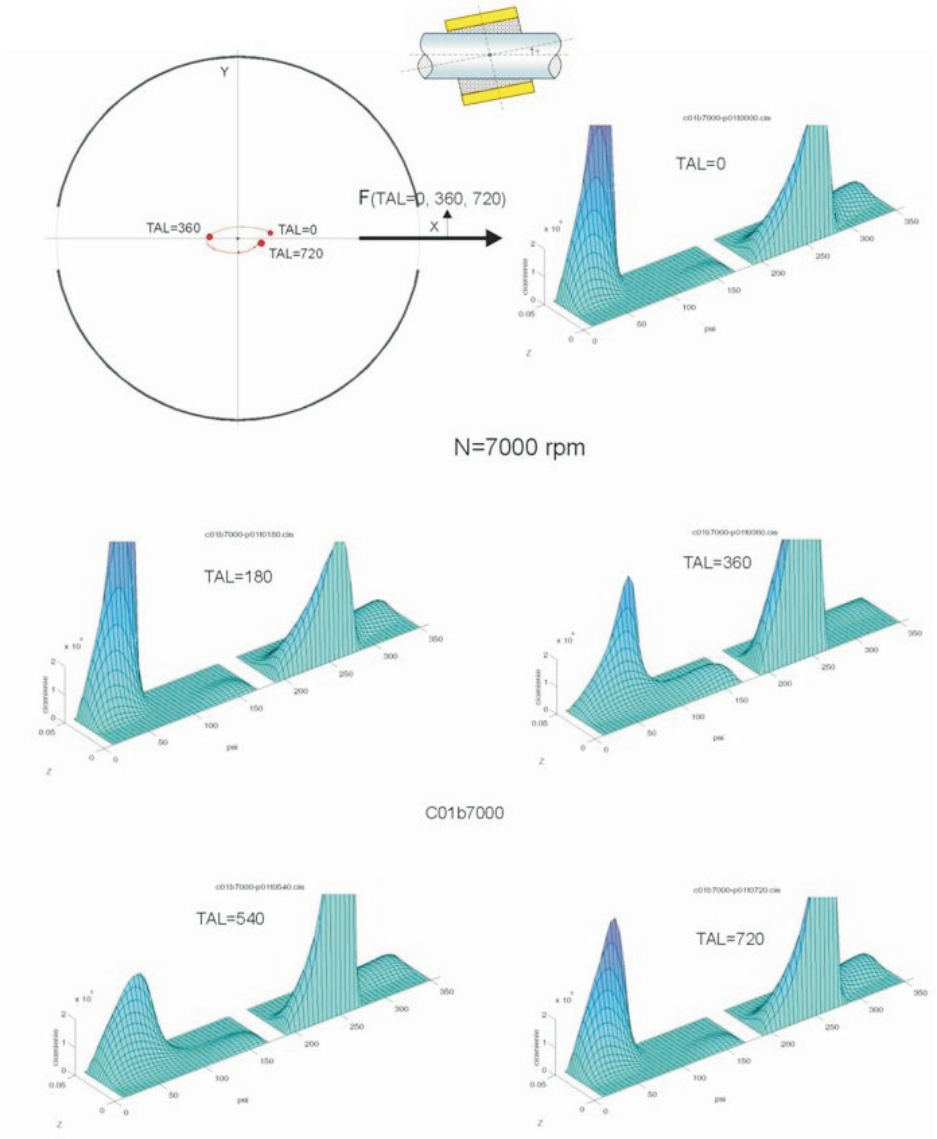
5.5 Badania laboratoryjne

Dotychczasowe badania odnosiły się do „wirnika teoretycznego", a więc wirnika wprawdzie wielomasowego, ale o ustalonych parametrach konstrukcyjnych (symetryczne, jednakowe łożyska) i eksploatacyjnych (stała lepkość oleju – czyli model izotermiczny). Taki model wirnika ułatwiał systematyczne badania propagacji wirów olejowych i jednocześnie nie zawężał ogólnych wniosków natury jakościowej.

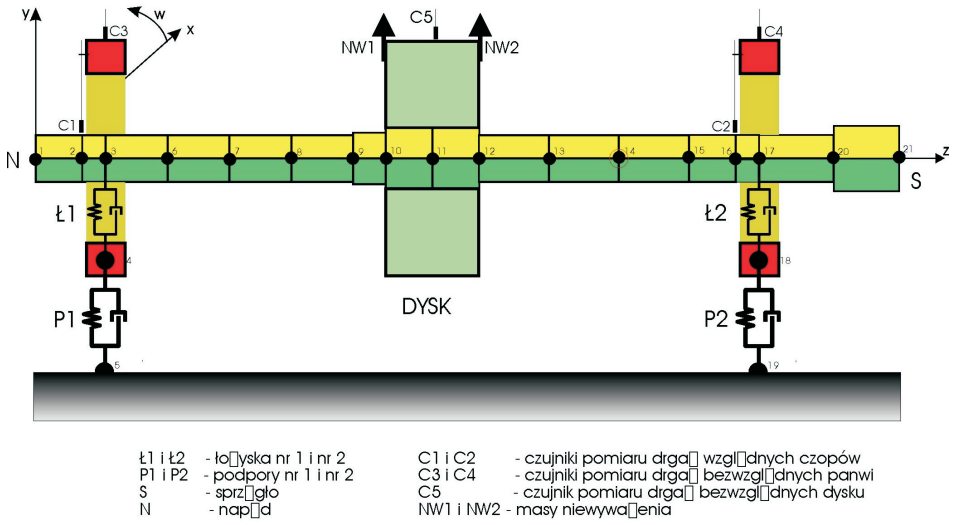
Dla weryfikacji eksperymentalnej przebiegu samego zjawiska niestabilności hy-



Rys. 5.26. Przypadek „przekoszonej" panwi w obszarze stabilnej pracy układu. Obliczenia przeprowadzone zostały dla prędkości rezonansowej (n= 3250 obr/min). Rozkłady ciśnienia hydrodynamicznego dla wybranych chwilowych położeń czopa w szczelinie smarnej. Kształt trajektorii drgań na tle koła luzów



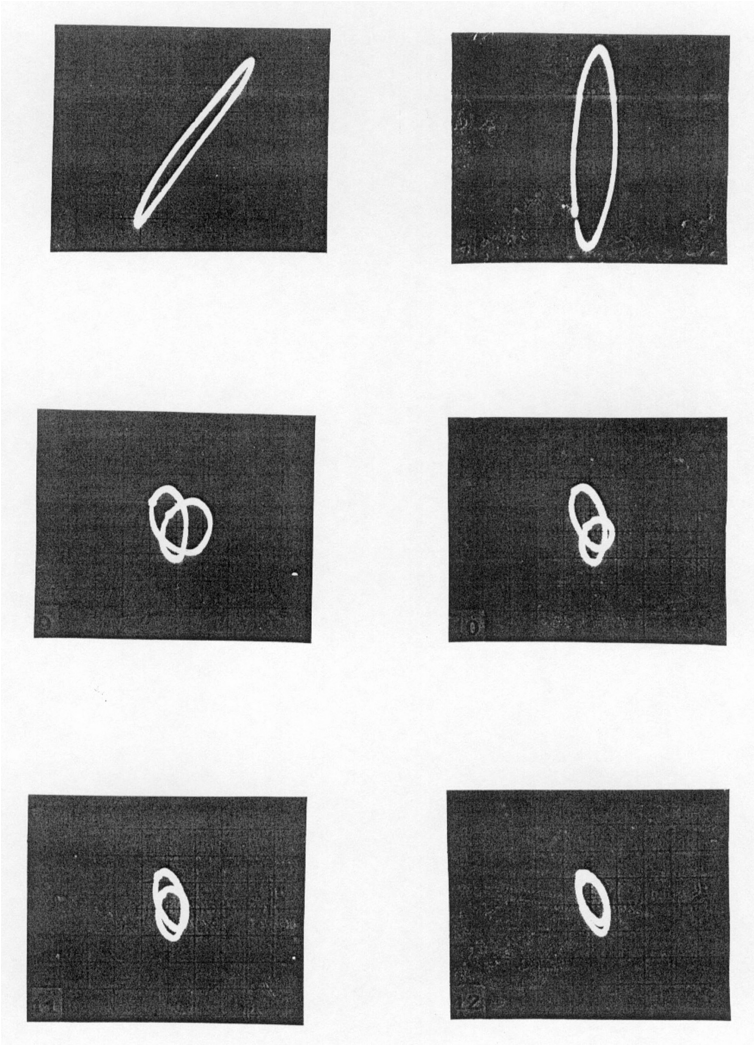
Rys. 5.27. Przypadek „przekoszonej" panwi w obszarze bicia olejowego. Rozkłady ciśnienia hydrodynamicznego dla wybranych chwilowych położeń czopa w szczelinie smarnej. Kształt trajektorii drgań na tle koła luzów



Rys. 5.28. Model wirnika laboratoryjnego zastosowany do weryfikacji rozwoju wirów olejowych (powtórzenie rys. 3.7)

drodynamicznej konieczny był model teoretyczny dokładnie odpowiadający eksperymentalnej maszynie wirnikowej. Oznaczymy ten model jako „wirnik laboratoryjny". Przyjmijmy do dalszych rozważań układ wirnik – łożyska będący na wyposażeniu laboratorium wibrodiagnostyki IMP PAN w Gdańsku. Zarówno model teoretyczny jak i samo stanowisko badawcze zostało już opisane w rozdziale 3.3.1 (patrz rys. 3.3 do 3.5 oraz rys. 3.7). Przyjmijmy też te same parametry techniczno-eksploatacyjne obiektu. Powtórzmy raz jeszcze szkic wirnika laboratoryjnego wraz z dyskretyzacją MES – rys. 5.28. Zauważmy, że tym razem mamy do czynienia z łożyskami o różnej geometrii szczeliny smarnej. Ponadto lepkość dynamiczna oleju była liczona w oparciu o model diatermiczny dla każdej prędkości obrotowej wirnika i każdego łożyska oddzielnie. Sztywność podpór łożyskowych na ramie fundamentowej była pomierzona eksperymentalnie, przy czym zastosowano tu wariant tzw. „miękkich" podpór celem obniżenia granicy stabilności układu. W rezultacie model teoretyczny wirnika laboratoryjnego opisywał obiekt rzeczywisty z dokładnością na jaką pozwalały opracowane narzędzia do badań symulacyjnych (a więc pełne możliwości systemu MESWIR). Pomiary eksperymentalne zostały przeprowadzone z wykorzystaniem technologii komputerowego odsiewu zakłóceń typu *runout* (patrz rys. 3.6). Przykładowe zdjęcie wirów z ekranu oscyloskopu przedstawia rys. 5.29 a zestawienie wyników teoretycznych i eksperymentalnych rys. 5.30.

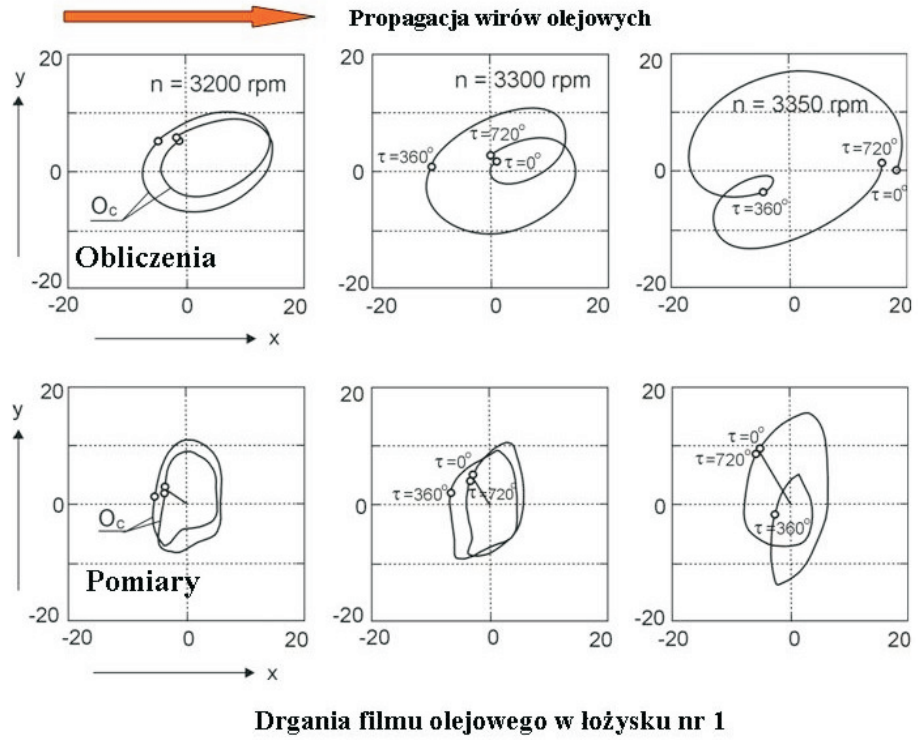
Jak można zauważyć z rys. 5.30 granica stabilności dla wirnika laboratoryjnego wynosi teraz około 3200 obr/min. Eksperyment dokładnie potwierdził jej wartość przewidzianą drogą obliczeń komputerowych. Można też stwierdzić, że jakościowy



Rys. 5.29. Przykładowe zdjęcia wirów olejowych uzyskane w trakcie badań weryfikacyjnych w laboratorium wibrodiagnostyki IMP PAN w Gdańsku

charakter zmiany kształtu wirów w miarę ich propagacji został dość dokładnie przez model odtworzony, czego dowodem może być moment przejścia punktów $\mathrm{TAL} = 0,720$ z jednej pętli połówkowej na drugą. Zjawisko to zostało dokładnie opisane w poprzednim podrozdziale (rys. 5.15).

Przedstawione w niniejszej monografii przykłady analizy propagacji wirów i bicia olejowego nie wyczerpują oczywiście zagadnienia. Jednakże systematyczne studium tych ciągle frapujących zjawisk pozwoliło ujawnić, iż niestabilność hy-



Rys. 5.30. Wyniki weryfikacji eksperymentalnej w obszarze wirów olejowych. Zestawienie trajektorii wirów obliczonych i pomierzonych. Obliczenia: program NLDW, pomiary: laboratorium wibrodiagnostyki IMP PAN w Gdańsku

drodynamiczną w układzie nie jest łatwo wyeliminować dla przyjętych wcześniej warunków pracy maszyny. Smarowanie hybrydowe, a zwłaszcza ekstremalnie duże ciśnienie lewarowe może zjawisko to ograniczyć co do wartości amplitudy drgań, ale nie wyeliminować. Wiry bardzo szybko mogą przejść do fazy bicia olejowego o dużej i niebezpiecznej już amplitudzie drgań. Lepiej tłumi wiry olejowe defekt w postaci „przekoszenia" panwi, co może być pewnym zaskoczeniem.

Jeśli wprowadzimy system rejestracji sygnałów dla dwóch ostatnich obrotów wału wirnika, czyli z przedziału $\langle 0, 720\rangle$ to można wprowadzić charakterystyczne wyróżniki diagnostyczne niestabilności hydrodynamicznej w postaci liczby znaczników obrotów. W widmie drgań obecność wirów olejowych zawsze będzie się zaznaczała silnymi składowymi subharmonicznymi, które w przypadku rozwiniętego bicia olejowego mogą całkowicie zdominować strukturę widma.

Bibliografia do rozdziału 5

[5.1] Bently D. E.: *Dynamic Stiffness and Its Role in Fluid Induced Instabilities, i.e. Whirl and Whip*, Chairman and Chief Executive Officer Bently Pressurized Bearing Company, http://www.bpb-co.com/articles/04dynstiff.php.

[5.2] Jing JianPing, Meng Guang, Sun Yi, Xia SongBo: *On the non-linear dynamic behavior of a rotor-bearing system*, J. of Sound and Vibration, 274(2004), 1031-1044.

[5.3] Nicoletti R., Santos I. F.: *Linear and non-linear control techniques applied to actively lubricated journal bearings*, J. of Sound and Vibration, 260(2003), 927-947.

[5.4] Ding Q., Leung A.Y. T.: *Non-stationary processes of rotor/bearing system in bifurcations*, J. of Sound and Vibration, 268(2003), 33-48.

[5.5] Chen Y. D. and Du R.: *Fault features of large rotating machinery and diagnosis using sensor fusion*, J. of Sound and Vibration (1995), **188**(2), 227-242.

ROZDZIAŁ 6

PĘKNIĘCIA WIRNIKA

- MODEL PĘKNIĘCIA
- ANALIZA PROPAGACJI PĘKNIĘĆ W WIRNIKU LABORATORYJNYM
- SYMULACJA PROPAGACJI PĘKNIĘĆ W DUŻEJ MASZYNIE ENERGETYCZNEJ
- SPRZĘŻONE FORMY DRGAŃ WYRÓŻNIKI DIAGNOSTYCZNE

Znanym z literatury jest fakt, że imperfekcje materiałowe lub konstrukcyjne typu pęknięcie wału w niektórych przypadkach są w stanie wygenerować sprzężone drgania poprzeczno-wzdłużno-skrętne maszyny wirnikowej. Informacje te odnoszą się jednakże do małych lub modelowych obiektów tego typu. W niniejszym rozdziale podjęte zostały badania wpływu pęknięcia wału na stan dynamiczny wielopodporowej maszyny wirnikowej (laboratoryjnej) oraz dużej maszyny energetycznej. Określone zostały zarówno przypadki, dla których pęknięcie jest w stanie wywołać znaczące sprzężone formy drgań mogące być podstawą dla bardziej wiarygodnej i efektywnej diagnostyki, jak też i przypadki, dla których mechanizm sprzężeń zanika pomimo istnienia pęknięć o dużych głębokościach. Określony został stopień czułości nieliniowych i wzajemnie sprzężonych drgań układu na propagację pęknięcia oraz przeprowadzona została ocena ich użyteczności jako wyróżnika diagnostycznego stanu dynamicznego dużej maszyny wirnikowej. Wskazano również na sytuacje, w których tradycyjna diagnostyka oparta na analizie składowych widm drgań typu 2X dla drgań poprzecznych i 1X i 2X dla drgań wzdłużnych i skrętnych może być zawodna. Przeprowadzone zostały również badania wpływu usytuowania i propagacji pęknięcia na pracę maszyny wirnikowej po przekroczeniu granicy stabilności, a więc na pracę układu w warunkach występowania i rozwoju wirów olejowych. Okazało się, że pęknięcie może podtrzymać i wzmocnić istniejące już składowe subharmoniczne w widmie drgań a wiry olejowe skutecznie osłabiają sam efekt sprzęgania drgań. Badania przeprowadzone zostały w oparciu o system MESWIR szczegółowo opisany w rozdziale 3.

W przypadku dużej maszyny energetycznej, jak wykazały to przeprowadzone badania, wpływ pęknięcia na jej stan dynamiczny jest niejednoznaczny. Zależy on istotnie nie tylko od głębokości pęknięcia, ale też od położenia pęknięcia wzdłuż linii wirników i co gorsza od jego obwodowego usytuowania względem znacznika fazy. Ponadto wpływ ten jest silnie uzależniony od wielkości ugięć kinetostatycznych wirnika w miejscu pęknięcia.

W efekcie niezwykle trudno jest przewidzieć typowe symptomy właściwe dla pracy maszyny z pękniętym wirnikiem ponieważ prawie nic nie możemy założyć *a priori*. Obecność w układzie składowych typu 2X wywołanych siłami magnetycznymi w generatorze dodatkowo komplikuje sytuację. Istnienie pęknięcia w układzie, przy tak dużych masach wirujących, nie jest też w stanie wywołać dużych sprzężonych form drgań łatwiejszych do analizy. Tak więc duży obiekt energetyczny długo jeszcze będzie sprawiał kłopoty z punktu widzenia predykcji i diagnostyki tak groźnych defektów jakimi są pęknięcia wałów.

6.1 Uwagi wstępne

Zagadnienia wczesnego wykrywania imperfekcji materiałowych i konstrukcyjnych w maszynach wirnikowych stanowią przedmiot licznych publikacji od wielu już lat [6.1]÷[6.17], [6.20, 6.24, 6.25]. Pomimo tak licznych badań prowadzonych w tym zakresie na całym świecie wiele zagadnień ciągle pozostaje nierozwiązanych do końca. Dotyczy to zwłaszcza takich zagadnień jak sprzężone formy drgań nieliniowych wielopodporowych wirników spowodowanych np.: pęknięciem wału czy też kwestia określenia właściwego wyróżnika diagnostycznego takiego stanu.

Śledząc wyniki badań dotyczących oceny stanu dynamicznego pękniętych wirników i wczesnego wykrywania tego rodzaju defektów [6.1]÷[6.10] można wyciągnąć kilka wniosków natury bardziej ogólnej:

- kierunki współczesnych badań skupiają się głównie na analizie składowych 1X i 2X w widmach drgań,
- składowa superharmoniczna widma 2X stanowi w systemach monitorowania najczęściej stosowany wyróżnik diagnostyczny wału z pęknięciem [6.2, 6.21],
- składowa 1X widma dla drgań poprzecznych jest mało czuła na propagację pęknięcia, natomiast składowe 1X i 2X dla drgań wzdłużnych i skrętnych oraz 2X dla drgań poprzecznych są bardzo wrażliwe na głębokość pęknięcia.

Oczywiście powyższe wnioski są zasadniczo słuszne zwłaszcza w odniesieniu do konkretnych przypadków analizowanych przez autorów tych publikacji. Można jednakże wskazać sytuacje, kiedy te wnioski obowiązują w ograniczonym zakresie, a ich zbytnie uogólnianie prowadzić może do istotnych błędów w analizie stanu obiektu. Dotyczy to zwłaszcza dużych i wielopodporowych maszyn wirnikowych posadowionych na łożyskach ślizgowych. Jednym z celów niniejszej monografii jest wskazanie takich przypadków.

Drugą kwestią wymagającą bliższego rozeznania jest odpowiedź na pytanie, jaki może być wpływ pęknięcia wirnika na stan dynamiczny całej maszyny po przekroczeniu granicy stabilności, a więc w nieliniowym zakresie pracy, co związane często jest z występowaniem wirów olejowych. Brak jest doniesień literaturowych na ten temat. W niniejszym rozdziale podjęta zostanie próba odpowiedzi na to pytanie.

Jednakże głównym naszym celem jest poszukiwanie bardziej skutecznego wyróżnika diagnostycznego stanu dynamicznego dużego obiektu z imperfekcjami materiałowymi lub konstrukcyjnymi wirujących elementów typu pęknięcie. Okazuje

się, iż dobrym narzędziem w analizie stanu tego rodzaju przypadków są sprzężone, nieliniowe formy drgań układu wywołane tym defektem. Na fakt zwrócono już uwagę w pracach [6.12, 6.13]. Jednoczesna analiza drgań giętno-skrętno-wzdłużnych wywołanych pęknięciem wału daje znacznie lepsze rezultaty niż klasyczna analiza tylko drgań poprzecznych. Konkluzja ta wydawać by się mogła z pozoru oczywista, jednakże jej praktyczne stosowanie, z uwagi na skrajnie trudny opis teoretyczny i trudne pomiary eksperymentalne na obiektach rzeczywistych, wymaga zupełnie innego podejścia do całego zagadnienia.

Pęknięcie wału zostało potraktowane w niniejszej monografii jako jedno z możliwych źródeł mechanizmu sprzęgania drgań i tym samym źródeł nieliniowości strukturalnych w układzie. Ten sam efekt mógłby być wywołany, np.: silnym rozosiowaniem linii wirników, anizotropią przekrojów wału czy też dużymi nieliniowymi wymuszeniami zewnętrznymi działającymi na układ.

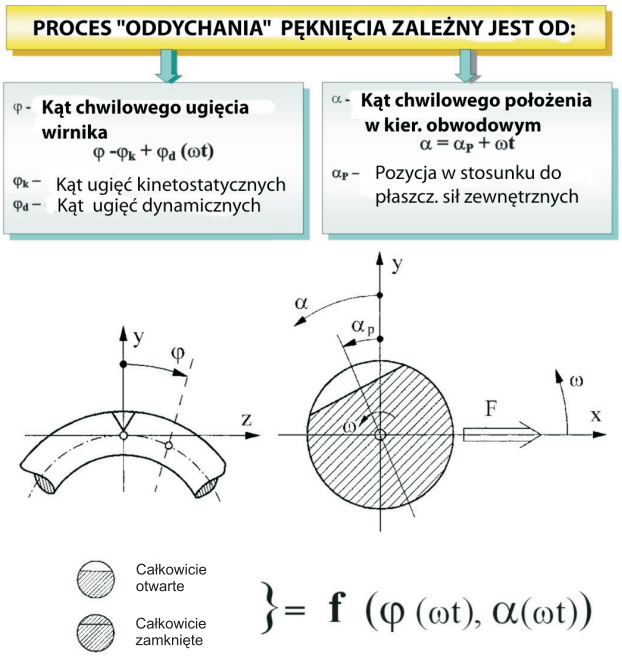
6.2 Model pęknięcia

Matematyczny model elementu MES z pęknięciem oraz sposób jego integracji z linią wirników został przedstawiony w rozdziale 2 (patrz: rys. 2.4 do 2.6 oraz związki 2.6 do 2.10). Jest to powszechnie znany i dobrze zweryfikowany model zewnętrznego pęknięcia poprzecznego z dwiema opcjami: pełne otwarcie i pełne zamknięcie. Tego rodzaju model MES z pęknięciem został następnie wkomponowany w całą strukturę linii wirników, łożysk ślizgowych i konstrukcji podpierającej według zasady przedstawionej na rys. 2.1, tworząc kompleksowy model całego układu obrazowo przedstawiony na rys. 2.38. Istotą tego modelu jest opis nieliniowy szczegółowo omówiony w rozdziale 1 i iteracyjna procedura obliczeń według schematu przedstawionego na rys. 1.2. W efekcie procedury iteracyjnej otrzymujemy nieeliptyczne trajektorie przemieszczeń i widma drgań w wybranych węzłach dla sprzężonych form drgań giętno-wzdłużno-skrętnych.

Wszystkie symulacje komputerowe przedstawione w tym rozdziale przeprowadzone zostały za pomocą systemu MESWIR, a zwłaszcza programów serii NLDW (patrz rozdział 3 – rys. 3.1 oraz rys. 3.2).

Warto w tym miejscu zwrócić uwagę na rzecz najistotniejszą w przyjętym modelu z punktu widzenia analizy wpływu pęknięć, a mianowicie na sposób połączenia procesu zamykania i otwierania pęknięcia wału czyli jego „oddychania" z kinematycznymi i dynamicznymi przemieszczeniami wału. Zaproponowany algorytm obliczeń nieliniowych całego systemu (rys. 1.2) umożliwia sprzężenie liniowego modelu samego elementu z pęknięciem w sposób umożliwiający analizę nieliniową końcowych wyników. Jest to możliwe, ponieważ analizowane przemieszczenia dynamiczne i kinetostatyczne całej linii wirników mają charakter nieliniowy. Tak więc model procesu otwierania i zamykania pęknięcia zależy od jego usytuowania na linii ugięć kinetostatycznych φ_k oraz od chwilowych przemieszczeń dynamicznych φ_d tak jak to poglądowo ilustruje rys. 6.1. W przyjętym modelu możliwe jest również zmienne obwodowe usytuowanie pęknięcia w stosunku do płaszczyzny działania zewnętrznych sił wymuszających określone kątem α_p. W efekcie proces

„oddychania" (zamykania i otwierania) pęknięcia jest bardzo złożoną funkcją parametrów φ_k, φ_d oraz α_p. Wpływ kinetostatycznych ugięć linii wirników na sposób



Rys. 6.1. Związki pomiędzy procesem oddychania pęknięcia, kinetostatyczną i dynamiczną linią ugięć wirnika oraz położeniem pęknięcia w kierunku obwodowym

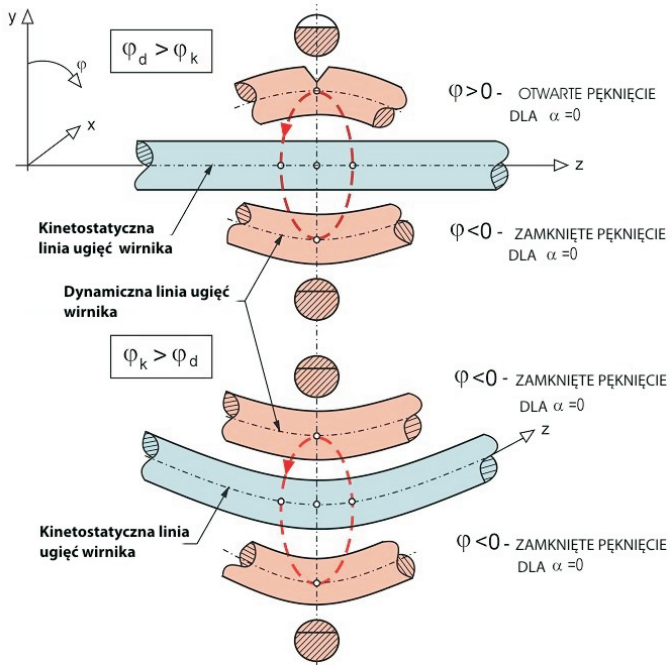
oddziaływania pęknięcia może mieć w pewnych przypadkach kluczowe znaczenie. Ilustruje to poglądowo rys. 6.2. Przy relatywnie dużych wartościach ugięć kinetostatycznych, w porównaniu do chwilowych ugięć dynamicznych, proces „oddychania" pęknięcia może ustać i pęknięcie może być cały czas zamknięte lub otwarte – rys. 6.2.

Zaproponowany algorytm obliczeń nieliniowych (rys. 1.2 i rys. 2.1), a zwłaszcza sposób „wkomponowania" w tę procedurę modelu elementu z pęknięciem uwzględniający kinetostatyczne i dynamiczne ugięcia wału wirnika (rys. 6.1 i rys. 6.2), stwarza jakościowo nowe możliwości oceny stanu maszyny wirnikowej z imperfekcjami wału typu zewnętrzne pęknięcia poprzeczne.

Warto tu zwrócić uwagę na fakt, iż opracowany model całej maszyny wirnikowej z pękniętym wałem (programy serii NLDW) w istocie składa się z dwóch części: dobrze zweryfikowanego eksperymentalnie modelu maszyny wirnikowej **bez**

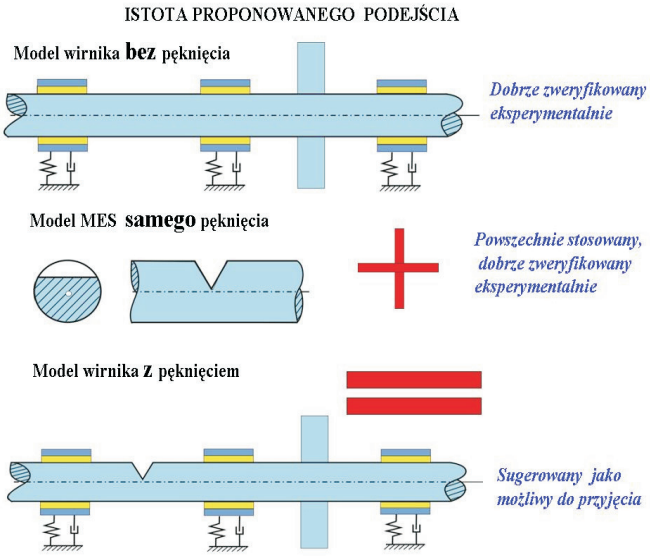
$$\varphi = \varphi_k + \varphi_d(\omega t)$$

$$\alpha = \alpha_p + \omega t$$



Rys. 6.2. Wpływ ugięć kinetostatycznych linii wirników na proces „oddychania" pęknięcia. Przypadek małych ugięć kinetostatycznych (część górna rysunku) i dużych ugięć kinetostatycznych – zanik procesu „oddychania" (część dolna rysunku)

pęknięć oraz z **samego** elementu MES z pęknięciem również dobrze zweryfikowanego i powszechnie stosowanego (jest to znany model Knotta). Taką koncepcję przedstawia rys. 6.3. Powstaje jednak pytanie, czy integracja dwóch różnych wiarygodnych modeli daje w efekcie model trzeci również wiarygodny? Otóż tak być nie musi, chociaż koncepcja ta pozwala na tego rodzaju przypuszczenia. Postępowanie właściwe to oczywiście pełna weryfikacja eksperymentalna modelu z pęknięciem. Problem jednak polega na tym, że pomiary eksperymentalne charakterystyk dynamicznych pękniętych wirników są trudne w realizacji, a przede wszystkim kosztowne i niebezpieczne dla otoczenia, zwłaszcza w odniesieniu do obiektów dużych. Jaki bowiem dysponent, np. dużego obiektu energetycznego, udostępni realny wirnik celem systematycznych badań propagacji pęknięcia, zwłaszcza że oznaczałoby to jego kompletne zniszczenie? Pozostaje nam zatem droga zaproponowana na rys. 6.3.

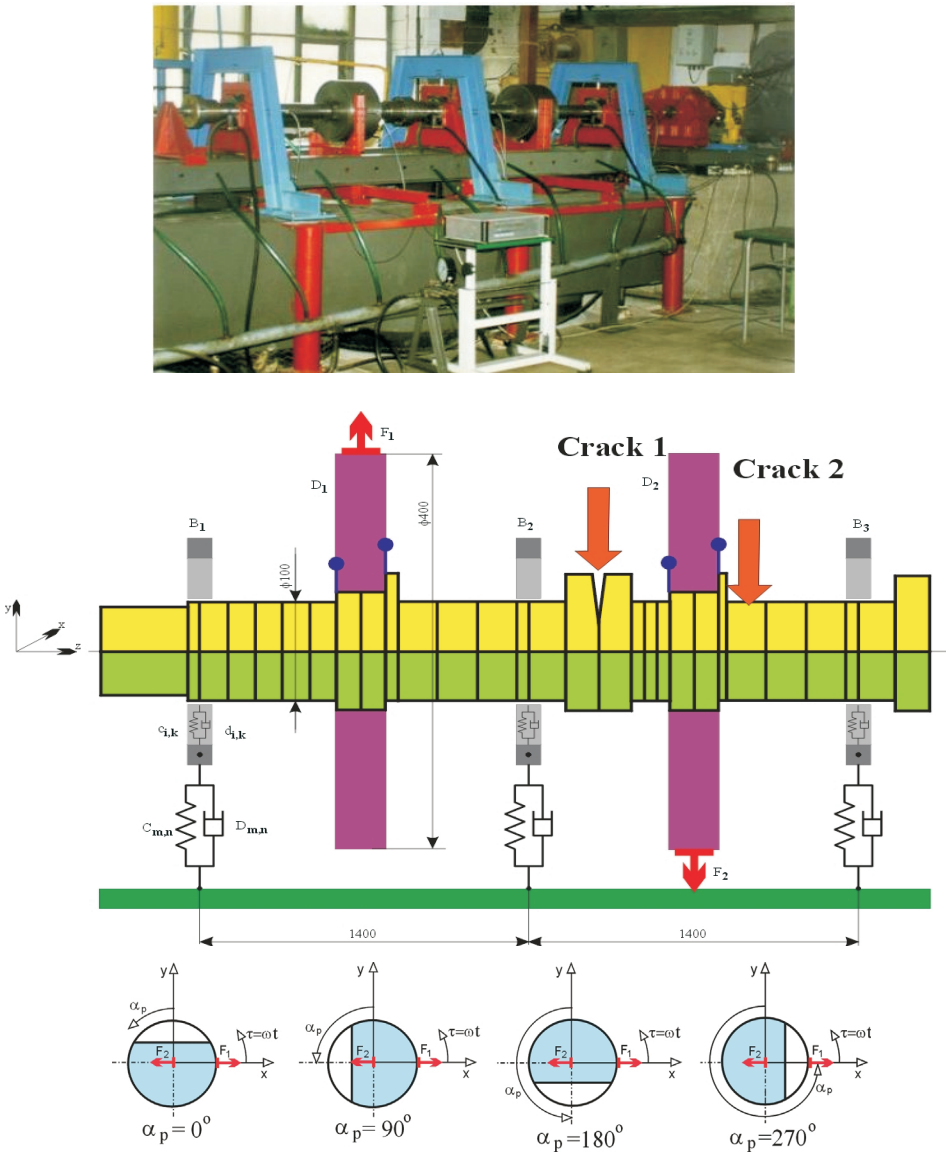


Rys. 6.3. Przyjęta koncepcja badań: suma dwóch modeli dobrze zweryfikowanych każdy z osobna tworzy model trzeci również wiarygodny, możliwy do zaakceptowania

6.3 Obiekt badań – wirnik laboratoryjny

Przyjmijmy do dalszych rozważań obiekt przedstawiony na rys. 6.4 i omówiony wcześniej w rozdziale 3. Jest to wariant trójpodporowy maszyny wirnikowej pracującej w laboratorium wibrodiagnostyki IMP PAN w Gdańsku (rys. 3.3 i 3.4). Przypomnijmy podstawowe jej parametry techniczne: średnica wału $d = 0,1$ m, łączna długość wału $L = 3,2$ m, dwa dyski o średnicy $D = 0,4$ m, trzy łożyska ślizgowe z luzem cylindrycznym. Macierze podatności dynamicznej konstrukcji podpierającej zostały pomierzone eksperymentalnie. Na układ działają dwie przeciwne w fazie zewnętrzne siły wymuszające $F1$ i $F2$ będące efektem działania mas niewyważenia $M1 = M2 = 0,0154$ kg przyłożonych do obu dysków na promieniu $r = 0,18$ m. Rysunek 6.4 przedstawia dyskretyzację FEM linii wirników przyjętego obiektu oraz usytuowanie zewnętrznych sił wymuszających.

Załóżmy teraz, że w tak określonym układzie mogą występować zamiennie dwa pęknięcia: **crack1** usytuowany w sprzęgle sztywnym, a więc w pobliżu łożyska środkowego nr 2 oraz **crack2** usytuowany w środkowej części linii wirników pomiędzy łożyskami nr 2 i 3, a więc w części, gdzie spodziewane są duże przemieszczenia wału. Oczywiście pęknięcia **crack1** oraz **crack2** będą przyjmowały różną głębokość i będą różnie usytuowane w kierunku obwodowym w stosunku do płaszczyzny działania zewnętrznych sił wymuszających. Badania przeprowadzimy dla czterech wybranych kątów α_p obwodowego położenia pęknięcia, tak jak to ilu-

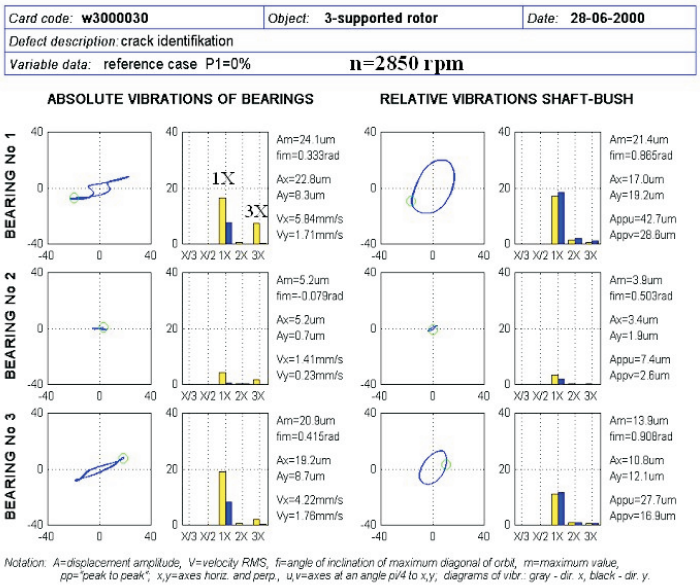


Rys. 6.4. Trójpodporowy wirnik laboratoryjny. Zdjęcie obiektu oraz dyskretyzacja MES linii wirników wraz z lokalizacją pęknięć i specyfikacją przypadków ich obwodowego usytuowania

struje rys. 6.4. W niniejszej pracy przyjęta została definicja względnej głębokości pęknięcia W_p rozumiana jako stosunek głębokości pęknięcia do średnicy wału.

6.3.1 Badania wpływu usytuowania i propagacji pęknięcia

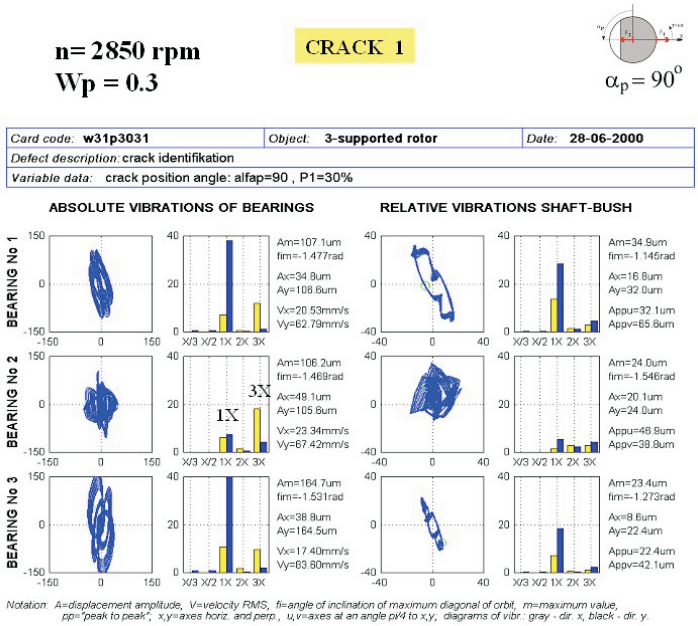
Zacznijmy nasze rozważania od określenia obrazu drgań przyjętego obiektu, bez pęknięć w wale wirnika. Przypadek taki określimy jako bazowy (odniesienia), bardzo pomocny przy analizie porównawczej przypadków z pęknięciem. Wyniki obliczeń dla przypadku bazowego w formie tzw. karty diagnostycznej przedstawia rys. 6.5. Obliczenia przeprowadzone zostały dla prędkości rezonansowej układu w stabilnym zakresie pracy wirnika (poniżej granicy stabilności). Warto tu zauważyć, iż przyjęta konfiguracja wirnika wielopodporowego generuje dominujące składowe synchroniczne typu 1X, ale również generuje zauważalne już składowe superharmoniczne typu 3X (co jest widoczne zwłaszcza dla drgań absolutnych panwi łożyska nr 1).



Rys. 6.5. Wyniki obliczeń w formie karty diagnostycznej dla przypadku bazowego bez pęknięcia. Trajektorie i widma drgań bezwzględnych panwi i względnych filmu

Przyjmijmy teraz, że w przyjętym obiekcie mamy do czynienia z pęknięciem usytuowanym w sprzęgle linii wirników czyli z **crack1** według rys. 6.4. Przeprowadzona została seria obliczeń dla różnych głębokości pęknięcia i różnych kątów obwodowego usytuowania α_p. Okazało się, iż można tu dla każdej wartości głębokości pęknięcia wyróżnić dwa charakterystyczne przypadki: najmniej i najbardziej

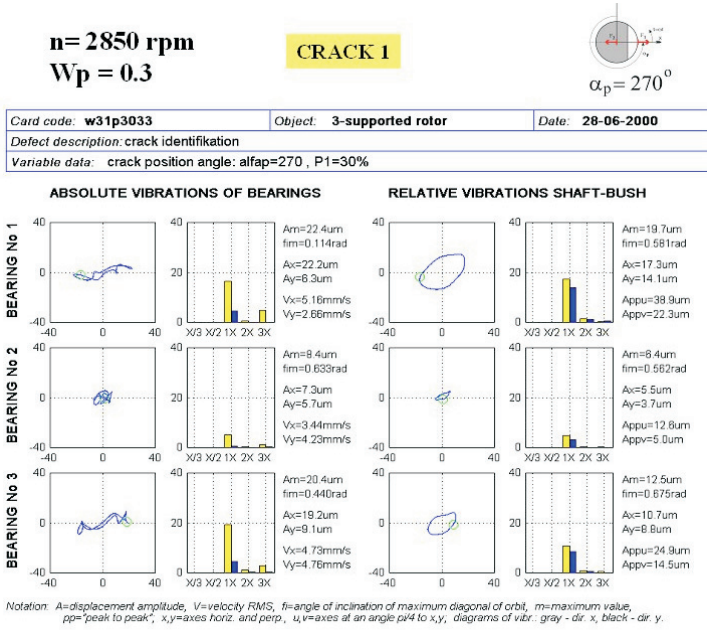
korzystnego obwodowego usytuowania pęknięcia z punktu widzenia wielkości drgań względnych i bezwzględnych węzłów łożyskowych, co odpowiada kątom $\alpha_p = 90^o$ i $\alpha_p = 270^o$. Rysunek 6.6 i rys. 6.7 przedstawiają karty diagnostyczne wyliczone dla tych dwóch wybranych przypadków dla drgań poprzecznych.



Rys. 6.6. Karta diagnostyczna obliczona dla pęknięcia o głębokości $W_p = 0.3$ i dla najmniej korzystnego obwodowego położenia $\alpha_p = 90^o$

Jak widać z powyższych rysunków wpływ obwodowego usytuowania pęknięcia jest bardzo istotny, chociaż zdecydowanie różny dla drgań bezwzględnych panwi i względnych filmu olejowego. Dla przypadku niekorzystnego usytuowania pęknięcia ($\alpha_p = 90^o$) amplitudy drgań bezwzględnych panwi są ponad 3-krotnie większe niż dla przypadku bazowego. Ciekawe, że to samo pęknięcie nie wywiera tak znacznego wpływu na drgania względne filmu olejowego. Wystarczy jednak przesunąć obwodowe położenie pęknięcia do wartości $\alpha_p = 270^o$ (przypadek najbardziej korzystny), aby drgania bezwzględne panwi łożyskowych stały się porównywalne do przypadku bazowego, a więc przypadku bez pęknięcia wału.

Interesującym spostrzeżeniem jest tu fakt, że w widmie drgań nie obserwujemy znaczących składowych typu 2X, wzrosła natomiast w porównaniu z przypadkiem bazowym wartość superharmonicznych składowych typu 3X (por. rys. 6.6 z rys. 6.5). **Oznacza to, że mogą istnieć przypadki, w których pęknięcie w układzie wzmacnia istniejące już wyższe składowe superharmoniczne niekoniecznie generując typową i spodziewaną składową widma typu 2X**. Powyższa konkluzja może być bardzo pomocna dla systemów monitorowa-



Rys. 6.7. Karta diagnostyczna obliczona dla najbardziej korzystnego obwodowego położenia pęknięcia $\alpha_p = 270^o$

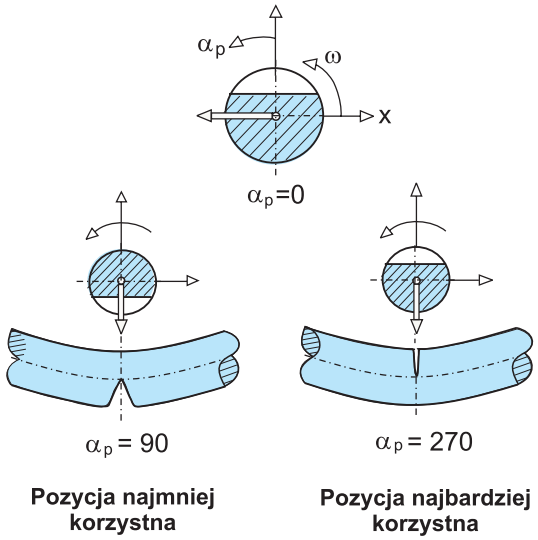
nia stanu obiektu bazujących głównie na składowych widma typu 2x (dla drgań poprzecznych).

Rysunek 6.8 w poglądowy sposób wyjaśnia dlaczego obwodowe usytuowanie pęknięcia w stosunku do płaszczyzny działania sił zewnętrznych wywiera tak znaczny wpływ na pracę układu.

6.3.2 Sprzężone formy drgań wywołane pęknięciem

Przejdźmy teraz do rozważań związanych ze sprzężonymi formami drgań i oceną ich użyteczności jako wyróżnika diagnostycznego stanu dynamicznego dużej maszyny wirnikowej. Pierwsze pytanie na jakie musimy odpowiedzieć jest następujące: czy pęknięcie wału wirnika jest w stanie wygenerować, oprócz oczywistych zmian w przebiegu drgań poprzecznych, również znaczące drgania wzdłużne i skrętne układu, pomimo że w tych kierunkach nie działają żadne siły zewnętrzne? Celem odpowiedzi na to pytanie przeprowadzone zostały badania, których przykładowe wyniki zamieszczone zostały na rys. 6.9 – 6.11.

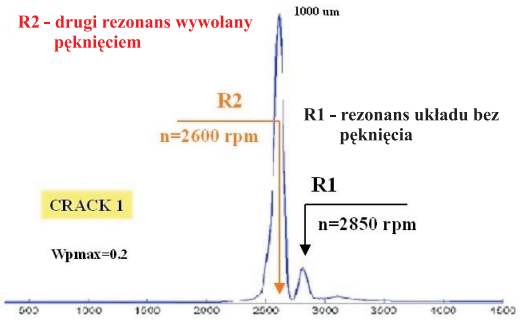
Z rys. 6.9 wynika, że pęknięcie nawet o umiarkowanej głębokości $W_p = 0,2$ wywołało drugi bardzo silny i niebezpieczny rezonans układu **R2** przy niższej prędkości obrotowej wirnika. Zobaczmy teraz, jaki będzie przebieg sprzężonych form drgań przy prędkości wirnika dokładnie odpowiadającej rezonansowi **R2**, a więc w



Rys. 6.8. Wyjaśnienie przyczyn silnego oddziaływania obwodowego położenia pęknięcia. Dla $\alpha_p = 90^o$ siły zewnętrzne i ugięcie kinetostatyczne pomagają pęknięciu być w stanie otwartym; dla $\alpha_p = 270^o$ sytuacja jest przeciwna, pęknięcie ma tendencję do zamykania i tym samym osłabienia jego wpływu na układ

sytuacji potencjalnie najbardziej niebezpiecznej. Rozważmy przypadek najmniej i najbardziej korzystnego obwodowego usytuowania pęknięcia i zobaczmy czy pęknięcie jest w stanie wywołać istotne sprzężenia drgań. Wyniki obliczeń zamieszczone zostały na rys. 6.10 i rys. 6.11. Wynika z nich, że **pęknięcie w warunkach silnego rezonansu może wywołać bardzo silne sprzężenia drgań układu**, np. amplituda drgań wzdłużnych wału w okolicach łożyska nr 2 wynosi około 80 μm, a więc jest podobnego rzędu co amplituda poprzecznych drgań względnych filmu olejowego tego łożyska! Jest interesujące, że amplituda poprzecznych drgań bezwzględnych wału w tym miejscu jest o rząd wielkości większa. **Potwierdza to wcześniejszy wniosek, iż pęknięcie zdecydowanie bardziej oddziaływuje na drgania bezwzględne panwi lub wału niż na drgania względne filmu olejowego, które z natury rzeczy są ograniczane wielkością luzu łożyskowego**. Oczywiście tak duże wartości amplitud drgań bezwzględnych wału lub panwi nie są już dopuszczalne w praktyce z uwagi na możliwość wystąpienia awarii całego układu.

Inny interesujący wniosek wynikający z rys. 6.10 i 6.11 związany jest z wpływem obwodowego usytuowania pęknięcia. Okazało się, iż wpływ ten nadal pozostaje bardzo duży, chociaż tym razem ma zupełnie odwrotną tendencję. Przypadek dotychczas uznany za najbardziej korzystny okazał się przypadkiem zdecydowanie gorszym. Uwaga ta dotyczy zarówno drgań poprzecznych, jak i sprzężonych z nimi drgań wzdłużnych i skrętnych. **Powyższe oznacza, iż wpływu obwodowe-**



*Rys. 6.9. Przebieg charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej układu dla pęknięcia usytuowanego w sprzęgle (**crack1**) o głębokości $W_p = 0,2$ i obwodowym położeniu $\alpha_p = 90^o$*

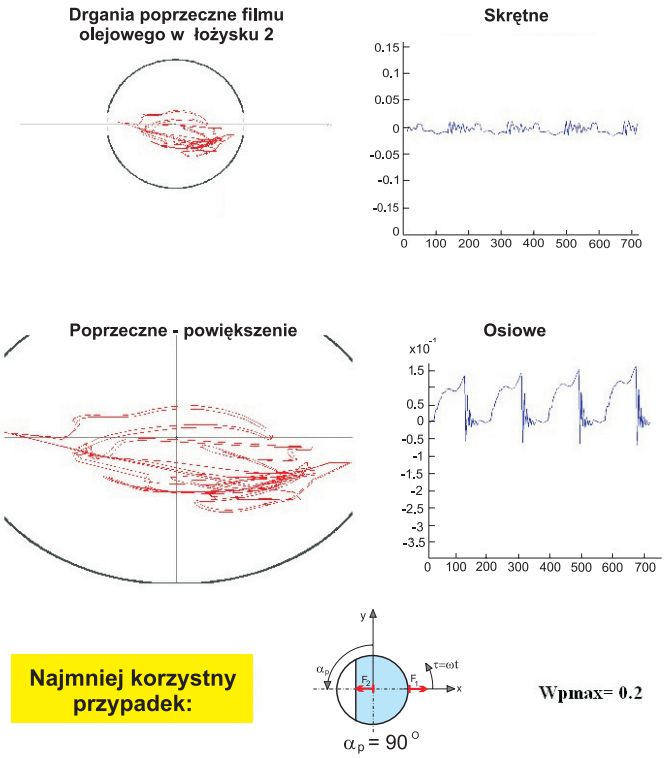
go położenia pęknięcia w złożonych maszynach wirnikowych nie można jednoznacznie określić, co oczywiście mocno utrudnia jego diagnostykę.

Wprowadźmy do dalszych rozważań pojęcie współczynnika **SI** określającego czułość układu na propagację głębokości pęknięcia *(sensitivity indicator of crack depth propagation)*. Zdefiniujemy go jako stosunek amplitudy drgań lub widma układu w określonym węźle, obliczonej dla maksymalnej głębokości pęknięcia W_{pmax}, do amplitudy przy głębokości pęknięcia równej $W_p = 0,1$:

$$\mathbf{SI} = \frac{\text{Amplituda przy } W_{pmax}}{\text{Amplituda przy } W_p = 0,1}.$$

SI jest oczywiście ściśle umownym wskaźnikiem, użytecznym jednak w dalszych rozważaniach.

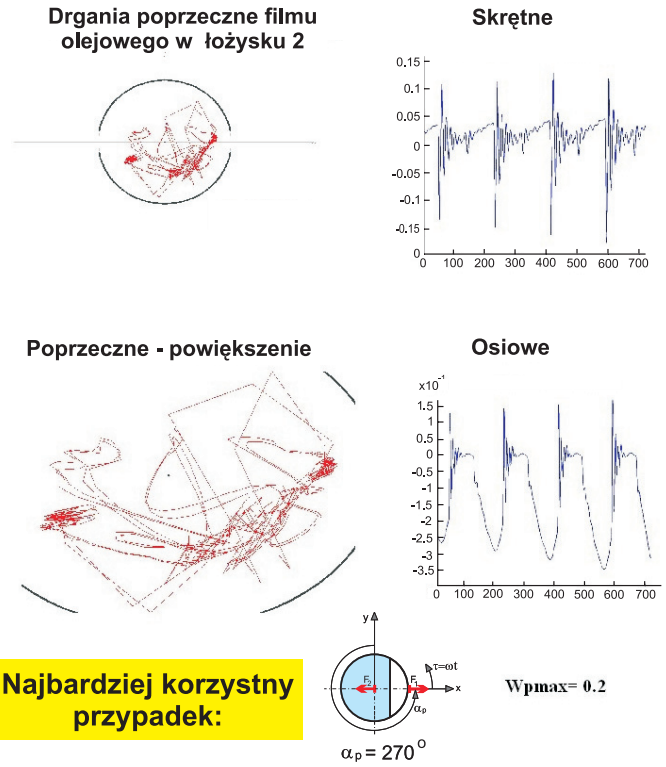
Przeprowadźmy teraz badania wpływu propagacji pęknięcia na sprzężone formy drgań przyjętego układu w postaci widm drgań. Głębokość pęknięcia była zmieniana w granicach od $W_p = 0$ do $W_p = 0,4$, a w rezonansie **R2** w granicach od $W_p = 0$ do $W_p = 0,2$. Rozważmy przypadek najmniej korzystnego obwodowego usytuowania pęknięcia, co dla prędkości przedrezonansowych oznacza $\alpha_p = 90^o$ a dla przypadku rezonansu $\alpha_p\ p = 270^o$. Wyniki przedstawione zostały na rys. 6.12 – 6.14. **Wynika z nich, że najbardziej wrażliwe na propagację pęknięcia są sprzężone drgania skrętne układu**. Wskaźnik SI dla drgań poprzecznych wynosi 30, dla wzdłużnych 100 a dla skrętnych aż 8000! (rys. 6.12). Wartości te dla pozostałych przypadków są oczywiście inne, ale ogólna tendencja pozostaje podobna. Warto zwrócić tu uwagę, że niezależnie od zakresu pracy (rys. 6.12 i 6.14) czy też usytuowania pęknięcia (rys. 6.13), w widmach drgań poprzecznych tak charakterystyczne linie typu 2X praktycznie nie występują. Są one natomiast obecne w sprzężonych formach drgań wzdłużnych i skrętnych, a w przypadku rezonansu **R2** stają się nawet dominujące (rys. 6.14). Zmiana położenia pęknięcia (**crack2**) wywołała interesujące zmiany w widmie drgań skrętnych (rys. 6.13).



*Rys. 6.10. Sprzężone formy drgań wywołane pęknięciem (**crack1**) o głębokości $W_p = 0,2$ obliczone dokładnie w silnym rezonansie układu R2 ($n = 2600$ rpm – rys. 6.9) dla obwodowego usytuowania $\alpha_p = 90^o$*

Dominującą stała się tu teraz superharmoniczna typu 3X (chociaż o bardzo małej wartości) a składowe 1X i 2X praktycznie znikły! Powyższe wyniki świadczą o tym, że **diagnostyka propagacji pęknięcia oparta tylko na tradycyjnej strukturze widma, czyli na składowych typu 1X i 2X, w przypadku bardziej złożonych maszyn wirnikowych może być zawodna.**

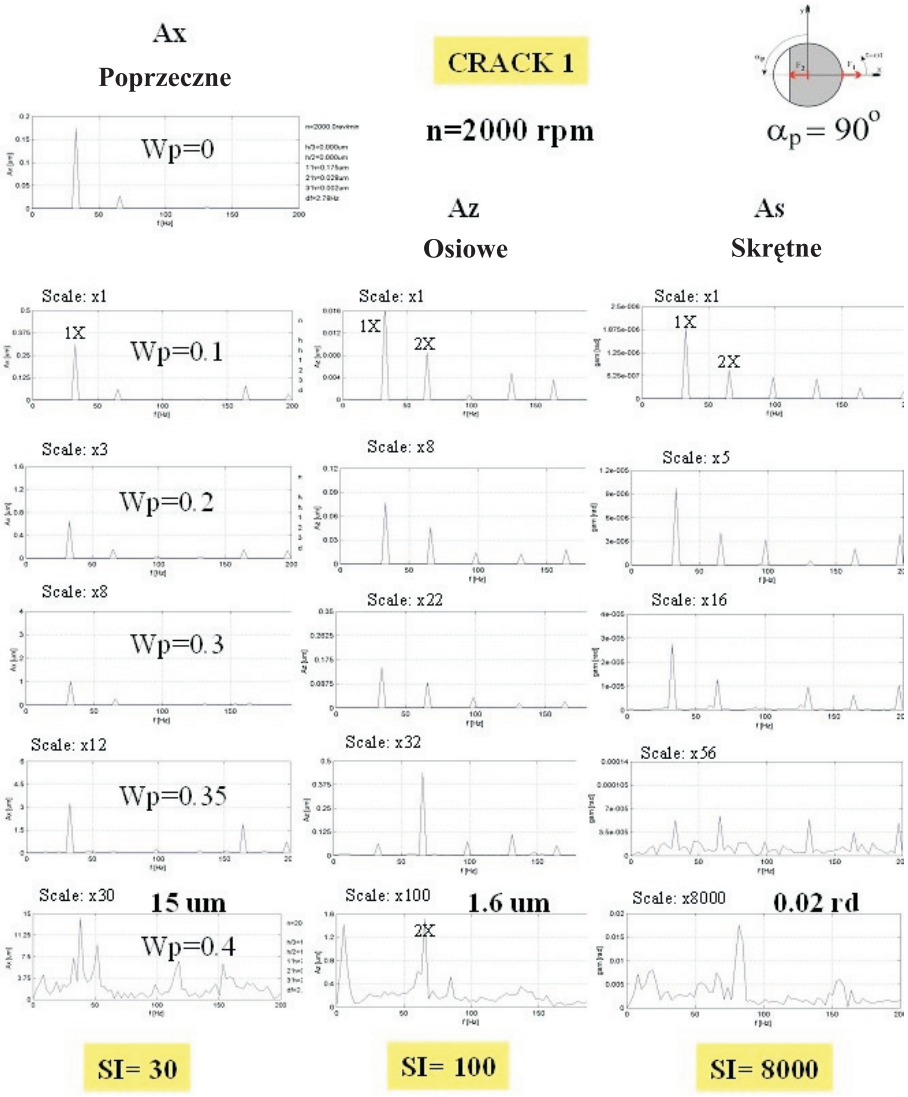
Wróćmy teraz do kwestii wielkości amplitud sprzężonych form drgań, a więc do kluczowego pytania, czy pęknięcie wału jest w stanie wygenerować **istotne** drgania również w kierunkach, na których nie działają zewnętrzne siły wymuszające. Ważna bowiem jest nie tylko sama struktura widma, o czym mówiliśmy wcześniej, ale również wielkość potencjalnego sygnału. Jak już stwierdziliśmy, dla rezonansowych prędkości obrotowych wirnika (np. w rezonansie **R2** – rys. 6.9) sprzężenia te były wyjątkowo silne (rys. 6.10, 6.11 oraz rys. 6.14). Silny i niebezpieczny rezonans układu wywołany pęknięciem jest przypadkiem bardzo interesującym, ale z punktu widzenia pracy maszyny dość nietypowym, ponieważ w praktyce staramy się ten rezonans możliwie jak najszybciej przejść. Zobaczmy zatem jak przedstawia



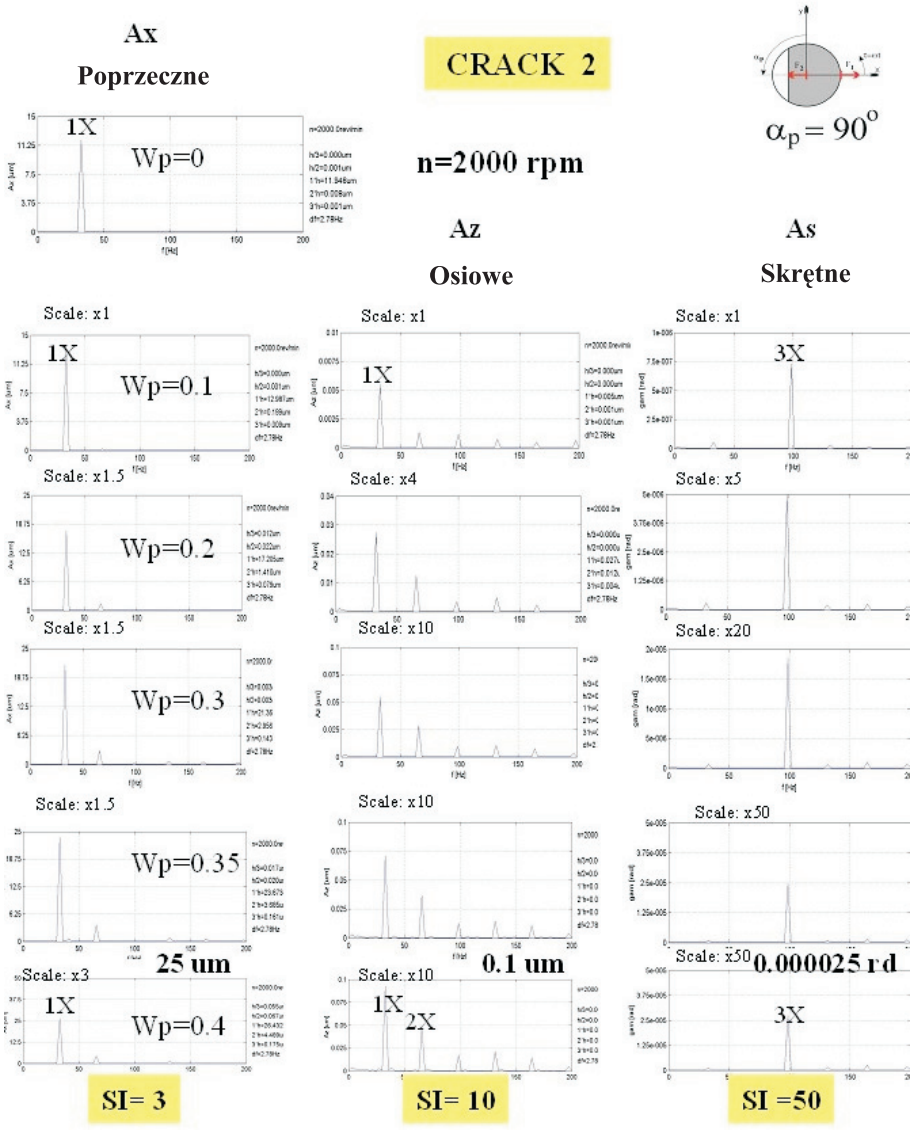
*Rys. 6.11. Sprzężone formy drgań wywołane pęknięciem (**crack1**) o głębokości* $W_p = 0,2$ *obliczone dokładnie w silnym rezonansie układu R2 (*$n =$ 2600 *obr/min – rys. 6.9) dla obwodowego usytuowania* $\alpha_p = 270^{\circ}$

się sprawa dla typowych, przedrezonansowych, a więc stabilnych warunków pracy układu (co oznacza w naszym przypadku prędkość wirnika np. $n = 2000$ obr/min). Jak wynika z rys. 6.12 dla pęknięcia o dużej głębokości $W_p = 0,4$ usytuowanego w sprzęgle wirnika (**crack1**) wygenerowane zostały w okolicach środkowego łożyska nr 2 drgania wzdłużne o amplitudzie ok. 1,6 μm, co w porównaniu z drganiami absolutnymi wału w tym miejscu rzędu 15 μm jest wielkością stosunkowo małą, chociaż już mierzalną. Zaskakująca jednak w tym przypadku jest wielkość amplitudy drgań skrętnych, która jest wyjątkowo duża i wynosi ok. 0,02 [rd]. Fakt ten w połączeniu z dużą wrażliwością drgań skrętnych na propagację pęknięcia (duży wskaźnik SI – rys. 6.12) powoduje, iż diagnostyka pęknięcia oparta na drganiach skrętnych układu może być bardzo efektywna.

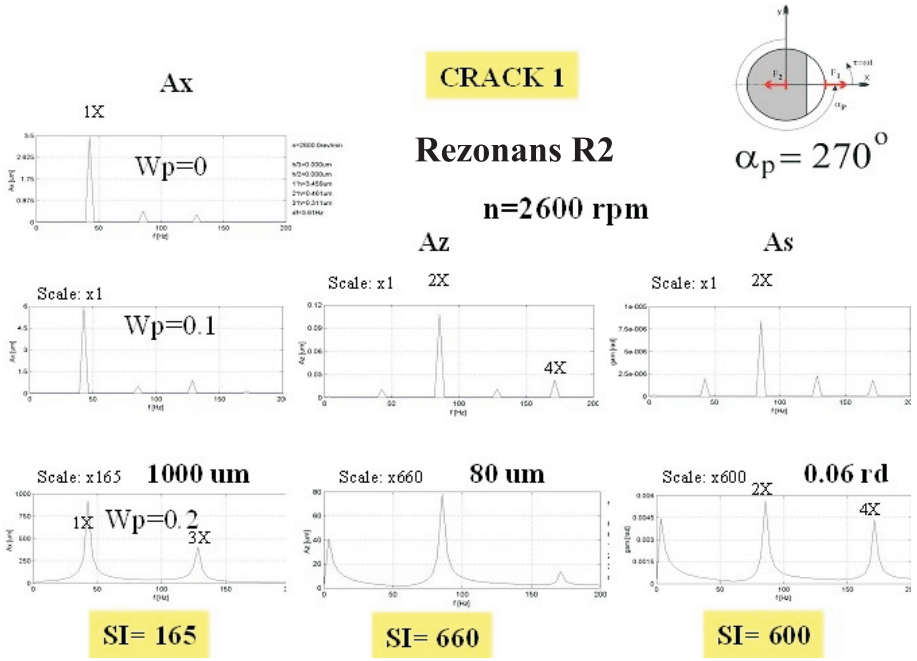
Odmienne wnioski wypływają z badań przeprowadzonych dla innego usytuowania pęknięcia wzdłuż linii wirników, pomimo, iż układ nadal pracuje w tych samych stabilnych warunkach. Z rys. 6.13 wynika, że usytuowanie pęknięcia w środkowej części linii wirników pomiędzy łożyskami nr 2 i 3 (**crack2** - rys. 6.4)



*Rys. 6.12. Sprzężone widma drgań poprzeczno-wzdłużno-skrętnych wywołane pęknięciem **crack1** o głębokości od $W_p = 0$ do $W_p = 0,4$. Stabilny przedrezonansowy zakres pracy wirnika. Przypadek silnych sprzężonych drgań skrętnych*



Rys. 6.13. Sprzężone widma drgań poprzeczno-wzdłużno-skrętnych wywołane pęknięciem ***crack2*** *o głębokości od $W_p = 0$ do $W_p = 0,4$. Stabilny przedrezonansowy zakres pracy wirnika. Przypadek małych wartości drgań wzdłużnych i skrętnych (zanik mechanizmu sprzęgania)*



Rys. 6.14. Sprzężone widma drgań poprzeczno-wzdłużno-skrętnych wywołane pęknięciem ***crack1*** *o głębokości od $W_p = 0$ do $W_p = 0,2$. Przypadek silnych sprzężeń rezonansowych (praca układu w rezonansie R2 – rys. 6.16)*

zasadniczo zmienia sytuację.

Sprzężone formy drgań wywołane pęknięciem praktycznie zanikły, ponieważ wielkości amplitud składowych widm drgań wzdłużnych rzędu $0,1\mu$m i skrętnych rzędu 0,000025 rd są bardzo trudno mierzalne! Warto zauważyć, iż drgania poprzeczne pozostają praktycznie na tym samym poziomie (amplitudy składowych widm są bowiem rzędu 25 μm – rys. 6.13).

Możemy zatem wyciągnąć dość ogólną uwagę, że w złożonych wielopodporowych maszynach wirnikowych nie tylko struktura widma, ale również wielkość amplitud sprzężonych form drgań wywołanych obecnością pęknięcia (a więc siła mechanizmu sprzęgania) w decydujący sposób zależą od usytuowania pęknięcia wzdłuż linii wirników analizowanego obiektu. W naszym przypadku tak silny wpływ pęknięcia usytuowanego w sprzęgle (**crack1**) na drgania skrętne układu wynika z faktu, iż siły zewnętrzne $F1$ i $F2$ – rys. 6.4 wzmacniają naturalną formę drgań układu w tym zakresie prędkości obrotowych, a w okolicach sprzęgła (środkowego łożyska nr 2) momenty skrętne na wale się kumulują.

6.3.3 Badania propagacji pęknięcia po przekroczeniu granicy stabilności

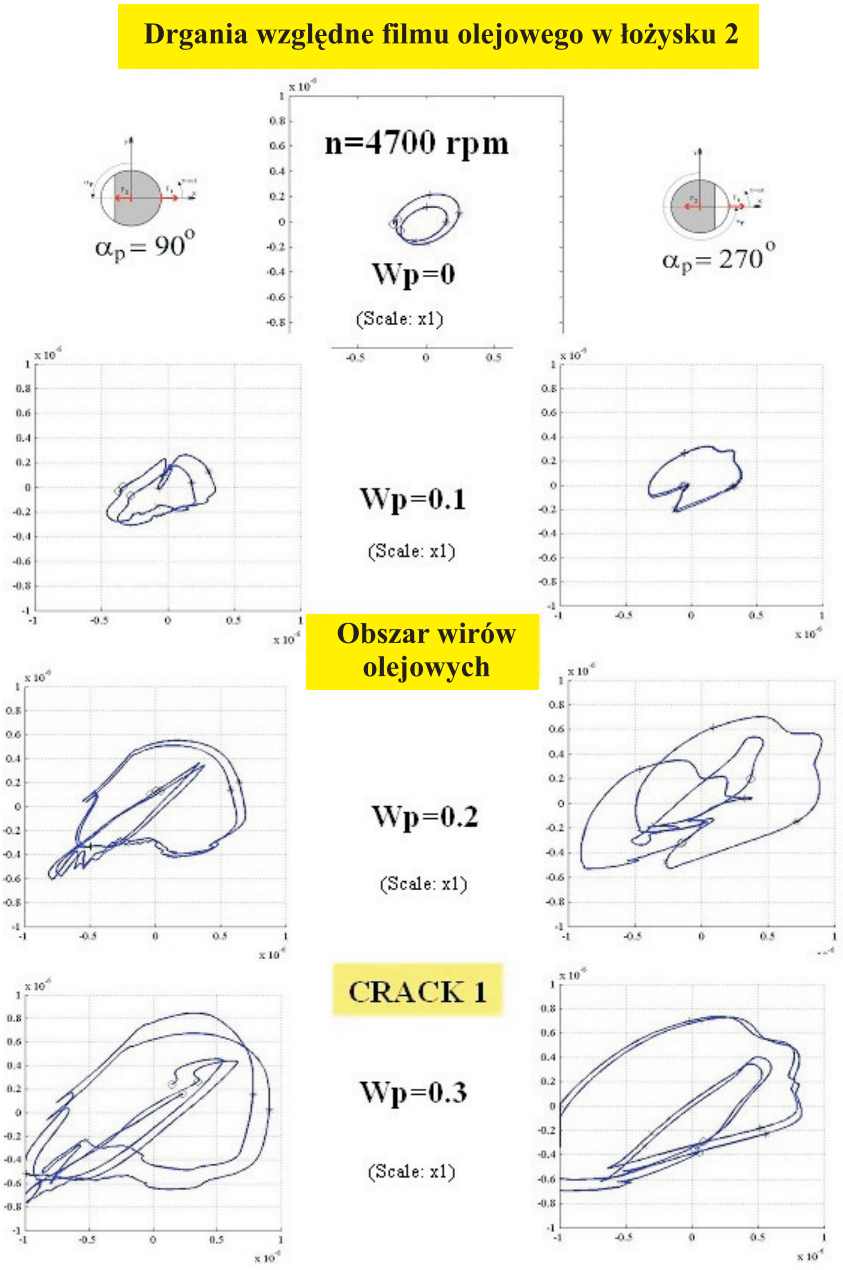
Dotychczasowe badania przeprowadzone zostały w przedrezonansowym zakresie prędkości obrotowych przyjętego obiektu, a także w silnym rezonansie **R2** wywołanym obecnością pęknięcia. Badania te odnosiły się zatem ogólnie rzecz ujmując do stabilnego reżimu pracy całego układu.

Przeprowadźmy teraz badania wpływu propagacji pęknięcia po przekroczeniu granicy stabilności układu, a więc w warunkach występowania wirów olejowych. Dla przyjętego obiektu warunki takie występują już przy prędkościach wirnika około n=4700 obr/min. Wyniki obliczeń przedstawiają rys. 6.15 – 6.17. Rysunek 6.15 przedstawia przebieg deformacji trajektorii wiru olejowego spowodowanej propagacją pęknięcia i obliczonej dla dwóch charakterystycznych obwodowych położeń pęknięcia ($\alpha_p = 90^o$ i $\alpha_p = 270^o$). **Wartym zwrócenia uwagi rezultatem jest tu mały wpływ obwodowego usytuowania pęknięcia, co jest konkluzją zasadniczo odmienną w porównaniu do wcześniej rozpatrywanych przypadków** (w stabilnym zakresie pracy maszyny).

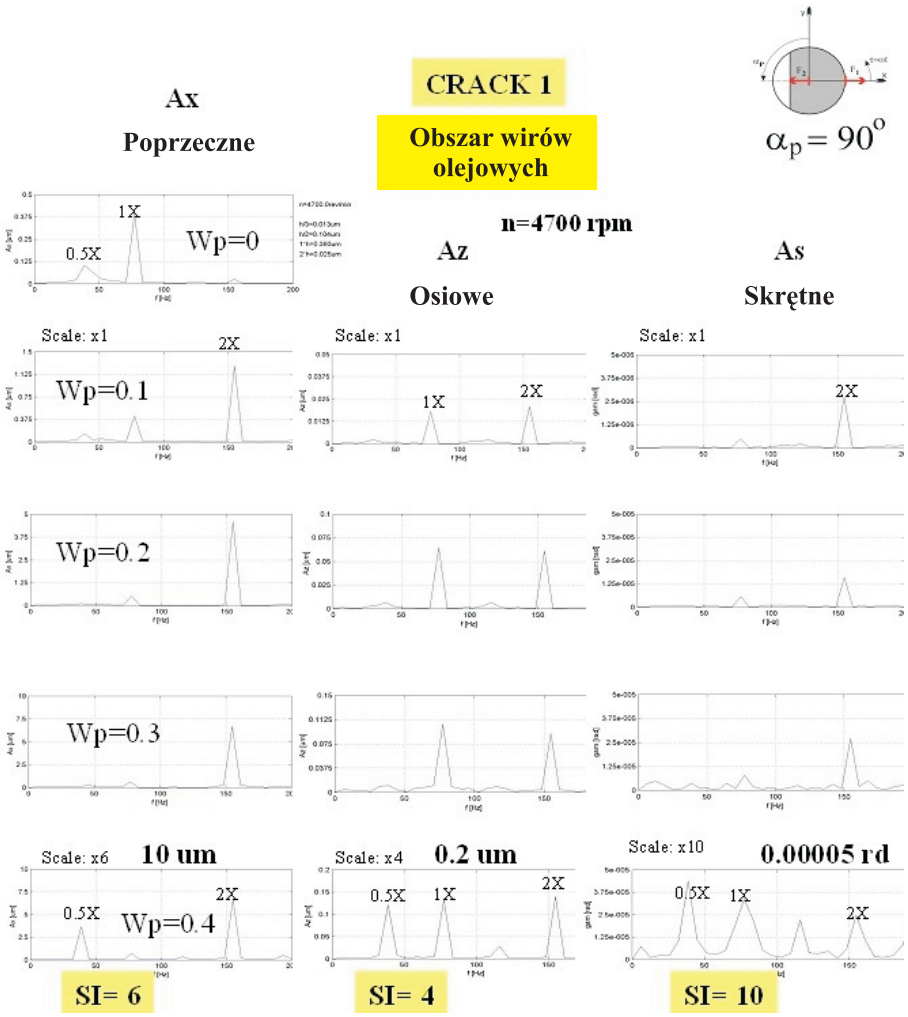
Więcej interesujących informacji dostarcza analiza sprzężonych widm drgań wywołanych obecnością pęknięcia – rys. 6.16 i 6.17. W przypadku wirów olejowych charakterystyczne są składowe subharmoniczne widma zbliżone do 0,5X. **Okazuje się, że pęknięcie w miarę wzrostu jego głębokości podtrzymuje i wzmacnia istniejące już w układzie składowe subharmoniczne typu 0,5X**. Widać to szczególnie wyraźnie na rys. 6.17, gdzie składowa subharmoniczna stała się dominującą w widmie drgań (dla dużych głębokości pęknięcia). Jest to wniosek dość zaskakujący, ponieważ powszechnie przyjmuje się, że pęknięcie nie może być odpowiedzialne za istnienie składowych subharmonicznych w widmie drgań. Powyższa uwaga może być cenną wskazówką dla systemów monitorowania stanu maszyny, gdyż zwraca uwagę na fakt, że mogą istnieć przypadki w których trudno jednoznacznie stwierdzić, czy rejestrowany wzrost składowych subharmonicznych w widmie drgań jest wynikiem rozwoju wirów olejowych czy też wynikiem propagacji pęknięcia wału maszyny.

Jak się okazuje również i w tym przypadku największą czułość na propagację pęknięcia wykazują drgania skrętne (porównaj wartości współczynników czułości SI – rys. 6.16 i 6.17).

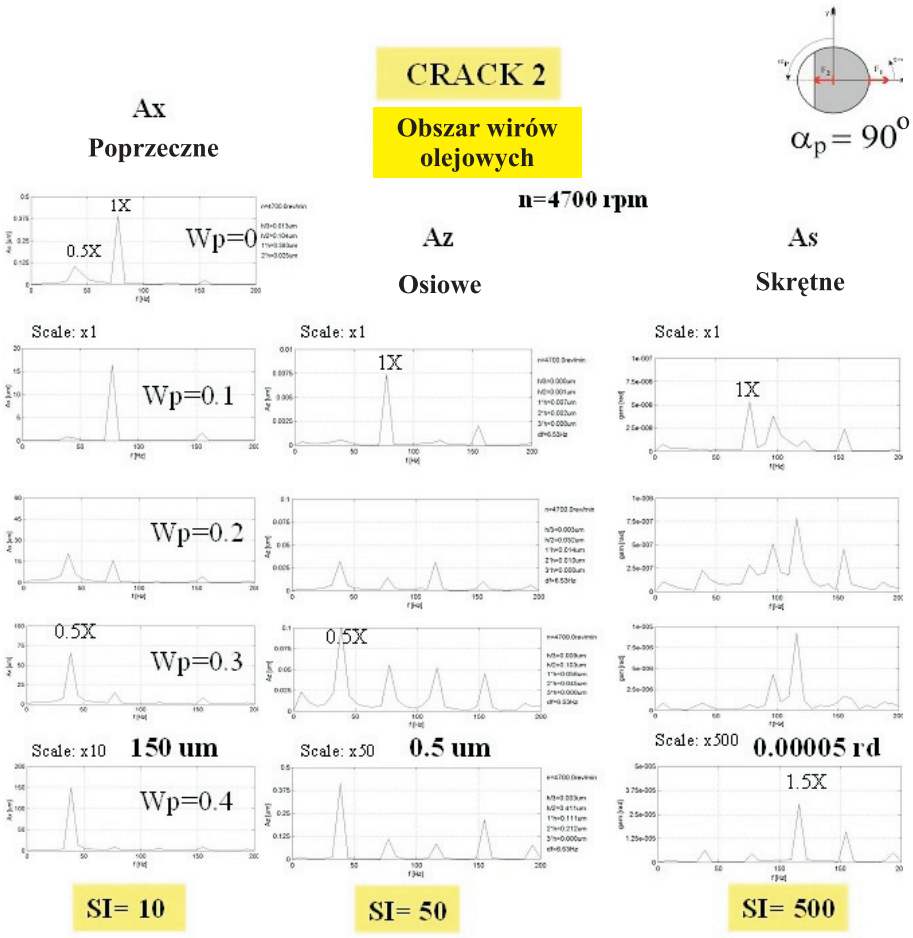
Najbardziej jednak zaskakujący jest fakt, że po przekroczeniu granicy stabilności układu, nawet duże wartości głębokości pęknięcia wału, niezależnie od jego umiejscowienia na linii wirników, nie są w stanie wygenerować znaczących sprzężonych form drgań wzdłużnych i skrętnych (amplitudy drgań wzdłużnych są rzędu 0,2 do 0,5 μm a skrętnych rzędu 0,00005 rd – rys. 6.16 i 6.17). Wniosek ten jest o tyle interesujący, że dla tych samych warunków amplitudy składowych widm drgań **poprzecznych** silnie zależą od lokalizacji pęknięcia (10 μm dla pęknięcia **crack1** i 150 μm dla **crack2** – rys. 6.16 i 6.17).



Rys. 6.15. Przebieg deformacji trajektorii wiru olejowego spowodowanej propagacją pęknięcia po przekroczeniu granicy stabilności układu. Obliczenia przeprowadzono dla pęknięcia w sprzęgle ***crack1*** *i dla dwóch jego charakterystycznych obwodowych położeń ($\alpha_p = 90^o$ i $\alpha_p = 270^o$ – rys. 6.4)*



Rys. 6.16. Sprzężone widma drgań obliczone dla obszaru występowania wirów olejowych i dla pęknięcia ***crack1.*** *Obliczenia przeprowadzono dla różnych wartości głębokości pęknięcia z przedziału od* $W_p = 0$ *do* $W_p = 0,4$



Rys. 6.17. Sprzężone widma drgań obliczone dla obszaru występowania wirów olejowych i dla pęknięcia ***crack2.*** *Obliczenia przeprowadzono dla różnych wartości głębokości pęknięcia z przedziału od* $W_p = 0$ *do* $W_p = 0,4$

6.3.4 Znaczenie widm fazowych

Dotychczasowe badania prowadziliśmy analizując wyłącznie widma amplitudowe drgań. Okazuje się, że forma i zakres zmian widm fazowych dla defektów typu pęknięcia wału mogą być dodatkowym i cennym nośnikiem informacji diagnostycznej tym bardziej, iż w niektórych przypadkach zmiany te mogą być o wiele bardziej wyraźne. Przekonuje nas o tym rys. 6.18. Widma amplitudowe zostały tu zestawione z widmami fazowymi obliczonymi dla tych samych przypadków pracy obiektu oraz identycznego defektu (pęknięcia wału). Jak widać, obraz zmian widm fazowych jest o wiele większy i przybiera charakter jakościowy, co może ułatwiać diagnostykę analizowanego defektu, np. ocenę wpływu obwodowego usytuowania pęknięcia.

6.3.5 Dyskusja uzyskanych wyników

Wróćmy teraz do zasadniczej tezy i pytania postawionego w niniejszym rozdziale, a mianowicie, czy defekt typu pęknięcie wału jest w stanie wygenerować istotne sprzężone formy drgań w złożonej wielopodporowej maszynie wirnikowej i czy drgania te mogą być lepszym wyróżnikiem diagnostycznym stanu obiektu.

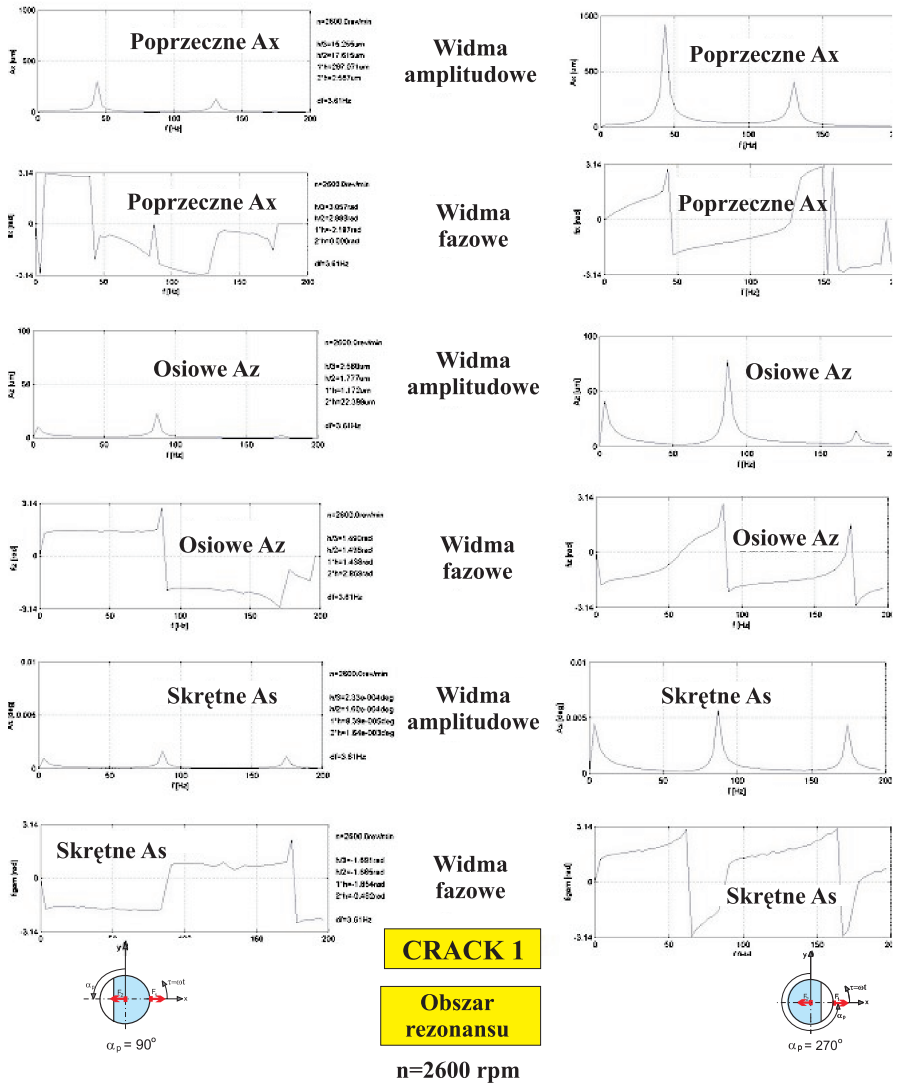
Na tak postawione pytanie nie ma niestety jednoznacznej odpowiedzi. Wygenerowane sprzężone formy drgań silnie bowiem zależą od umiejscowienia pęknięcia w układzie i warunków pracy obiektu. Istnieją położenia dla których sprzężenia te są istotne i mogą stanowić podstawę dla bardziej wiarygodnej diagnostyki. Również przy pracy obiektu, np. w warunkach rezonansu, można zarejestrować drgania w kierunkach, na których nie działają zewnętrzne siły wymuszające. Dotyczy to zwłaszcza drgań skrętnych. Są one nie tylko bardziej wrażliwe na propagację pęknięcia, ale również osiągają, przy większych wartościach głębokości pęknięcia, mierzalne już wartości.

Pęknięcie wzdłuż linii wirników może być jednakże tak usytuowane, że nie będzie w stanie wywołać istotnych sprzężeń w układzie i tym samym wartości amplitud sprzężonych drgań, np. wzdłużno-skrętnych, staną się praktycznie niemierzalne. Uwaga ta dotyczy zarówno pracy obiektu przed- jak i po przekroczeniu granicy stabilności układu. Rozwój wirów olejowych wyraźnie wyhamowuje sprzężone formy drgań.

W przypadkach, dla których znaczące sprzężone formy drgań zostały przez pęknięcie wygenerowane, ich analiza może z całą pewnością dostarczyć bardziej wiarygodnych informacji o stanie obiektu i tym samym może stanowić lepsze narzędzie do wczesnej detekcji defektu maszyny.

Na podstawie przeprowadzonych badań można też wyciągnąć wnioski natury nieco bardziej szczegółowej, a mianowicie:

- Brak superharmonicznej składowej widma typu 2X dla drgań poprzecznych nie zawsze musi oznaczać, że pęknięcia w układzie nie ma. Są bowiem sytuacje, w których pęknięcie wzmacnia istniejące wcześniej w układzie składowe wyższych rzędów przy śladowym udziale drugiej harmonicznej.



Rys. 6.18. Znaczenie widm fazowych. Widma fazowe drgań zestawione z widmami amplitudowymi dla wszystkich sprzężonych form drgań wywołanych pęknięciem ***crack1*** *o głębokości $W_p = 0,2$. Obliczenia przeprowadzono w rezonansie* ***R2*** *obiektu z rys. 6.4 dla dwóch obwodowych położeń pęknięcia*

- Po przekroczeniu granicy stabilności układu, w warunkach występowania i rozwoju wirów olejowych, pęknięcie wału wzmacnia charakterystyczne składowe subharmoniczne w widmach drgań. Wartości amplitud sprzężonych form drgań wzdłużno-skrętnych są niewielkie.
- W przypadku, kiedy znaczące sprzężone formy drgań zostały wygenerowane, składowe widm typu 1X i 2X dla drgań wzdłużnych a zwłaszcza skrętnych są zdecydowanie bardziej czułe na propagację pęknięcia, niż klasyczne typu 2X dla drgań poprzecznych.
- Obwodowe usytuowanie pęknięcia ma duży, chociaż zróżnicowany, wpływ na pracę układu w stabilnych warunkach pracy. Po przekroczeniu granicy stabilności wpływ ten zanika.
- Fazowe widma drgań mogą stanowić cenne uzupełnienie widm amplitudowych.

Warto zaznaczyć, że pomimo, iż analiza drgań skrętnych i widm fazowych w wielu przypadkach byłaby zdecydowanie bardziej efektywna, to praktyczne jej stosowanie jest ograniczone trudnościami pomiarowymi na obiektach rzeczywistych i związanymi z tym kosztami.

Podsumowując rozważania przeprowadzone w niniejszym rozdziale możemy stwierdzić, że w przypadku dużych maszyn wirnikowych jednoznaczna i wczesna detekcja uszkodzeń typu pęknięcie wału nie zawsze jest możliwa. Są bowiem sytuacje w których brak charakterystycznych składowych widm drgań (np. typu 2X) lub też brak sprzężonych form drgań w układzie nie musi automatycznie oznaczać, że pęknięć w układzie nie ma. Implikuje to konieczność indywidualnego potraktowania i analizy każdego obiektu a także stawia wysokie wymagania dla współczesnych systemów diagnostycznych. Wymagania te są tym bardziej wysokie z uwagi na fakt, iż na ogół nie znamy *a priori* położenia pęknięcia ani zmienionych przez jego wpływ prędkości rezonansowych obiektu, co wskazuje na potencjalną możliwość niejednoznaczności związków typu defekt- symptom i trudności w identyfikacji adekwatnego wyróżnika diagnostycznego stanu maszyny. Z drugiej jednak strony nowoczesne metody analizy komputerowej bazujące na nowych modelach i programach komputerowych, jak potwierdzają to zamieszczone w niniejszej pracy wyniki badań, stwarzają pewne szanse na lepszą i bezpieczniejszą diagnostykę stanów awaryjnych maszyn wirnikowych w przyszłości.

6.4 Duża maszyna wirnikowa

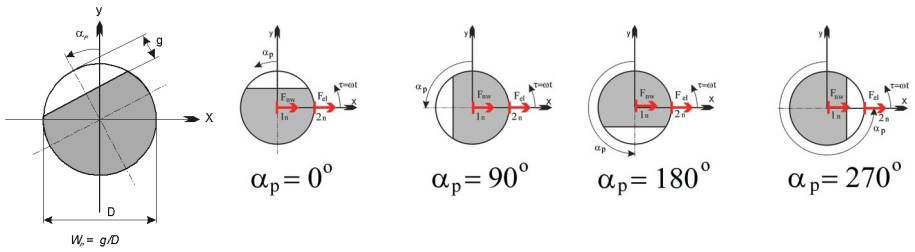
6.4.1 Obiekt badań. Umiejscowienie pęknięć

Przyjmijmy do badań dużą maszynę energetyczną opisaną już w rozdziale 3 (rys. 3.3 i 3.4). Jest to turbozespół 13K215 o mocy 200 MW. Podstawowe dane geometryczne tej maszyny przedstawione zostały w rozdziale 3.3.2.1. Przyjmijmy też, że mamy do czynienia z przypadkiem referencyjnym (bazowym) przedstawionym w rozdziale 3.3.3. Oznacza to, że model obiektu został dostrojony do wzorcowych danych

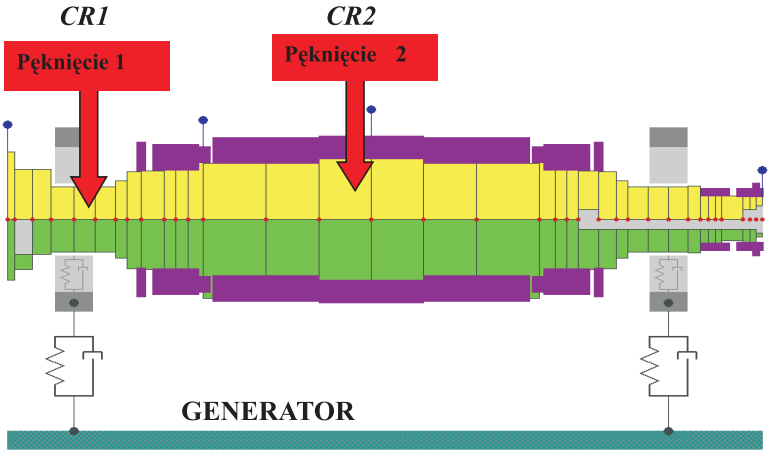
eksploatacyjnych pomierzonych na obiekcie rzeczywistym. Wynik tego dostrojenia przedstawiają rys. 3.53 i rys. 3.54.

Dysponując tak dostrojonym modelem obiektu możemy przystąpić do analizy wpływu pęknięć wału w myśl koncepcji przedstawionej na rys. 6.3.

Przyjmiemy do rozważań, podobnie jak dla przypadku wirnika laboratoryjnego, cztery położenia pęknięcia w kierunku obwodowym (w stosunku do płaszczyzny działania sił wymuszających) i oczywiście ten sam model poprzecznego pęknięcia zewnętrznego – rys. 6.19.



Rys. 6.19. Model pęknięcia i przypadki jego obwodowego usytuowania w kierunku obwodowym



Rys. 6.20. Umiejscowienie pęknięć w wirniku generatora

W modelu tym współczynnik głębokości pęknięcia (współczynnik pęknięcia) W_p, został zdefiniowany jako stosunek głębokości pęknięcia g do średnicy przekroju wału D. Jest to więc w istocie względna głębokość pęknięcia, czyli

$$W_P = \frac{g}{D}.$$

Z kolei kąt fazowy pęknięcia α_p jest ściśle powiązany ze znacznikiem fazy, czyli kierunkiem działania zewnętrznych sił wymuszających.

Z punktu widzenia dalszych rozważań niezmiernie istotne jest położenie pęknięcia lub pęknięć wzdłuż linii wirników. Przyjmijmy zatem, że w wirniku turbozespołu, a konkretnie w części generatorowej, mogą zamiennie występować pęknięcia w dwóch punktach [6.26]–[6.28]:

Pęknięcie 1 (CR1) – w obrębie łożyska nr 6,

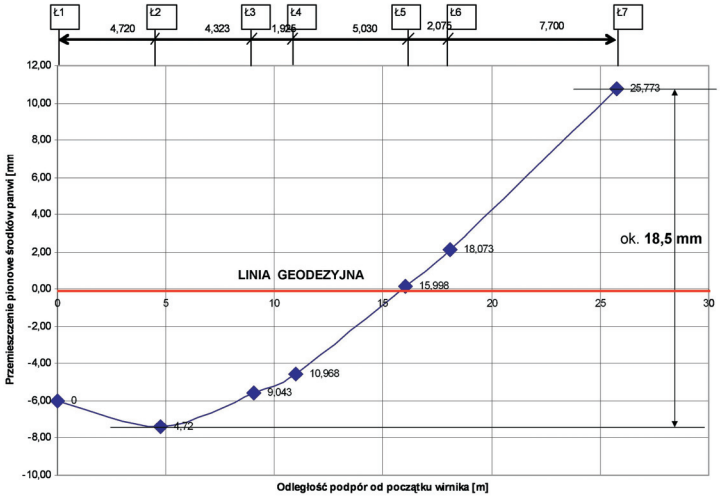
Pęknięcie 2 (CR2) – w części środkowej wirnika generatora, mniej więcej w połowie rozstawu jego łożysk.

Pęknięcie 1 jest umiejscowione w miejscu, w którym ugięcia kinetostatyczne wirnika są stosunkowo małe – rys. 6.22. Z racji bliskości węzła modelu odpowiadającego czopowi łożyska nr 6, również drgania są stosunkowo niewielkie. Można się zatem spodziewać mniejszego wpływu **Pęknięcia 1** na stan dynamiczny maszyny.

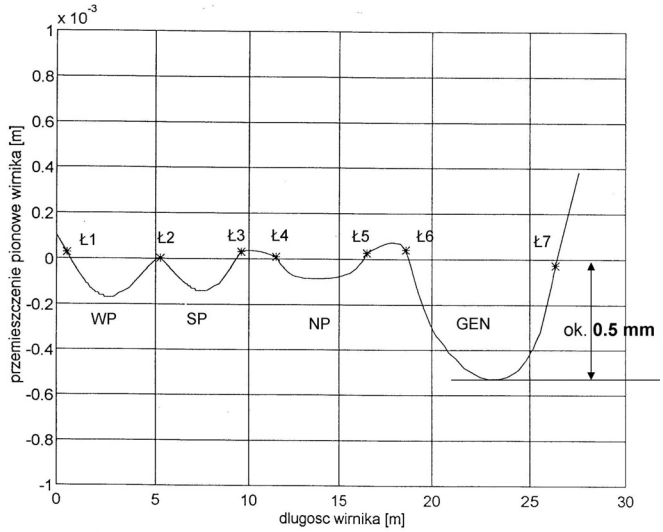
Pęknięcie 2 jest z kolei umiejscowione w części wirnika o dużych ugięciach kinetostatycznych – rys. 6.22. Są one spowodowane dużą masą wirnika generatora (masywne uzwojenie) oraz stosunkowo dużym rozstawem jego łożysk (7,7 m). Spodziewać się zatem można dużego wpływu **Pęknięcia 2** na stan dynamiczny maszyny.

Przed przystąpieniem do właściwych badań związanych z wpływem pęknięć warto wykonać obliczenia wstępne uwidaczniające skalę i wzajemne proporcje deformacji kinetostatycznych, grawitacyjnych i dynamicznych tak dużego obiektu. Przyjmując dyskretyzację MES linii wirników jak na rys. 3.46 i 3.47, a także zestaw sił zewnętrznych działających na układ opisany w rozdziale 3.3.3, otrzymano wyniki przedstawione na rys. 6.21 do rys. 6.25. Jak widać z rys. 6.21 różnica w przemieszczeniach podpór łożyskowych pomiędzy łożyskiem nr 2 i 7 wynosi ok. 18,5 mm (pomierzona eksperymentalnie wielkość przemieszczeń termicznych i montażowych). Odkształcenia grawitacyjne linii wirników są w tej skali prawie niewidoczne. Rysunek 6.22 przedstawia z kolei same ugięcia grawitacyjne (kinetostatyczne) linii wirników z pominięciem przemieszczeń podpór (sprowadzone one zostały do wartości zerowej linii geodezyjnej). Najbardziej, jak widać, odkształca się generator (o wartość równą ok. 0,5 mm).

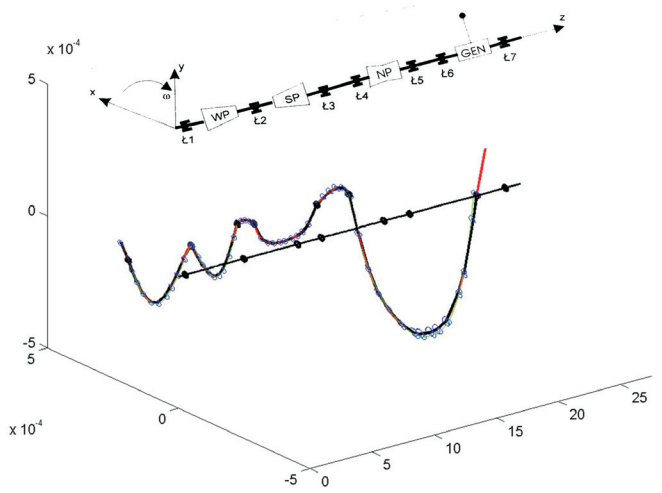
Na rys. 6.23 zestawiono w tej samej skali trajektorie przemieszczeń dynamicznych wywołane siłami zewnętrznymi właściwymi dla przypadku referencyjnego (bazowego – rozdział 3.3.3) z odkształceniami grawitacyjnymi linii wirników. Rysunek ten uwidacznia, że dla przypadku normalnej pracy układu przemieszczenia dynamiczne są zdecydowanie mniejsze od kinetostatycznych. Inaczej jest w przypadku skrajnie dużej niestateczności dynamicznej układu. Przypadek taki przedstawia rys. 6.24. Tak silna niestabilność układu wywołana została hipotetycznym, bardzo dużym pęknięciem wirnika. Na obecnym etapie rozważań chodzi nam tylko o pokazanie, że przypadki takie są możliwe. Wróćmy jednak do przypadku referencyjnego, czyli do normalnej pracy maszyny. Aby wyraźniej pokazać trajektorie przemieszczeń dynamicznych z rys. 6.23 zostały one 300-krotnie powiększone w stosunku do skali przemieszczeń kinetostatycznych wirnika. Efekt takiego zabiegu przedstawia rys. 6.25 (powtórzenie rys. 3.56).



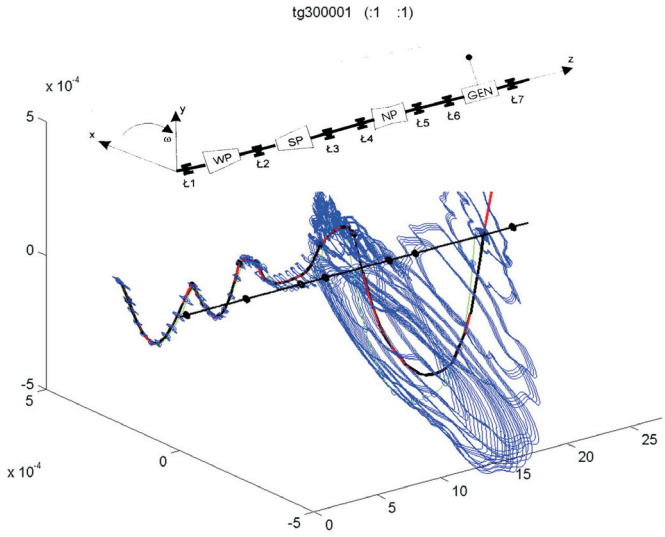
Rys. 6.21. Kształt linii wirników turbozespołu 13K215 (dla przypadku referencyjnego) w stosunku do linii geodezyjnej. Przemieszczenia podpór łożyskowych (pomierzone eksperymentalnie) i odkształcenia grawitacyjne (kinetostatyczne) linii wirników (obliczone) przedstawione zostały w jednej skali



Rys. 6.22. Ugięcia grawitacyjne (kinetostatyczne) linii wirników turbozespołu 13K215 obliczone dla przypadku referencyjnego. Przemieszczenia podpór zostały pominięte

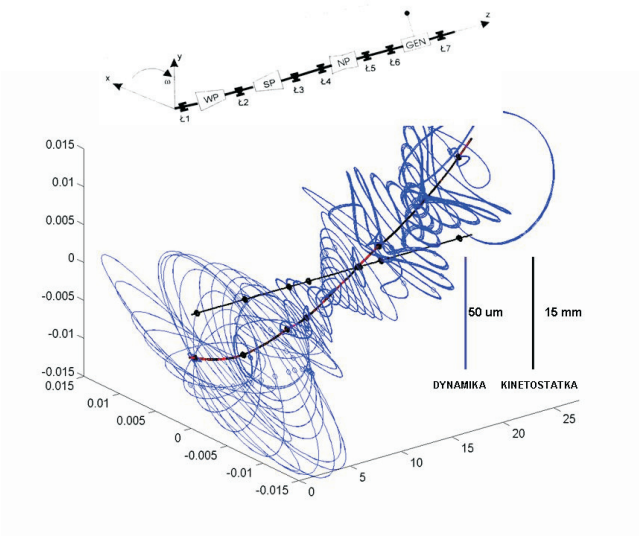


Rys. 6.23. Trajektorie przemieszczeń dynamicznych w wybranych węzłach linii wirników obliczone dla przypadku referencyjnego w zestawieniu z odkształceniami grawitacyjnymi (kinetostatycznymi). W częściach WP, SP i NP widoczne są tylko graficzne oznaczenia pozycji znacznika obrotów (trajektorie przemieszczeń dynamicznych są zbyt małe w tej skali)



Rys. 6.24. Przypadek skrajnie dużej hipotetycznej niestabilności układu. Trajektorie przemieszczeń dynamicznych w wybranych węzłach linii wirników przedstawione zostały w zestawieniu z odkształceniami grawitacyjnymi (kinetostatycznymi). Niestabilność układu wywołana została ekstremalnie dużym pęknięciem w wale generatora

Z analizy rys. 6.21 do rys. 6.25 wynika, że w przypadku dużej maszyny energetycznej sytuacja przedstawiona na rys. 6.2 jest bardzo prawdopodobna. Proces „oddychania" pęknięcia może silnie zależeć od wzajemnego stosunku przemieszczeń dynamicznych i kinetostatycznych. Przeprowadzone w następnym podrozdziale badania przekonają nas, że tak jest w istocie.



Rys. 6.25. Trajektorie przemieszczeń dynamicznych w wybranych węzłach linii wirników obliczone dla przypadku referencyjnego (powiększone 300 razy w stosunku do skali rysunku $0,015 = 300 \cdot 5e-5$*) w zestawieniu z odkształceniami grawitacyjnymi (kinetostatycznymi) linii wirników i przemieszczeniami podpór*

6.5 Wpływ propagacji pęknięcia

Przeprowadźmy teraz badania wpływu propagacji głębokości tak umiejscowionych pęknięć na własności dynamiczne przyjętego obiektu. Obliczenia przeprowadzone zostały dla wszystkich czterech położeń pęknięcia w kierunku obwodowym (rys. 6.19) oraz całej serii wartości współczynnika W_p. Wyniki obliczeń przedstawione zostały na rys. 6.26 do rys. 6.36 (współczynnik W_p został tu oznaczony jako WPKN).

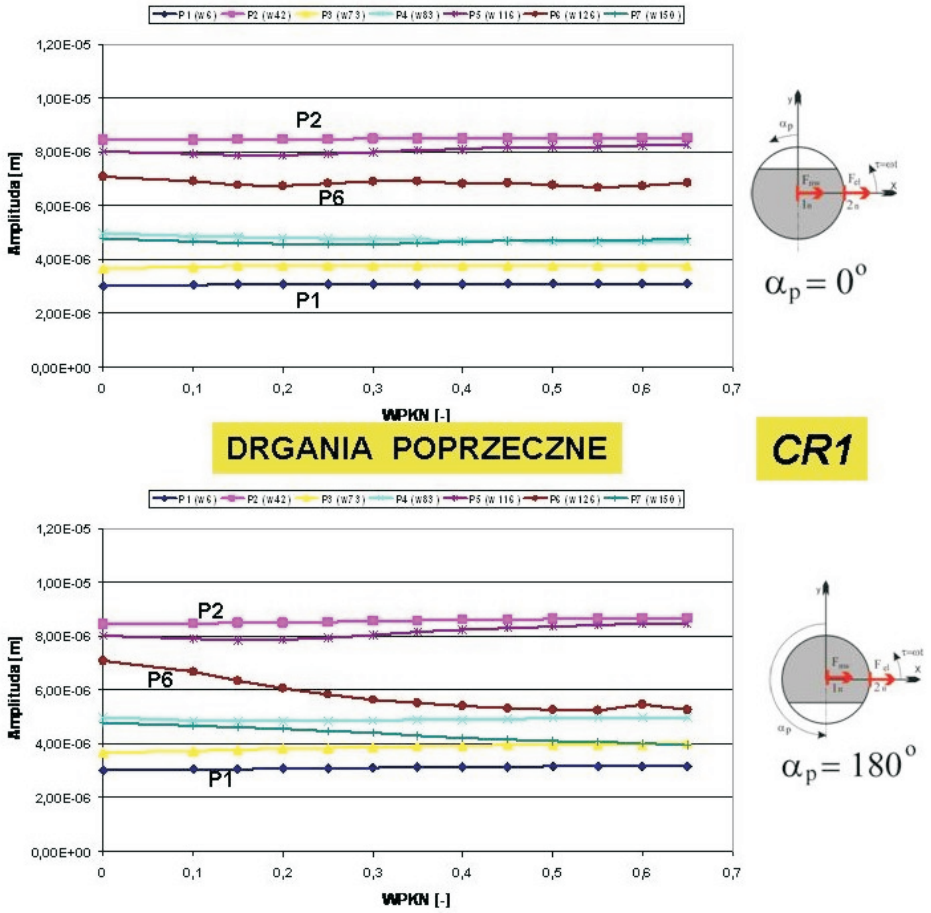
Analizując uzyskane wyniki przede wszystkim należy stwierdzić, że zarówno usytuowanie pęknięcia, jak i jego obwodowe położenie, wywiera silny wpływ na stan dynamiczny obiektu. Okazało się, iż można wyselekcjonować ze zbioru czterech dwa przypadki obwodowego usytuowania pęknięcia a mianowicie $\alpha_p = 0$ oraz $\alpha_p = 180$, z których pierwszy jest najbardziej korzystny a drugi najmniej korzystny, z punktu widzenia wzrostu drgań układu spowodowanych pęknięciem wału.

Wpływ ten jest silnie uzależniony od położenia pęknięcia wzdłuż linii wirników, co można było przewidzieć analizując rys. 6.1 i 6.2 a także rys. 6.22, 6.23 oraz 6.25. Dla pęknięcia usytuowanego w czopie łożyska nr 6 (pęknięcie 1 oznaczone jako CR1 – rys. 6.20), drgania poprzeczne i wzdłużne układu w stosunkowo niewielkim stopniu zmieniają się w miarę wzrostu głębokości pęknięcia i to praktycznie niezależnie od jego obwodowego położenia – rys. 6.26, 6.27, 6.32, 6.33. Jedynie drgania skrętne w czopie łożyska zwiększają się istotnie w miarę wzrostu współczynnika W_p, chociaż też praktycznie nie zależą od jego obwodowego położenia – rys. 6.28. Można więc zaryzykować stwierdzenie, że pęknięcie CR1 zostało umiejscowione w miarę bezpiecznie z punktu widzenia dynamiki obiektu. Wartości współczynnika W_p mogły tu być znaczne (nawet równe 0,65).

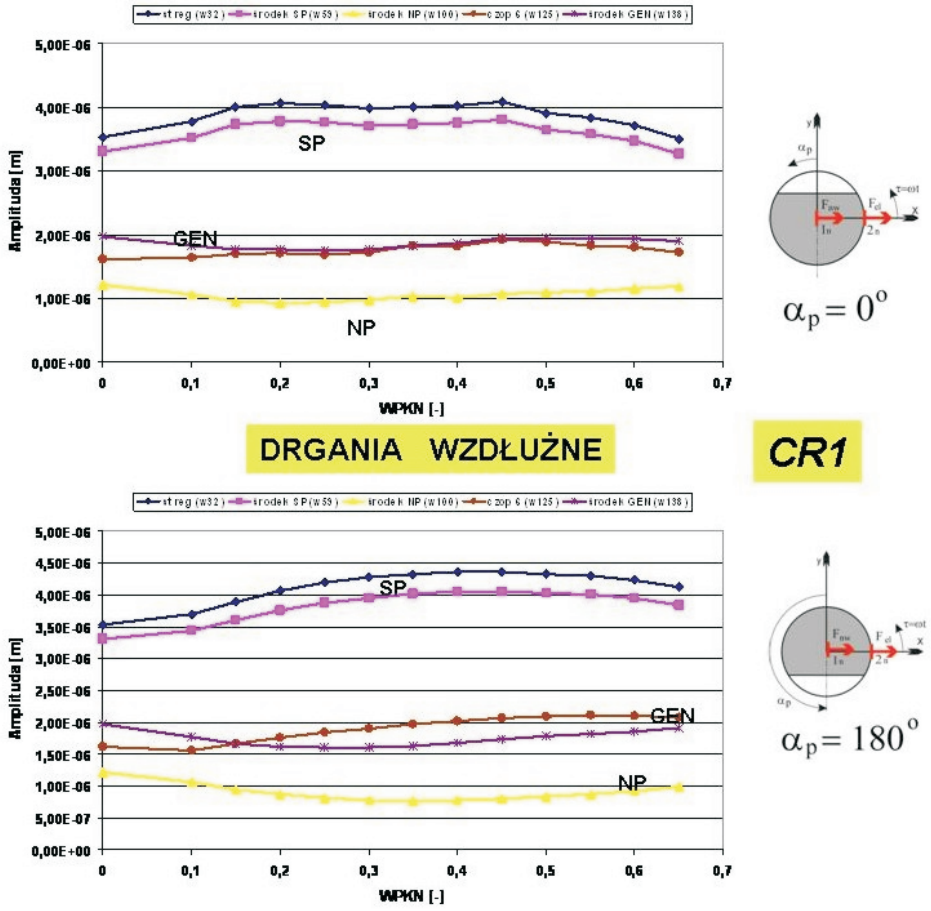
Zupełnie inaczej przedstawia się sytuacja jeśli zmienimy usytuowanie pęknięcia wzdłuż linii wirników, czyli przyjmiemy pęknięcie 2 oznaczone jako CR2 ulokowane w środkowej części generatora – rys 6.20. Jak wynika to z rys. 6.29, 6.30, 6.31, 6.34, 6.35, 6.36 wpływ obwodowego położenia pęknięcia jest teraz zdecydowanie większy. Położenie obwodowe określone wartością współczynnika $\alpha_p = 180$ (rys. 6.19) okazało się wyjątkowo niekorzystne. Z rys. 6.29 wynika ciekawa obserwacja, a mianowicie, że amplituda drgań poprzecznych w funkcji głębokości pęknięcia może mieć swój rezonans. Oznacza to, że większa wartość pęknięcia w pewnych sytuacjach nie musi zawsze oznaczać wzrostu drgań układu. Określiliśmy ten przypadek mianem „rezonansu wgłębnego". Jest to interesujące i zarazem zaskakujące zjawisko na temat którego nie są znane autorowi tej monografii inne doniesienia literaturowe. Zjawisko rezonansu wgłębnego doskonale jest widoczne na kartach diagnostycznych zawierających zestawienie drgań panwi i filmu olejowego dla wszystkich łożysk turbozespołu – rys. 6.34 i rys. 6.35. Karta dla większej głębokości pęknięcia ($W_p = 0,3$) jest bardziej stabilna niż dla mniejszej ($W_p = 0,2$) dla której występuje rezonans wgłębny.

Porównanie kart diagnostycznych przedstawionych na rys. 6.32 do rys. 6.36 z referencyjną (bazową) kartą diagnostyczną, a więc bez pęknięć, pozwala dokładnie uwidocznić różnice w stanie dynamicznym obiektu. Karta taka została przedstawiona na rys. 6.37 (jest to powtórzenie dla wygody rys. 3.54 z rozdziału 3).

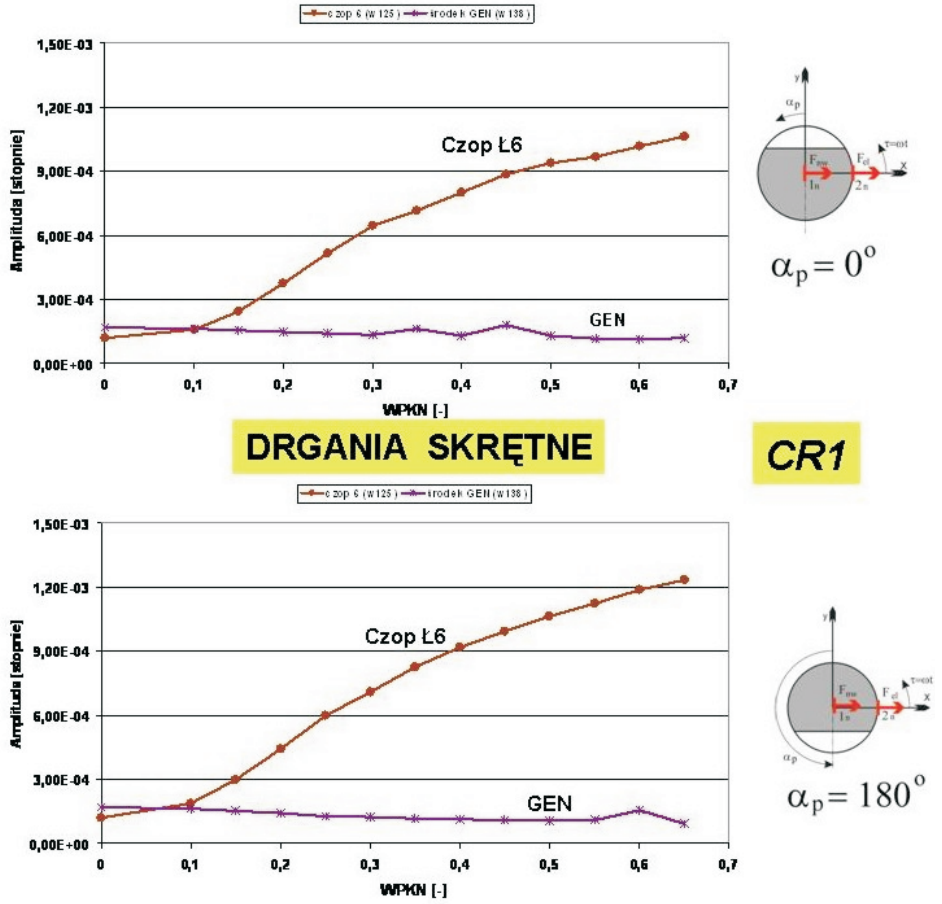
Analiza rys. 6.27, 6.28 oraz 6.30, 6.31 pozwala na wyciągnięcie pewnych wniosków dotyczących sprzężonych form drgań giętno-wzdłużno-skrętnych wywołanych obecnością pęknięć w układzie. W przypadku tak dużego obiektu energetycznego z działającymi już na układ siłami wzdłużnymi i skrętnymi (oddziaływania aerodynamiczne – rozdział 3), obecność pęknięcia powoduje słabe sprzężenia, zwłaszcza w odniesieniu do drgań wzdłużnych. Znacznie bardziej wrażliwe na wzrost współczynnika W_p są tu drgania skrętne (rys. 6.28 i rys.6.31), chociaż wartości bezwzględne amplitud tych drgań są również małe (rzędu 0,001 stopnia). Dopiero bardzo duże, już niebezpieczne wartości współczynnika głębokości pęknięcia W_p (powyżej 0,5 dla $\alpha_p = 180$) dla pęknięcia umiejscowionego w środku generatora (CR2) powodują gwałtowny przyrost amplitudy drgań wzdłużnych i skrętnych – rys. 6.30 i rys. 6.31.



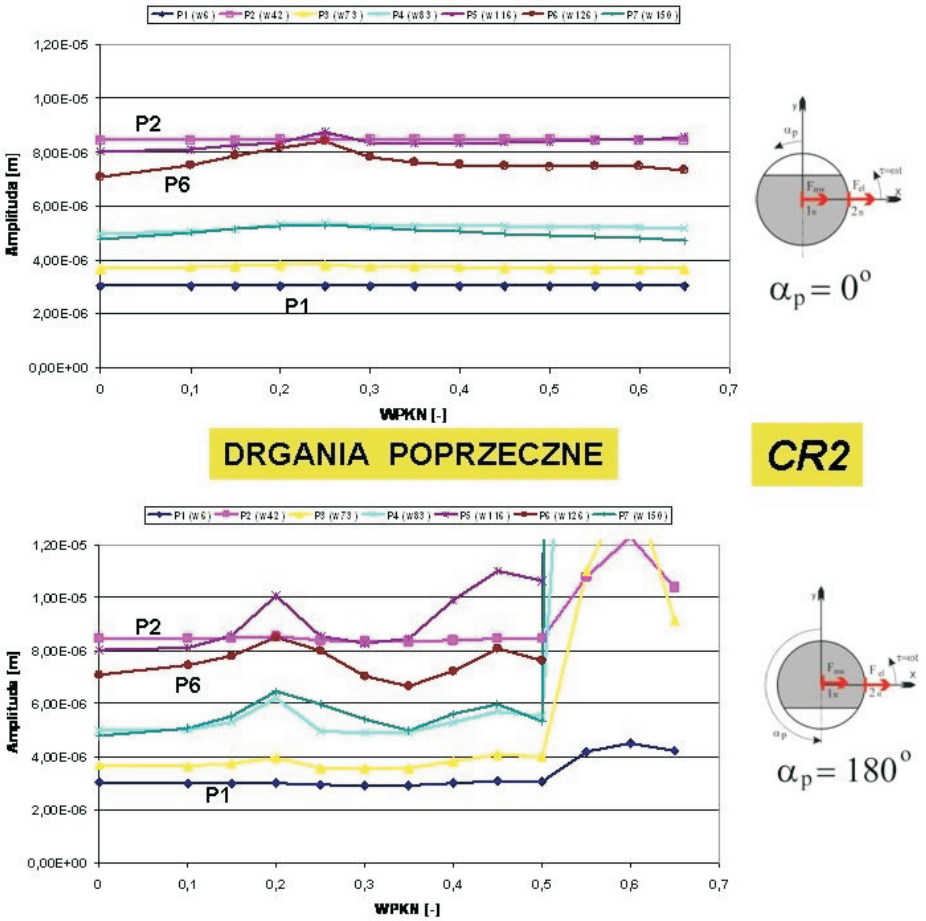
Rys. 6.26. Wpływ propagacji głębokości pęknięcia 1 (CR1) na amplitudy maksymalne drgań poprzecznych panwi łożyskowych P1... P7. Wyniki obliczeń dla dwóch położeń pęknięcia w kierunku obwodowym



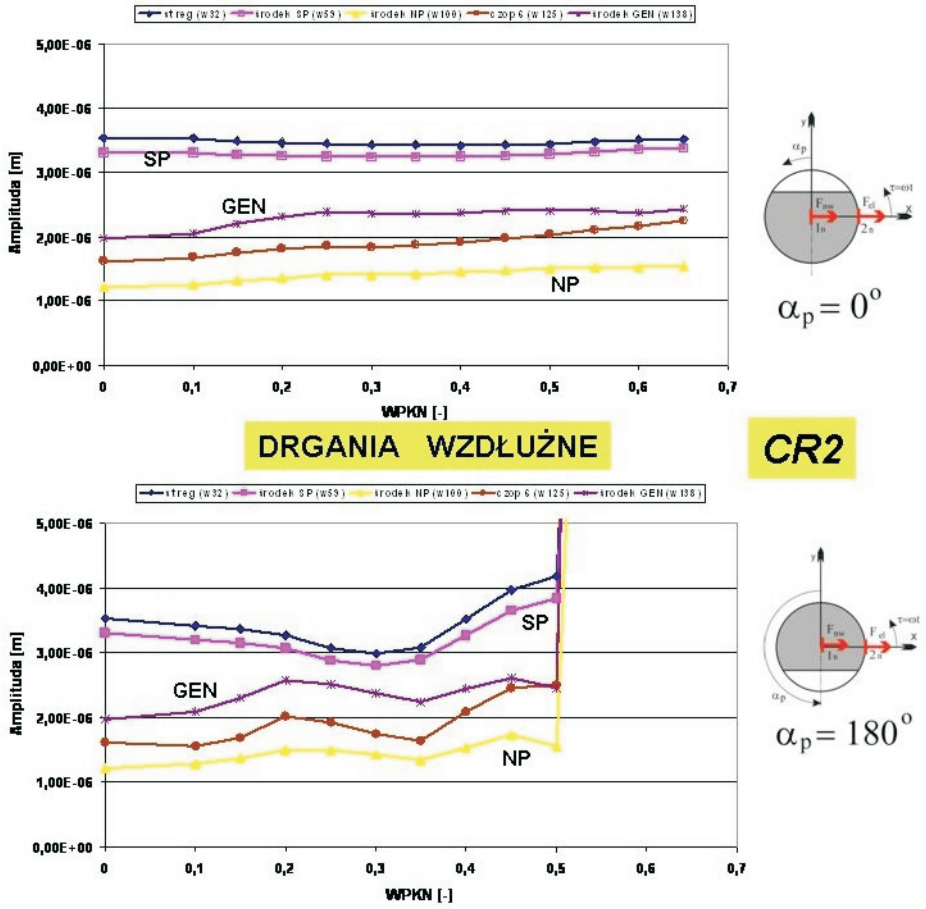
Rys. 6.27. Wpływ propagacji głębokości pęknięcia 1 (CR1) na amplitudy drgań wzdłużnych w wybranych węzłach części SP, NP i GEN. Wyniki obliczeń dla dwóch położeń pęknięcia w kierunku obwodowym



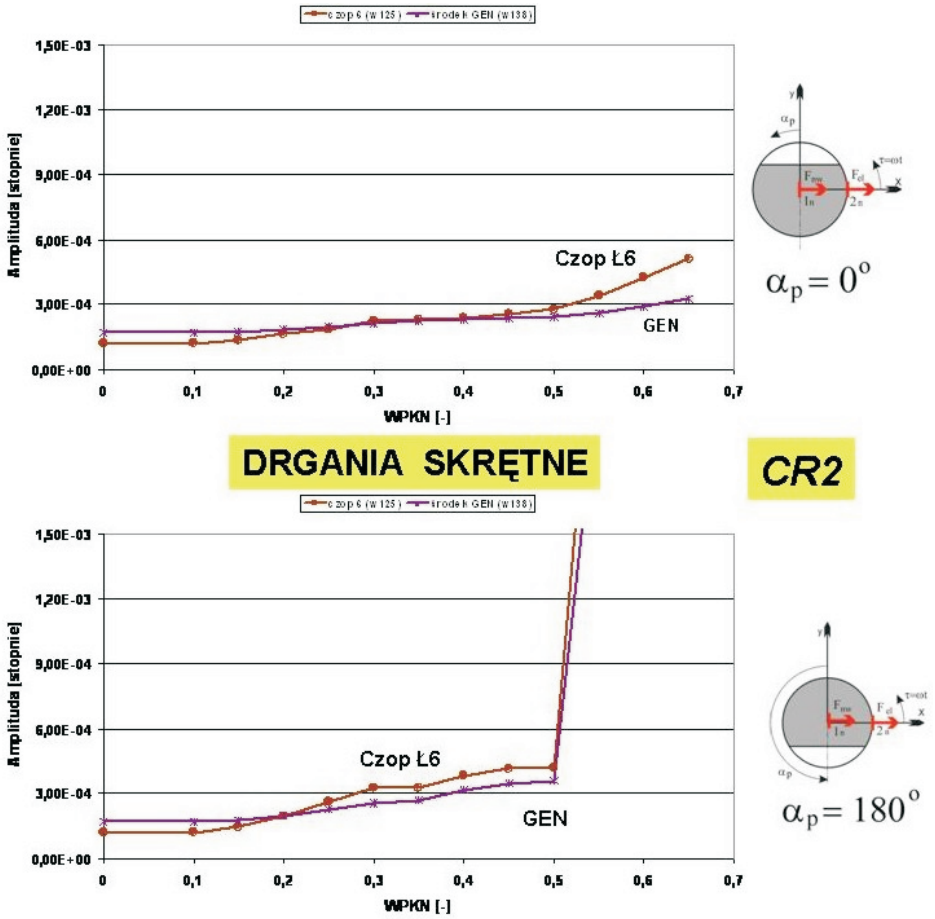
Rys. 6.28. Wpływ propagacji głębokości pęknięcia 1 (CR1) na amplitudy drgań skrętnych w czopie łożyska nr 6 i i środku generatora. Wyniki obliczeń dla dwóch położeń pęknięcia w kierunku obwodowym



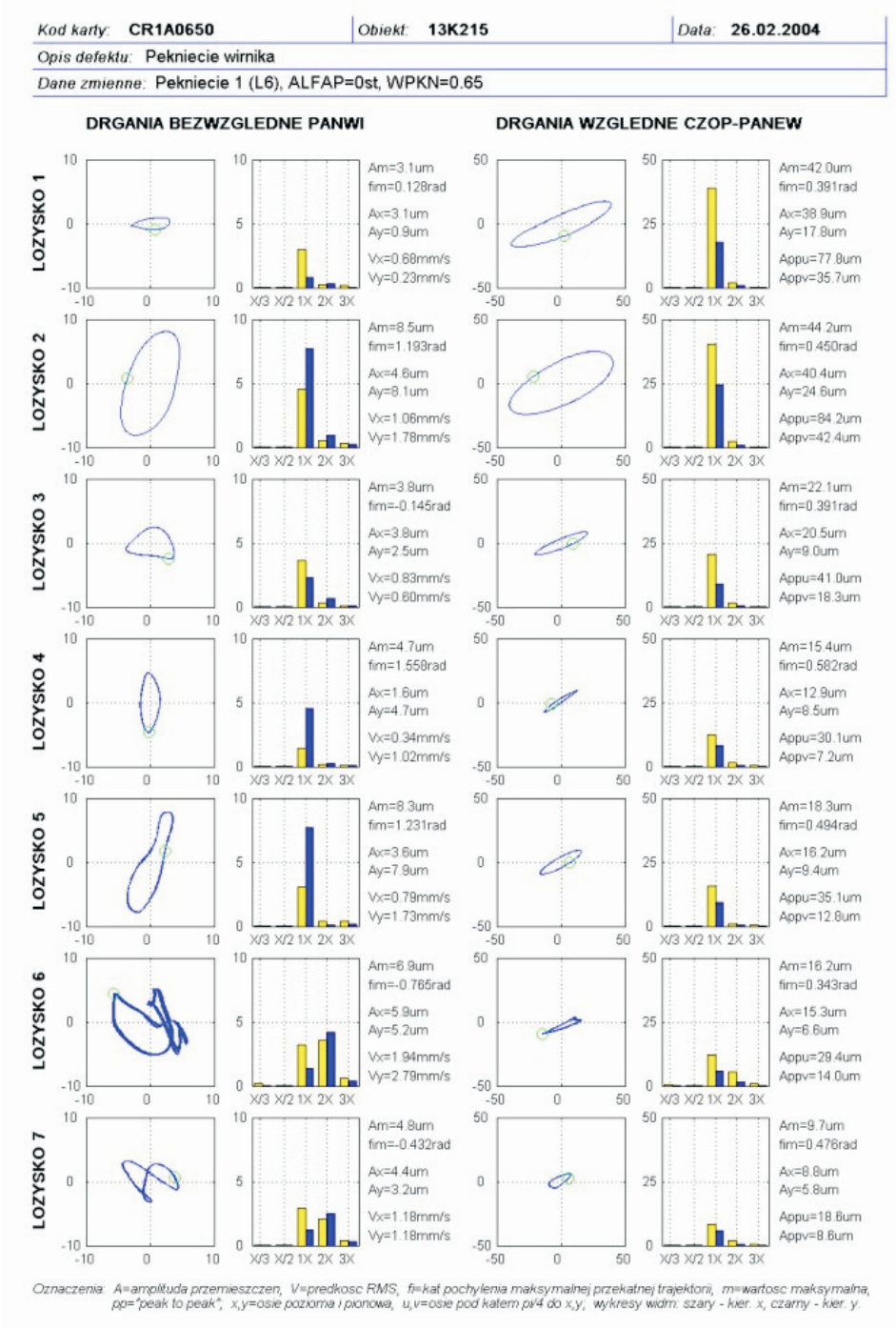
Rys. 6.29. Wpływ propagacji głębokości pęknięcia 2 (CR2) na amplitudy maksymalne drgań poprzecznych panwi łożyskowych P1...P7. Wyniki obliczeń dla dwóch położeń pęknięcia w kierunku obwodowym



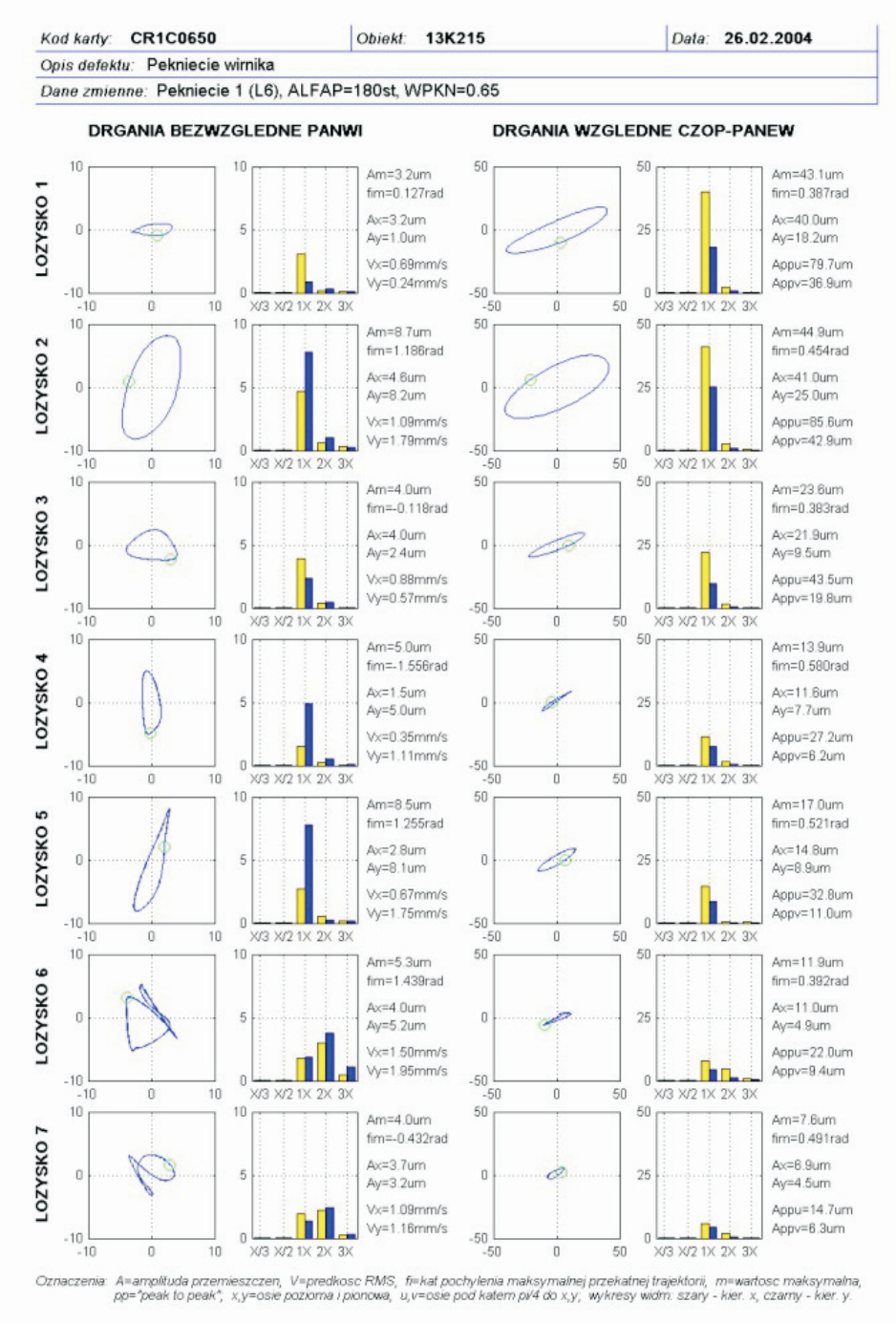
Rys. 6.30. Wpływ propagacji głębokości pęknięcia 2 (CR2) na amplitudy drgań wzdłużnych w wybranych węzłach części SP, NP i GEN. Wyniki obliczeń dla dwóch położeń pęknięcia w kierunku obwodowym



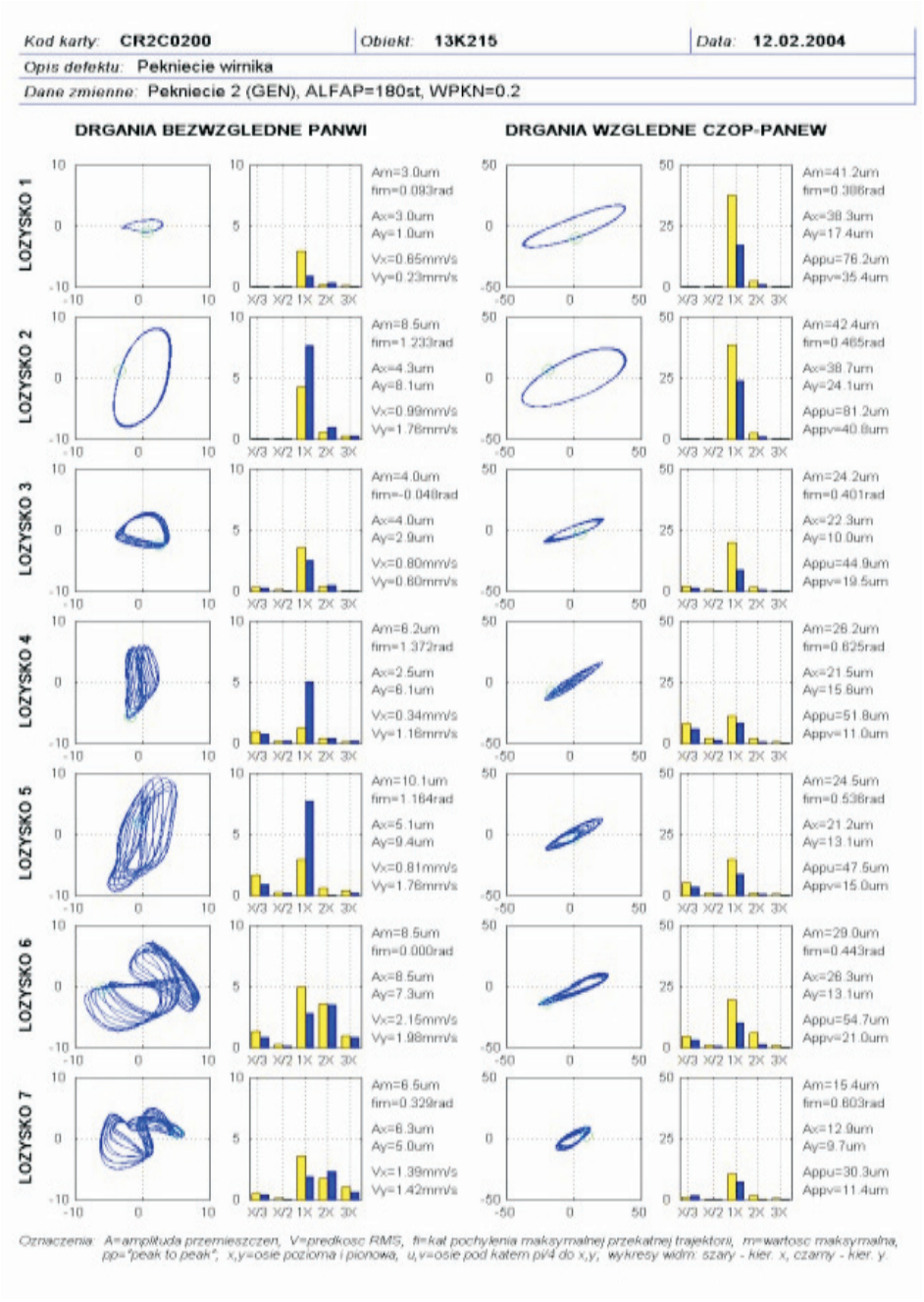
Rys. 6.31. Wpływ propagacji głębokości pęknięcia 2 (CR2) na amplitudy drgań skrętnych w czopie łożyska nr 6 i i środku generatora. Wyniki obliczeń dla dwóch położeń pęknięcia w kierunku obwodowym



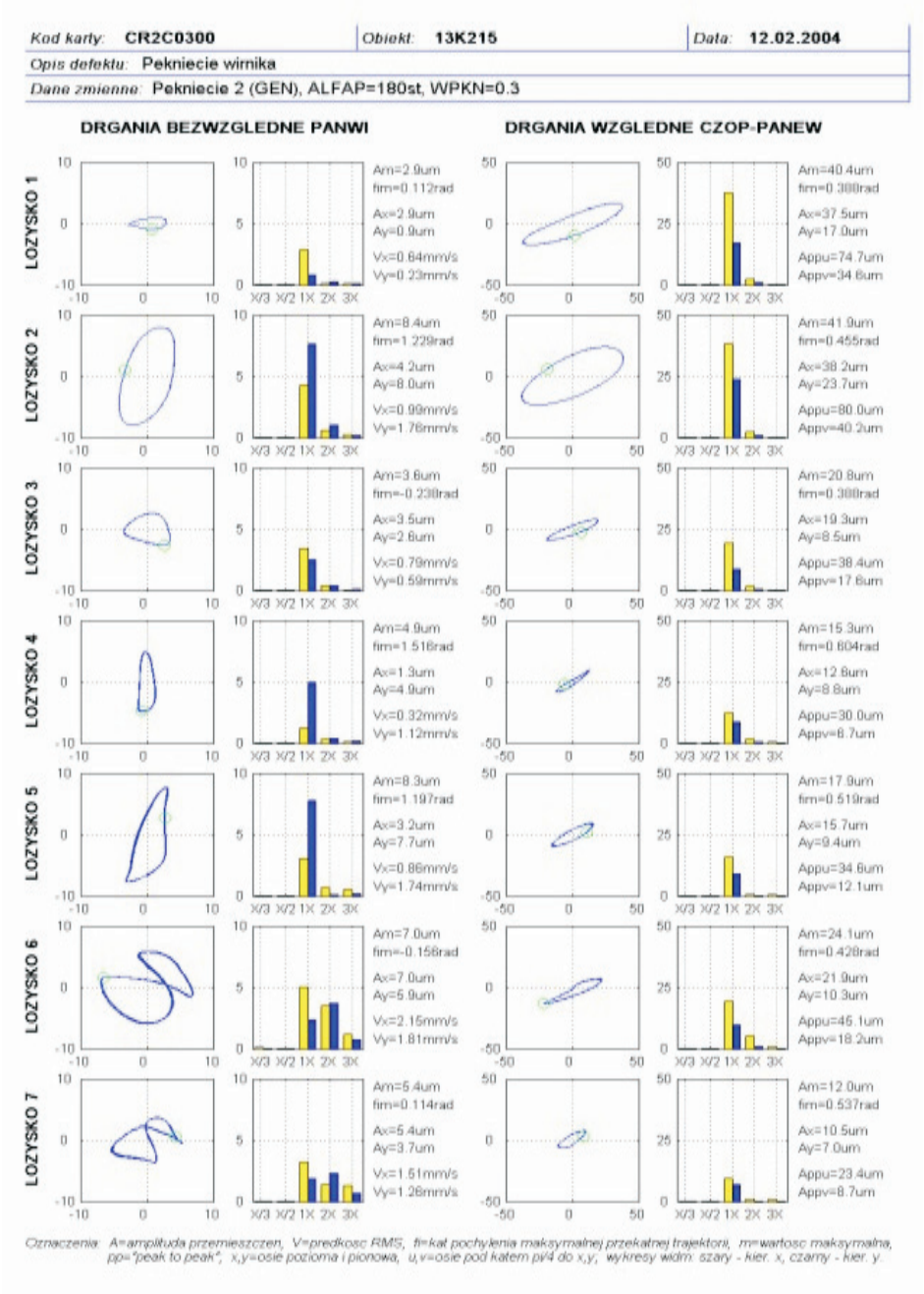
Rys. 6.32. Karta diagnostyczna obliczona dla przypadku pęknięcia 1 (CR1) o głębokości $W_p = 0,65$ i obwodowym położeniu $\alpha_p = 0$



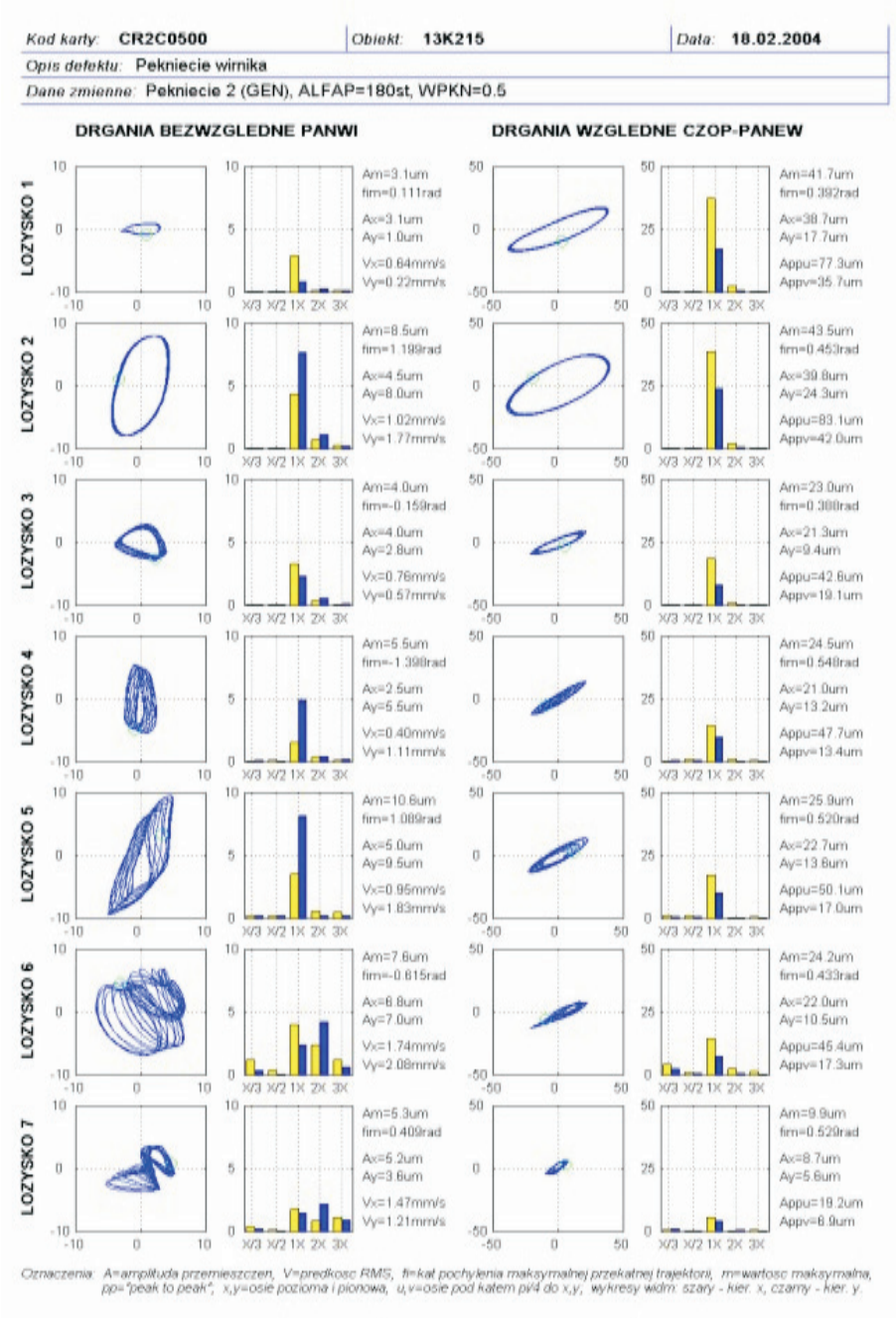
Rys. 6.33. Karta diagnostyczna obliczona dla przypadku pęknięcia 1 (CR1) o głębokości $W_p = 0,65$ *i obwodowym położeniu* $\alpha_p = 180$



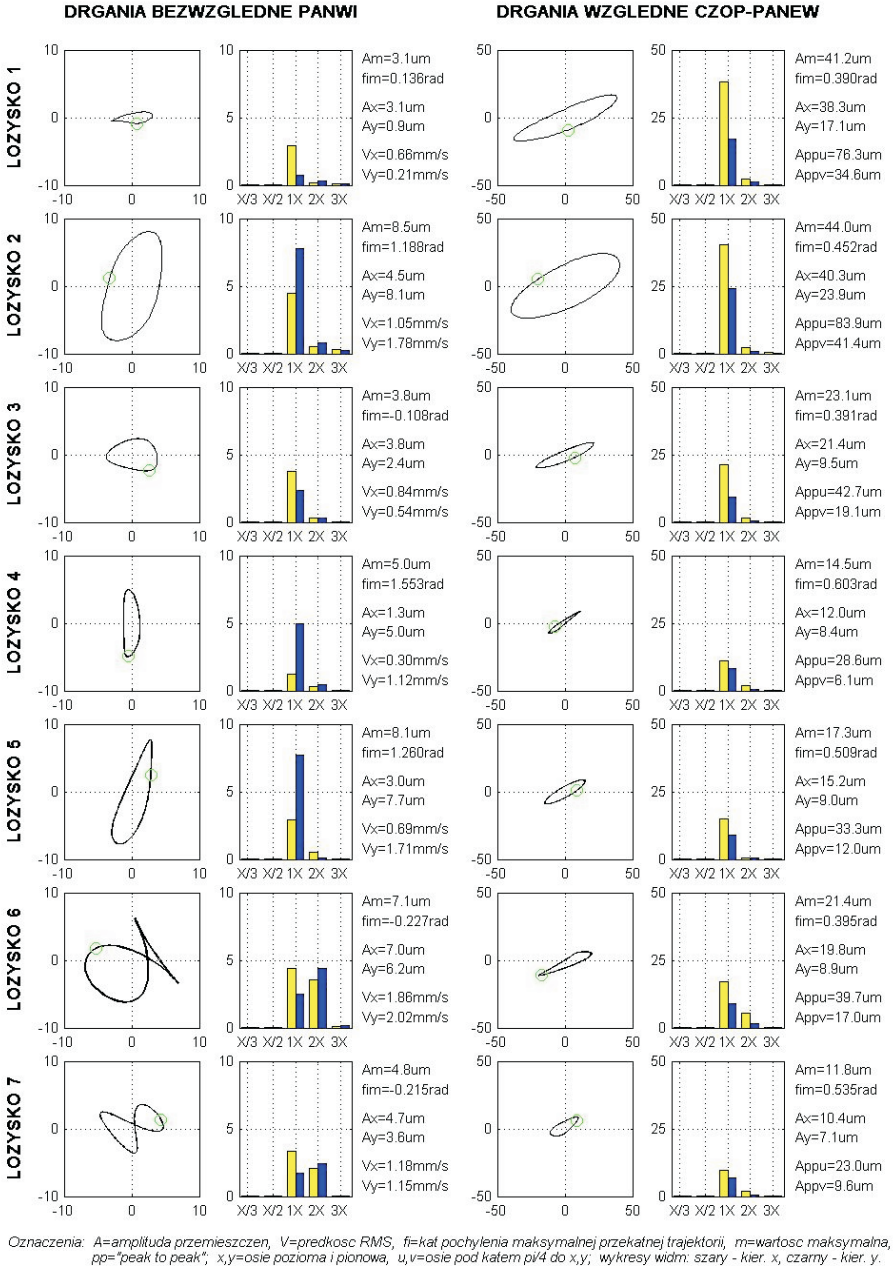
Rys. 6.34. Karta diagnostyczna obliczona dla przypadku pęknięcia 2 (CR2) o głębokości $W_p = 0,2$ i obwodowym położeniu $\alpha_p = 180$. Przypadek rezonansu wgłębnego



Rys. 6.35. Karta diagnostyczna obliczona dla przypadku pęknięcia 2 (CR2) o głębokości $W_p = 0,3$ i obwodowym położeniu $\alpha_p = 180$. Po przejściu przez rezonans wgłębny



Rys. 6.36. Karta diagnostyczna obliczona dla przypadku pęknięcia 2 (CR2) o głębokości $W_p = 0,5$ i obwodowym położeniu $\alpha_p = 180$. Przypadek dojścia do granicy silnej niestabilności układu



Rys. 6.37. Karta diagnostyczna obliczona dla przypadku referencyjnego, a więc bez pęknięć (powtórzenie rys. 3.54)

6.5.1 Widma drgań

Z rozważań przeprowadzonych w poprzednim podrozdziale wynika, że najbardziej niekorzystny przypadek stanowi pęknięcie (CR2) umiejscowione w środku generatora o obwodowym położeniu $\alpha_p = 180$. Tego rodzaju pęknięcie generuje niebezpieczny już poziom drgań oraz interesujące zjawisko określone jako rezonans wgłębny. Warto więc dla tego przypadku przeprowadzić analizę widmową w formie widm amplitudowych i fazowych. Wyniki obliczeń przedstawiają rys. 6.38 do rys. 6.41. Odnoszą się one do wału i panwi łożyska nr 6, przy czym drgania bezwzględne oznaczają tu drgania panwi, drgania względne – drgania filmu olejowego, a drgania wzdłużne i skrętne – drgania czopa łożyska. Rysunek 6.39 przedstawia widma dla przypadku rezonansu wgłębnego a rys. 6.40 widma po jego przejściu. Rysunek 6.41 to przypadek gwałtownej propagacji drgań powyżej $W_P = 0,5$ oznaczający w istocie silną niestabilność całego układu.

Warto zauważyć, że w widmie drgań dla przypadku bazowego występuje składowa typu 2X (w tym przypadku 100 Hz), mimo że w układzie nie ma pęknięć. Jest to spowodowane wymuszeniem magnetycznym w generatorze o częstości właśnie 2X. Fakt ten niewątpliwie utrudnia interpretację wyników dla przypadków z obecnością pęknięć, ponieważ składowa 2X jest na ogół charakterystycznym wyróżnikiem takiego stanu (poza przypadkami, które omówiliśmy analizując trójpodporowy wirnik laboratoryjny na początku tego rozdziału).

Jak widać, widma drgań amplitudowych, nawet w przypadku silnie oddziaływującego na układ pęknięcia, są dość słabym wyróżnikiem diagnostycznym takiego stanu. Składowa typu 2X dla drgań poprzecznych i 1X dla drgań wzdłużnych i skrętnych jest mało zależna od głębokości pęknięcia. Bardziej wyraziste zmiany można zaobserwować w przypadku widm fazowych i widm amplitudowych dla drgań skrętnych. Dopiero znaczne wartości współczynnika W_p (powyżej 0,5 – rys. 6.41) drastycznie zmieniają sytuację. Tak duże pęknięcie spowodowało już silną niestabilność całego układu znamienną składową 1/3 X w widmie drgań. Składowa ta całkowicie zdominowała strukturę widma w przypadku drgań poprzecznych, co oznacza, że charakterystyczne symptomy właściwe dla obecności pęknięcia praktycznie zanikły.

6.5.2 Kaskady

Zjawiska dynamiczne występujące przy zmianach prędkości obrotowych maszyny również mogą nieść ze sobą informacje diagnostyczne. Szczególnie istotnymi stanami w turbozespole energetycznym wydają się być rozruch oraz wybieg maszyny. Przyjmijmy więc, że chcemy wykonać obliczenia symulacyjne wybiegu turbozespołu dla stałego współczynnika głębokości pęknięcia $W_P = 0,3$ i różnych prędkości obrotowych wirnika z zakresu $1000 \div 3000$ obr/min (co 20 obr/min). Przyjmijmy też pęknięcie usytuowane w środku generatora (CR2) o wartości kąta $\alpha_p = 180$, co oznacza, zgodnie z wcześniejszymi rozważaniami, przypadek najmniej korzystny.

Ponieważ w czasie wybiegu rzeczywistej maszyny generator oraz dopływ pary są wyłączone, przyjmijmy brak wymuszeń aerodynamicznych w turbinie oraz

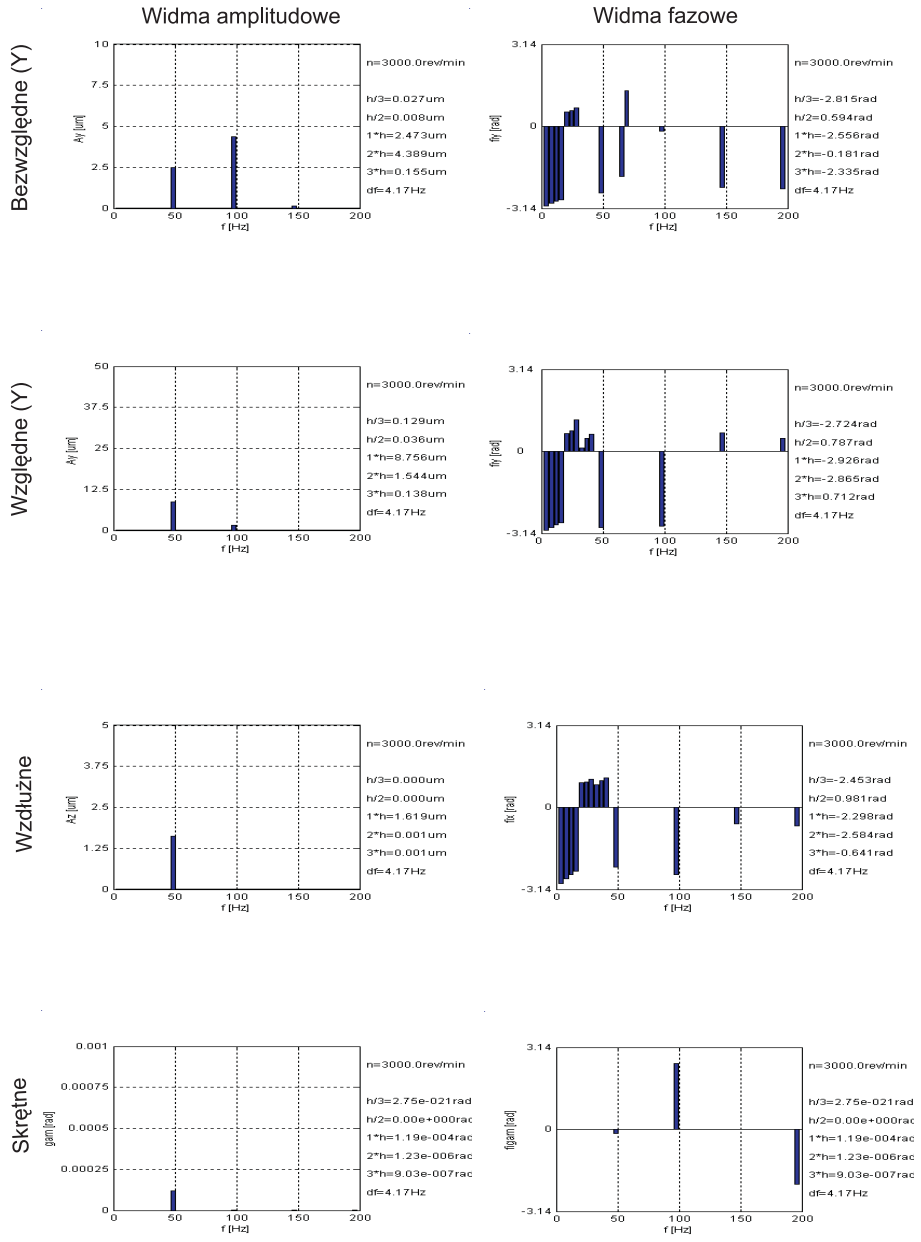
elektromagnetycznych w generatorze. Jedynym zatem wymuszeniem jest niewyważenie resztkowe wirnika. Oznacza to, że dla znamionowej prędkości obrotowej wirnika $n = 3000$ obr/min obliczone widma nie będą odpowiadać dotychczasowemu przypadkowi referencyjnemu (bazowemu). Pozostańmy jednak przy tym określeniu, rozumiejąc teraz nie tylko brak pęknięć, ale również wymuszeń aerodynamicznych i magnetycznych. Prędkość obrotowa przyjmowana do obliczeń konkretnego przypadku była stała, co jest uzasadnione stosunkowo długim okresem rozbiegu i wybiegu maszyny. W równaniach ruchu pominięty został zatem człon $d\omega/dt$.

W ten sposób otrzymano 101 przypadków. Celem automatyzacji obliczeń przeprowadzono je na 256-procesorowym klasterze znajdującym się w Centrum Informatycznym Trójmiejskiej Akademickiej Sieci Komputerowej w Gdańsku.

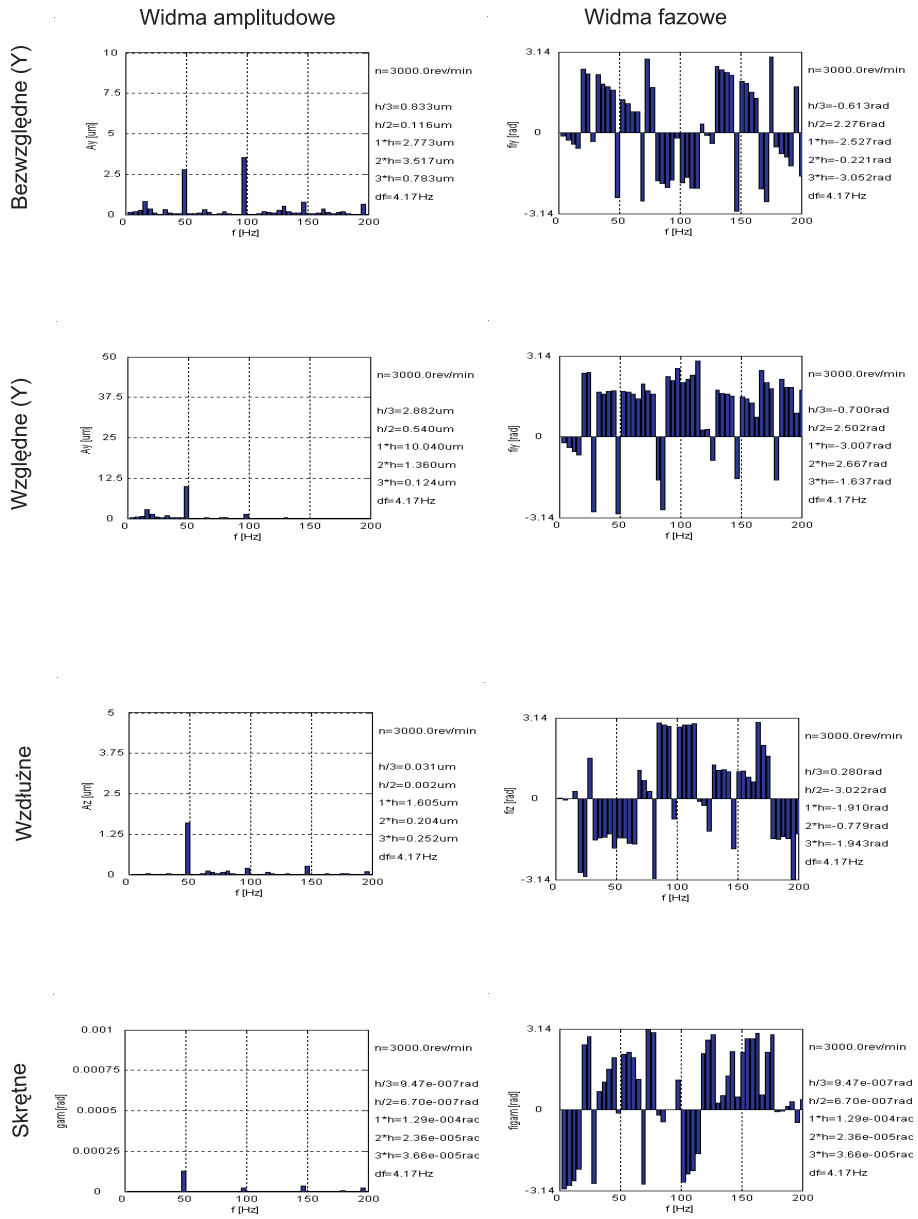
Wyniki obliczeń dynamicznych ze zmienną prędkością obrotową wygodnie jest prezentować w formie tzw. trójwymiarowych wykresów kaskadowych. Przykłady takich wykresów zamieszczamy poniżej. Są to wykresy kaskadowe obliczone dla poprzecznych drgań bezwzględnych i względnych łożyska nr 6 (rys. 6.42 i 6.43) oraz drgań wzdłużnych i skrętnych dla łożysk nr 1 i 6 (rys. 6.44).

Analizując te wykresy warto zauważyć istnienie w kaskadach w przedziale prędkości obrotowej 1800-2400 obr/min silnych linii subharmonicznych zbliżonych do 0,5 X i kolejne echa tych linii typu $1^1/_2$X, $2^1/_2$X itp. Porównując te wyniki z przypadkiem referencyjnym, stwierdzamy, że są one wywołane obecnością pęknięcia o głębokości powodującej wspomniany już rezonans wgłębny. Cały układ został wprowadzony w stan przejściowej niestabilności, czego wyrazem są linie subharmoniczne w kaskadach drgań. Po raz kolejny zatem spotykamy się z sytuacją, w której trudno jest rozróżnić symptomy właściwe dla danego defektu, w tym wypadku pęknięcia (a więc np. linie typu 2X), ponieważ defekt ten zdążył już wywołać niestabilność całego układu, a ta znamienna jest innymi symptomami (np. 0,5 X).

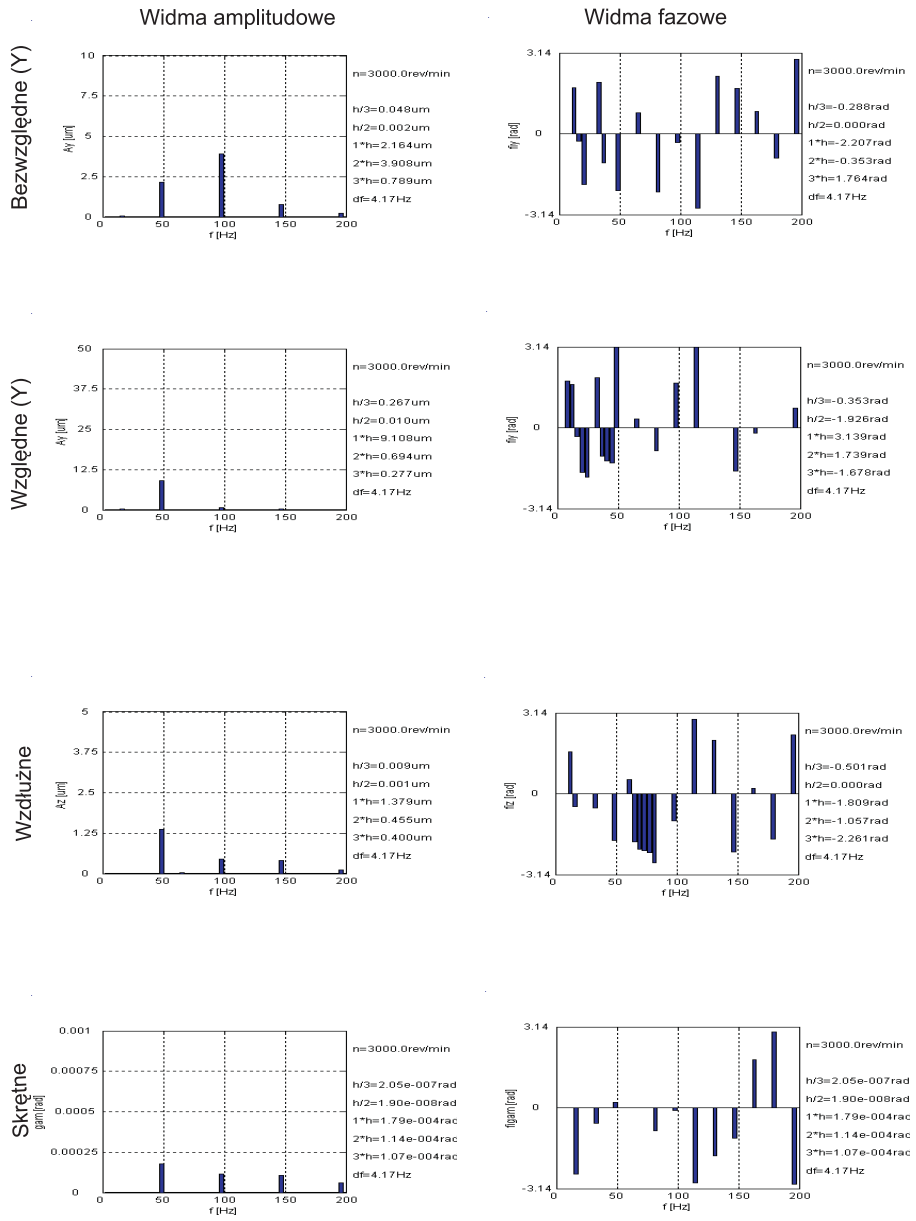
Podsumowując nasze rozważania musimy stwierdzić, że wpływ pęknięcia na stan dynamiczny dużej maszyny energetycznej jest niejednoznaczny. Zależy on istotnie nie tylko od głębokości pęknięcia, ale też od położenia pęknięcia wzdłuż linii wirników i co gorsza od jego obwodowego usytuowania względem znacznika fazy. Ponadto wpływ ten jest silnie uzależniony od wielkości ugięć kinetostatycznych wirnika w miejscu pęknięcia. W efekcie niezwykle trudno jest przewidzieć typowe symptomy właściwe dla pracy maszyny z pękniętym wirnikiem, ponieważ prawie nic nie możemy założyć *a priori*. Nie wiemy w jakim miejscu wirnika pęknięcie powstanie ani tym bardziej jak będzie ono usytuowane w stosunku do znacznika fazy w kierunku obwodowym. Obecność w układzie składowych typu 2X wywołanych siłami magnetycznymi w generatorze dodatkowo komplikuje sytuację. Istnienie pęknięcia w układzie, przy tak dużych masach wirujących, nie jest też w stanie wywołać dużych sprzężonych form drgań łatwiejszych do analizy. Tak więc duży obiekt energetyczny długo jeszcze będzie sprawiał kłopoty z punktu widzenia predykcji i diagnostyki tak groźnych defektów jakimi są pęknięcia wałów.



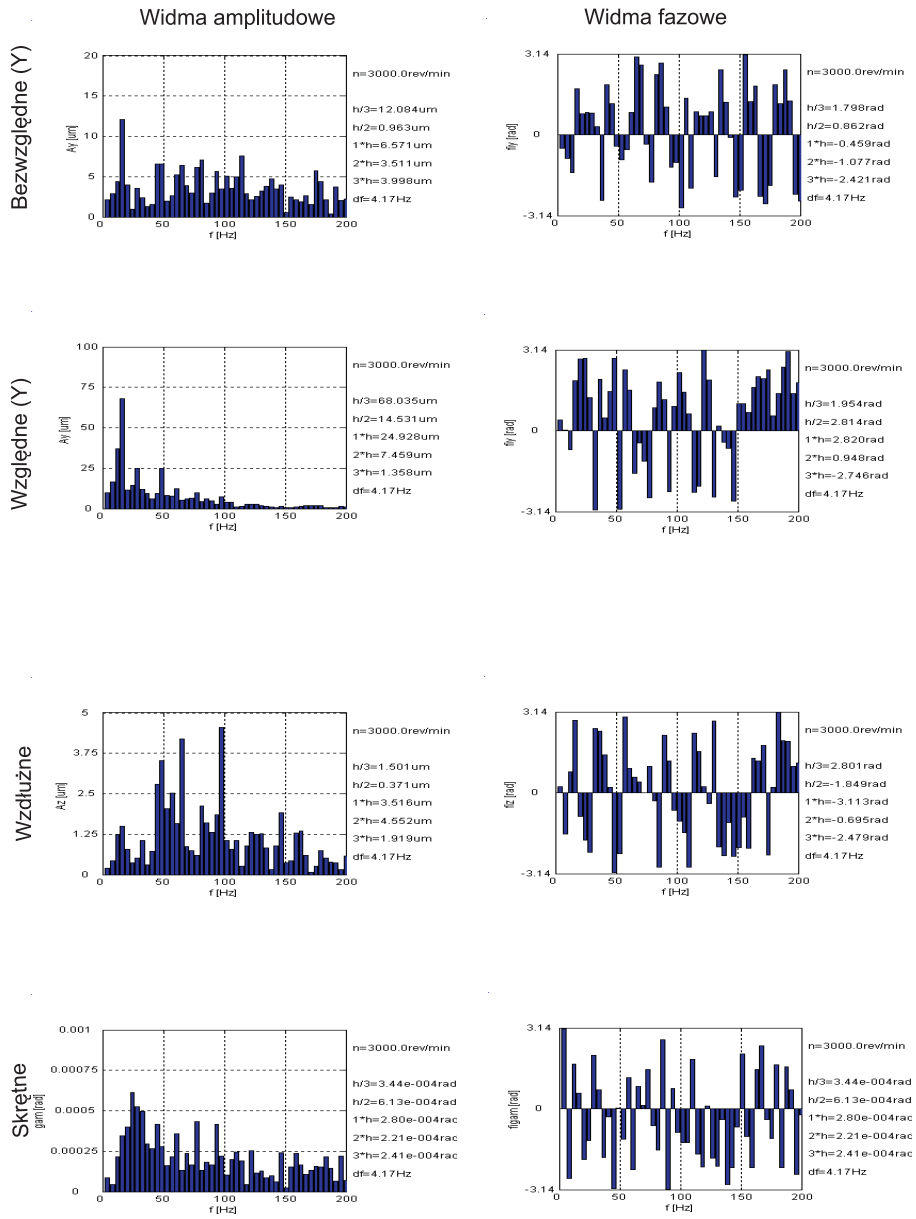
Rys. 6.38. Widma drgań obliczone dla przypadku referencyjnego (bez pęknięć) dla węzła łożyskowego nr 6 [6.26, 6.27, 6.28]



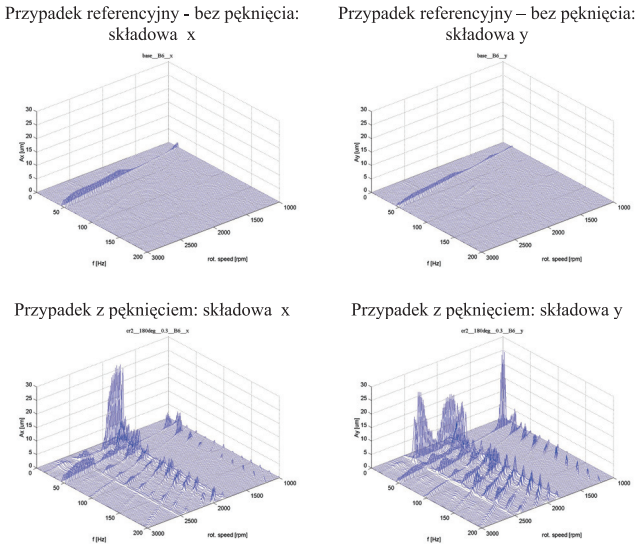
*Rys. 6.39. Widma drgań – **Pęknięcie 2** (CR2), $\alpha_p = 180^{\circ}$, $W_p = 0,2$. Węzeł łożyskowy nr 6 [6.26, 6.27, 6.28]*



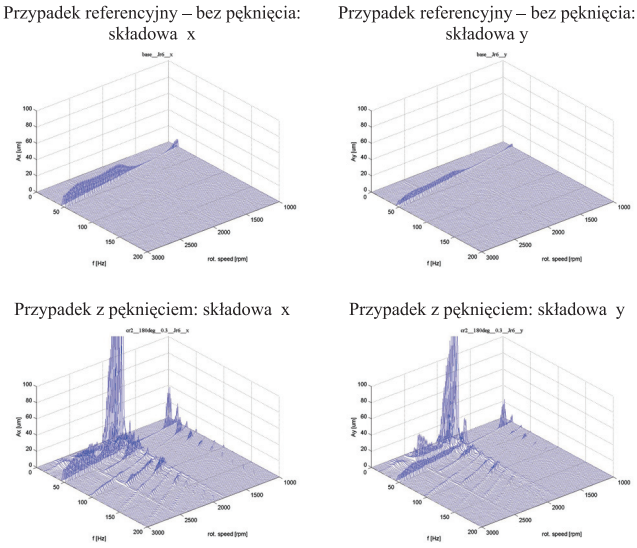
*Rys. 6.40. Widma drgań – **Pęknięcie 2** (CR2), $\alpha_p = 180^o$, $W_p = 0,35$. Węzeł łożyskowy nr 6 [6.26, 6.27, 6.28]*



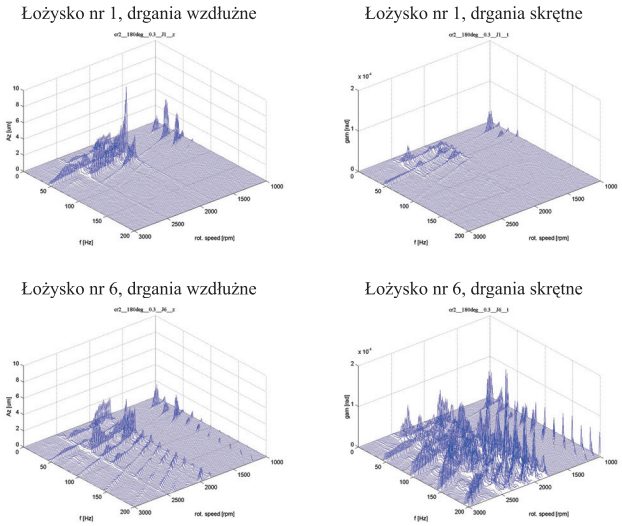
*Rys. 6.41. Widma drgań – **Pęknięcie 2** (CR2), $\alpha_p = 180^o$, $W_p = 0,65$. Węzeł łożyskowy nr 6 [6.26, 6.27, 6.28]*



*Rys. 6.42. Wykresy kaskadowe poprzecznych drgań bezwzględnych w łożysku nr 6 przy „wybiegu" maszyny (**Pęknięcie 2**, $\alpha_p = 180^{\circ}$, $W_p = 0,3$) [6.26, 6.27, 6.28]*



*Rys. 6.43. Wykresy kaskadowe poprzecznych drgań względnych w łożysku nr 6 przy „wybiegu" maszyny (**Pęknięcie 2**, $\alpha_p = 180^{\circ}$, $W_p = 0,3$) [6.26, 6.27, 6.28]*



*Rys. 6.44. Wykresy kaskadowe poprzecznych drgań wzdłużnych i skrętnych w wybranych węzłach łożyskowych przy „wybiegu" maszyny (**Pęknięcie 2**, $\alpha_p = 180^o$, $W_p = 0,3$) [6.26, 6.27, 6.28]*

Bibliografia do rozdziału 6

[6.1] Dan Guo, Fu-Lei Chu, Yong-yong He: *Vibration analysis of rotor with transverse surface cracks*, Proceedings of ASME Turbo Expo 2003, June 16-19, 2003, Atlanta, USA, GT2003-38041.

[6.2] Green Itzhak, Casey Cody: *Crack detection in rotor dynamic system by vibration monitoring*, Proc. of ASME Turbo Expo 2003, June 16-19, 2003, Atlanta, USA, GT2003-38659.

[6.3] Santos Ilmar F., Nicoletti Rodrigo, Scalabrin A.: *Feasibility of applying active lubrication to reduce vibration in industrial compressors*, Proc. of ASME Turbo Expo 2003, June 16-19, 2003, Atlanta, USA, GT2003-38225.

[6.4] Gomez-Mancilla J., Nosov V.R., Garcia-Illescas R: *Detection of steady crack growth on rotating shafts*, ISCORMA-2, Gdansk, 4-8 August 2003.

[6.5] Sawicki J. T., Bently D. E., Wu Xi, Baaklini G. Y., Friswell M. I.: *Dynamic behavior of cracked flexible rotor subjected to constant driving torque*, ISCORMA-2, Gdansk, 4-8 August 2003.

[6.6] Bachschmid N., Tanzi, E. *Non-linear effects in cracked rotors*, IFToMM Conf., Sydney 2002.

[6.7] Bachschmid N., Pennacchi P., Tanzi E., Verrier P., Hasnaoui F., Aabadi K.: *Crack detectability in vertical axis cooling pumps during operation*, IFToMM Conf., Sydney 2002.

[6.8] Yang J.D., Zheng T.S., Zhang W., Yuan H.Q., Wen B.C.: *The complicated response of a simple rotor with a fatigue crack*, IFToMM Conf., Sydney 2002.

[6.9] Garcia-Illescas R., Gomez-Mancilla J.: *Vibration analysis in the characterization of the dynamic behavior of cracked rotating shafts*, IFToMM Conf., Sydney, 2002.

[6.10] Subbiah R., Montgomery J., Banks R.L.: *Studies on rotor cracks due to bending and torsional effects*, IFToMM Conf., Sydney, 2002.

[6.11] Darpe A. K., Chawla A., Gupta K.: *Analysis of the response of a cracked Jeffcott rotor to axial excitation*, J. of Sound and Vibration, 2002, **249**, 429-445.

[6.12] Papadopoulos C. A., Dimarogonas A. D.: *Coupled longitudinal and bending vibrations of a rotating shaft with an open crack*, J. of Sound and Vibration, 1987, **117**, 81-93.

[6.13] Muszynska A., Goldman P., Bently D. E.: *Torsional/lateral vibration cross-coupled responses due to shaft anisotropy: a new tool in shaft crack detection*, ImechE, 1992, C432/090, 257-262.

[6.14] Suh M.–W., Shim M.–B., Kim M.–Y., *Crack identification using hybrid neuro- genetic technique*, J. of Sound and Vibration (2000) **238**(4), 617-635.

[6.15] Nandi A., Neogy S.: *Dynamic response of cracked beams and beams with an imperfect support*, Proc. of VETOMAC-1 Conf., Bangalore, INDIA, 2000.

[6.16] Ostachowicz W., Krawczuk M.: *Coupled torsional and bending vibrations of a rotor with an open crack*, Ingenieur-Archiv, 1992, 62, 191-201.

[6.17] Knott J. F., *Fundamentals of Fracture Mechanics*, Butterworths, London, 1973.

[6.18] Kiciński J., Drozdowski R., Materny P.: *The nonlinear analysis of the effect of support construction properties on the dynamic properties of multi-support rotor systems*, J. of Sound & Vibration (1997) **206**(4), 523-539.

[6.19] Kiciński J., Drozdowski R.,. Materny P.: *Nonlinear model of vibrations in a rotor – bearings system*, J. of Vibration & Control, Vol. 4, n. 5, 1998, 519-540.

[6.20] Kiciński J., Markiewicz–Kicińska A.: *Coupled nonlinear vibrations in multi-support rotors founded on slide bearing*, Proc. of VETOMAC-1 Conf., Bangalore, INDIA, 2000, pos. CP 047.

[6.21] Kiciński J., Cholewa W.: *Diagnostic system DT200-1 for large power (200 MW) turbosets*, 1998, IFFM Proc., Gdansk, Poland.

[6.22] Walczyk Z., Kiciński J.: *Dynamics of Turbosets*, Technical University of Gdansk Publishers, Gdansk, 2001, (in Polish).

[6.23] Kiciński J., *Theory and Investigations of Hydrodynamic J. Bearings*, Ossolineum Publishers, Wrocław-Warszawa-Kraków, 1994, (in Polish).

[6.24] Kiciński J., *Coupled Non-Linear Vibrations in 200 MW Turbosets*, IFToMM Sixth Inter. Conf. on Rotor Dynamics Proc., Vol. 1/2002, 520-530.

[6.25] Kiciński J., Markiewicz-Kicińska A.: *Coupled Non-Linear Vibrations in Multi- Supported Rotors Founded on Slide Bearings*, Advances in Vibration Engineering, Vol. 1, No 2, The Scientific J. of the Vibration Institute of India, 141-152.

[6.26] *Modelowanie i diagnostyka oddziaływań mechanicznych, aerodynamicznych i magnetycznych w turbozespołach energetycznych*, praca zbiorowa pod redakcją Jana Kicińskiego, PAN Wydział IV Nauk Technicznych, Wydawnictwa IMP PAN, Gdańsk 2005, str. 1326.

[6.27] Banaszek S.: *Drgania węzłów łożyskowych dużej maszyny wirnikowej z pękniętym wirnikiem*, Tribologia, nr 4/2004 (196), 15÷23.

[6.28] Banaszek S.: *Obliczenia pęknięć wirnika turbozespołu 13K215*, oprac. IMP PAN, Gdańsk, 2004.

ROZDZIAŁ 7

ROZOSIOWANIA LINII WIRNIKÓW

- **PRZEMIESZCZENIA PODPÓR ŁOŻYSKOWYCH**
- **MAPY AKCEPTOWALNYCH PRZEMIESZCZEŃ ŚRODKÓW PANWI**
- **NIERÓWNOLEGŁOŚCI OSI PANWI W STOSUNKU DO OSI CZOPA („PRZEKOSZENIA" PANWI)**

Przemieszczenia podpór łożyskowych spowodowane zmianami warunków pracy lub montażu oraz nierównoległości osi panwi do osi czopów są w praktyce eksploatacyjnej dużych obiektów energetycznych nie do uniknięcia. Badania, których celem jest ocena wrażliwości przyjętego obiektu na tego typu defekty są zatem niezmiernie ważne. Przedmiotem badań był turbozespół 13K215 opisany wcześniej w rozdziale 3 i dostrojony do niego model przedstawiony jako przypadek bazowy/referencyjny w rozdziale 3.3.3. Przeprowadzona została dla tego przypadku seria obliczeń symulacyjnych, w których zamodelowane zostały defekty w postaci przemieszczeń poziomych i pionowych środków panwi. Wielkość tych przemieszczeń ograniczona została przyjętymi kryteriami przeciążeniowymi łożysk i drganiowymi. Powstały w ten sposób tzw. mapy akceptowalnych przemieszczeń panwi. Okazało się, że mapy te dla poszczególnych łożysk są silnie asymetryczne w płaszczyźnie pionowej, co wskazuje na wzajemne obciążanie się łożysk przy ich przemieszczeniach i tym samym na niezbyt optymalny kształt eksploatacyjnej linii wirników. Ponadto, przyjęte zgodnie z zaleceniami norm ISO kryterium drganiowe, nie zawsze może być miarodajnym kryterium oceny stanu dynamicznego obiektu. Wskazane zostały bowiem przypadki, kiedy mimo formalnego spełnienia tego kryterium układ pracował w warunkach umożliwiających rozwój wirów i bicia olejowego a nawet silnej niestabilności. Fakt ten może stanowić przyczynek do dyskusji o kryteriach oceny stanu dynamicznego dużych obiektów energetycznych.

Z kolei badania wpływu nierównoległości osi panwi do osi czopa czyli tzw. „przekoszenia" panwi ujawniły dość dużą odporność dynamiczną przyjętego układu na tego rodzaju defekt. Przekoszenie jednej z panwi powoduje na ogół zmniejszenie amplitudy drgań węzłów łożyskowych i słabo się przenosi na pozostałe łożyska, co jest oczywiście korzystne z punktu widzenia eksploatacji obiektu. Pozostaje tu jednakże kwestia niebezpieczeństwa zatarcia krawędziowego łożyska i nadmiernego wzrostu temperatury.

7.1 Uwagi wstępne. Obiekt badań

W niniejszym rozdziale zajmiemy się oceną wpływu rozosiowania linii wałów dużej maszyny energetycznej na jej stan dynamiczny. Pod pojęciem „rozosiowania" rozumieć tu będziemy przemieszczenia montażowe i eksploatacyjne podpór łożyskowych w stosunku do linii geodezyjnej obiektu, a także nierównoległości osi panwi w stosunku do osi czopów łożyskowych (tzw. „przekoszenia" panwi). Tego typu rozosiowania występują bardzo często w praktyce, zwłaszcza w przypadku maszyn wielopodporowych.

Przyjmijmy do badań dużą maszynę energetyczną opisaną już w rozdziale 3 (rys. 3.3 i rys. 3.4). Jest to turbozespół 13K215 o mocy 200 MW. Podstawowe dane geometryczne tej maszyny przedstawione zostały w rozdziale 3.3.2.1. Przyjmijmy też, że mamy do czynienia z przypadkiem referencyjnym (bazowym) przedstawionym w rozdziale 3.3.3. Oznacza to, że model obiektu został dostrojony do wzorcowych danych eksploatacyjnych pomierzonych na obiekcie rzeczywistym. Wynik tego dostrojenia przedstawiają rys. 3.53 i rys. 3.54.

Podobnie jak w przypadku oceny wpływu pęknięć wału (rozdział 6) warto, przed przystąpieniem do właściwych badań związanych z wpływem rozosiowań, przytoczyć raz jeszcze wyniki obliczeń uwidaczniające skalę i wzajemne proporcje deformacji kinetostatycznych, grawitacyjnych i dynamicznych tak dużego obiektu. Wyniki te przedstawione zostały w rozdziale 6 na rys. 6.21 do rys. 6.25. Jak widać z rys. 6.21 różnica w przemieszczeniach podpór łożyskowych pomiędzy łożyskiem nr 2 i 7 wynosi ok. 18,5 mm (pomierzona eksperymentalnie wielkość przemieszczeń termicznych i montażowych, czyli eksploatacyjnych dla konkretnego obiektu i określonych warunków pracy). Odkształcenia grawitacyjne linii wirników są w tej skali prawie niewidoczne. Rysunek 6.22 przedstawia z kolei same ugięcia grawitacyjne (kinetostatyczne) linii wirników z pominięciem przemieszczeń podpór (sprowadzone one zostały do wartości zerowej, czyli do położenia linii geodezyjnej). Najbardziej odkształca się generator (o wartość równą ok. 0.5 mm). Na rys. 6.23 zestawiono w tej samej skali trajektorie przemieszczeń dynamicznych wywołane siłami zewnętrznymi właściwymi dla przypadku referencyjnego (bazowego – rozdział 3.3.3) z odkształceniami grawitacyjnymi linii wirników. Rysunek ten uwidacznia, że dla przypadku normalnej pracy układu przemieszczenia dynamiczne są zdecydowanie mniejsze od kinetostatycznych (grawitacyjnych), nie mówiąc już o przemieszczeniach podpór. Aby wyraźniej pokazać trajektorie przemieszczeń dynamicznych z rys. 6.23 zostały one 300-krotnie powiększone w stosunku do skali przemieszczeń kinetostatycznych wirnika. Efekt takiego zabiegu przedstawia rys. 6.25 (powtórzenie rys. 3.56).

Opracowany model teoretyczny zakłada również możliwość analizy układu z elementami rozosiowanymi, w postaci np. uskoków osiowych czy przechyleń kątowych na sprzęgłach linii wirników (rozdział 2). Zakładając jednak realne wielkości tego typu rozosiowań, po serii obliczeń wstępnych, okazało się, że ich wpływ na pracę tak dużego obiektu energetycznego jest niewielki. W dalszych rozważaniach zajmiemy się zatem wyłącznie rozosiowaniami rozumianymi jako przemieszczenia poziome i pionowe podpór i panwi łożyskowych w stosunku do linii geodezyjnej

wirnika oraz rozosiowaniami rozumianymi jako nierównoległości osi panwi do osi czopów.

System MESWIR stwarza możliwość modelowania tak rozumianych rozosiowań. Możliwa bowiem jest następująca procedura: dla zadanych wartości AMONT (w kierunku poziomym x) i BMONT (w kierunku pionowym y) w modułach łożyskowych programów serii KINWIR obliczamy kinetostatyczne reakcje w miejscach podparć wirnika i kształt rozosiowanej linii wirników. Tak wyznaczone wartości wprowadzamy następnie do programów serii NLDW lub DYNWIR, celem realizacji obliczeń dynamicznych. W efekcie kształt linii wirników w określonej chwili t jest sumą deformacji kinetostatycznych (niezależnych od czasu) i deformacji dynamicznych (zależnych od czasu i reakcji kinetostatycznych w podporach).

Z kolei modelowanie rozosiowań typu „przekoszenia" panwi umożliwiają moduły łożyskowe programu KINWIR (patrz rozdział 2 i 3).

Szczegółowy opis wszystkich parametrów umożliwiających realizację opisanej wyżej procedury modelowania rozosiowań (w odniesieniu do programów KINWIR i DYNWIR) zamieszczony został na dołączonym do niniejszej monografii dysku CD oraz częściowo w rozdziale 3.5.

Przedstawimy w tym rozdziale wybrane fragmenty badań przedstawione w obszernej monografii [7.1] oraz w pracach [7.2], [7.3]-[7.5], [7.6]-[7.8]. Pełny materiał źródłowy oraz pliki umożliwiające samodzielną budowę relacji diagnostycznych opartych na omawianych tu defektach i dotyczących turbozespołu 13K215 znajdzie Czytelnik na stronie internetowej www.pbz-k015.imp.gda.pl.

7.2 Przemieszczenia podpór łożyskowych

Przedstawiony na rys. 6.21 kształt linii wirników łączący środki podpór łożyskowych odnosi się do konkretnego obiektu i określonych, nominalnych warunków pracy. Turbozespół 13K215 stanowi zespół czterokadłubowy, którego wirniki podparte są w siedmiu łożyskach ślizgowych – rys. 7.1. Cztery odcinki wałów połączone są trzema sprzęgłami. Zwraca uwagę rozmieszczenie dwóch par łożysk: łożysk nr 3 i nr 4 między częściami SP i NP turbiny oraz łożysk nr 5 i nr 6 między kadłubem NP turbiny i generatorem. Dwa łożyska każdej z tych par są położone blisko siebie, umieszczone w jednym korpusie i podparte na wspólnym stojaku, co będzie miało znaczenie dla interpretacji rezultatów badań. Pozostałe łożyska, nr 1, 2 i 7 są oddalone od siebie i innych łożysk i podparte w indywidualnych stojakach.

Przy zmianach obciążenia turbiny lub też po dłuższych przerwach w pracy, zmieniają się też obciążenia cieplne i tym samym dylatacje sprężyste i termiczne całej konstrukcji podpierającej. Oznacza to, że eksploatacyjne przemieszczenia podpór są w praktyce nie do uniknięcia. Pozostaje teraz pytanie, jak duże przemieszczenia są do zaakceptowania z punktu widzenia dynamiki obiektu i przeciążenia łożysk.

Najogólniejszym kryterium służącym do kwalifikacji stanu całego turbozespołu jako dopuszczalnego (patrz rozdział 4) jest jednoczesne spełnienie następujących warunków (dla wszystkich siedmiu łożysk turbozespołu):

- dopuszczalne drgania względne czop – panew określone przez amplitudy przemieszczeń p-p w kierunkach odchylonych o 45 stopni od pionu:

  $s < s_{xgr} = s_{ygr} = 165\mu$m;
- dopuszczalne drgania bezwzględne łożysk określone przez prędkości drgań (średnie kwadratowe w kierunku poziomym i pionowym):

  $v_{RMS} < v_{RMSxgr} = v_{RMSygr} = 7,5$ mm/s;
- dopuszczalne obciążenia łożysk wyrażone przez średnie ciśnienia na powierzchni panwi:

  $p < p_{dop} = 2$ MPa.

Drganiowe wartości graniczne przyjęto na podstawie norm ISO: dla przemieszczeń drgań względnych według ISO 7919-2, a dla prędkości drgań bezwzględnych RMS – według ISO 10816-2. Wartości te odpowiadają stanowi ostrzegawczemu pracy maszyny. Ciśnienia graniczne na powierzchni panwi przyjęto wzorując się na stosowanych w przemyśle turbinowym wielkościach obliczeniowych przy konstrukcji dużych łożysk ślizgowych.

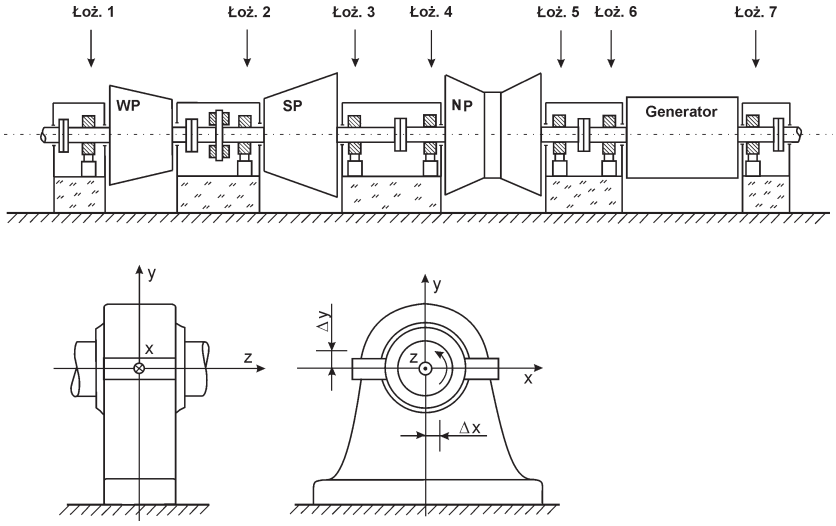
W dalszych rozważaniach zastosujemy algorytm obliczeniowy dający w wyniku obszary akceptowalnych przesunięć łożysk ze względu na dwa kryteria:

- kryterium dopuszczalnych drgań względnych i bezwzględnych łożysk (kryterium drganiowe), które oznaczymy jako Du, Dv (dla składowych u, v – rys. 7.1);
- kryterium dopuszczalnych obciążeń łożysk (kryterium przeciążeniowe); które oznaczymy jako Qx, Qy (dla składowych x, y – rys. 7.1).

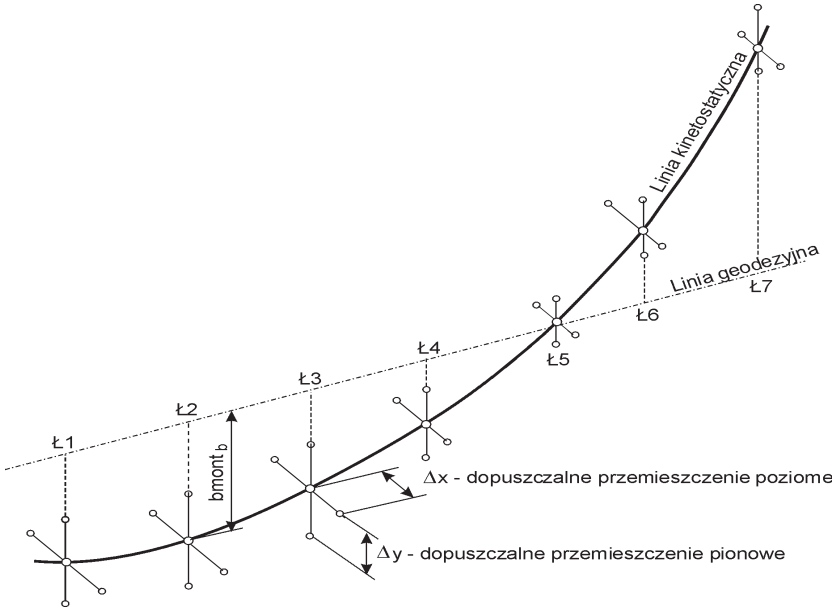
Dla tak sprecyzowanych kryteriów drganiowych D i przeciążeniowych Q możemy teraz przeprowadzić badania wrażliwości przyjętego obiektu na maksymalne (ale jeszcze dopuszczalne) przemieszczenia poziome i pionowe panwi łożyskowych (i tym samym podpór), tak jak to ilustruje rys. 7.2. Graniczne wielkości tych przemieszczeń Δx, Δy w stosunku do bazowej/referencyjnej linii przedstawionej na rys. 6.21, tworzyć będą charakterystyczne wykresy w formie tzw. „latawców", które określimy też mianem „map akceptowalnych przemieszczeń". Przy budowie tego rodzaju map przyjęta została dość oczywista zasada, że o maksymalnych wartościach przemieszczeń Δx, Δy dla konkretnego łożyska decydują przyjęte kryteria przeciążeniowe Q i drganiowe D zarówno w łożysku badanym jak i w łożyskach sąsiednich. Przyjęte kryteria obowiązują bowiem dla wszystkich węzłów łożyskowych przyjętego obiektu. Rysunek 7.2 uwidacznia, że ilość możliwych wzajemnych kombinacji przemieszczeń panwi łożyskowych jest bardzo duża. W najprostszym wariancie, który przyjmiemy do dalszej analizy, przemieszczamy w kierunku poziomym i pionowym kolejno tylko jedno łożysko, a wszystkie pozostałe zajmują pozycję bazową, czyli taką jak na rys. 6.21.

7.2.1 Mapy akceptowalnych przemieszczeń łożysk

Zakresy dopuszczalnych przemieszczeń łożysk, z uwagi na przyjęte kryteria, zostały przedstawione na rys. 7.3-7.5 w postaci tzw. map dopuszczalnych przemiesz-



Rys. 7.1. Schemat rozmieszczenia łożysk turbozespołu 13K215 i ich orientacja w przyjętym układzie współrzędnych [7.1],[7.3]-[7.5]



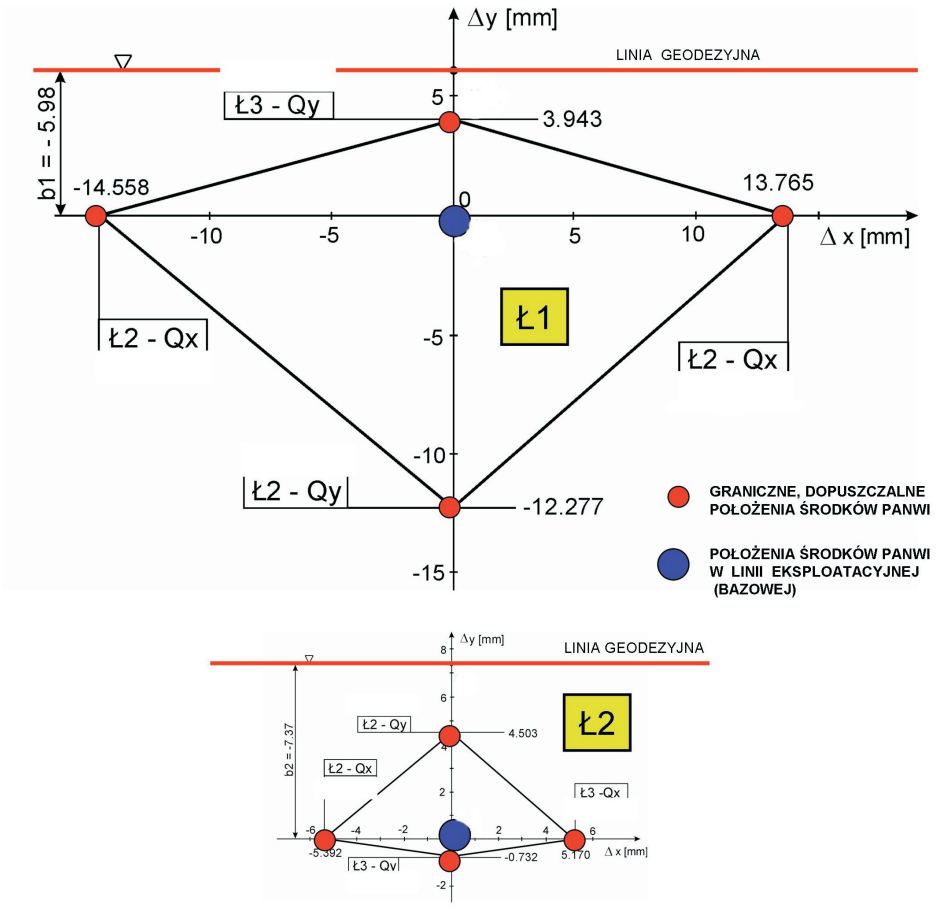
Rys. 7.2. Schemat eksploatacyjnej linii wałów oraz idea przemieszczeń łożysk turbozespołu w stosunku do linii geodezyjnej zerowej [7.1],[7.3]-[7.5]

czeń łożysk. Na osiach współrzędnych wyznaczających kierunki przemieszczeń zaznaczono punkty odpowiadające maksymalnym dopuszczalnym przemieszczeniom łożysk w czterech kierunkach oraz wartości maksymalnych przemieszczeń. Przy każdym z punktów, w ramkach podano numer łożyska (np. *Ł4*), w którym zostały przekroczone graniczne wartości drgań (D) lub obciążeń (Q) i kierunki drgań lub obciążeń (x, y, u lub v). Należy zauważyć, że przekroczenie wartości dopuszczalnych niekoniecznie następuje w łożysku przemieszczanym. Punkty skrajne na czterech osiach połączono liniami w celu uplastycznienia wykresów. Powstałe w ten sposób obszary, przypominające „latawce" nie zamykają rzeczywistych dopuszczalnych przemieszczeń łożysk. Możliwe są bowiem jednoczesne przemieszczenia łożysk w obu kierunkach: w poziomie i w pionie, czyli kombinacja tych przemieszczeń w dwóch kierunkach. Można się spodziewać, że tak rozumiany obszar dopuszczalnych przemieszczeń jest zbliżony do elipsy przechodzącej przez cztery punkty graniczne położone na osiach. Należy jednak przypuszczać, że określony czterema liniami prostymi obszar jest minimalnym obszarem dopuszczalnych jednoczesnych przemieszczeń łożyska w dwóch kierunkach.

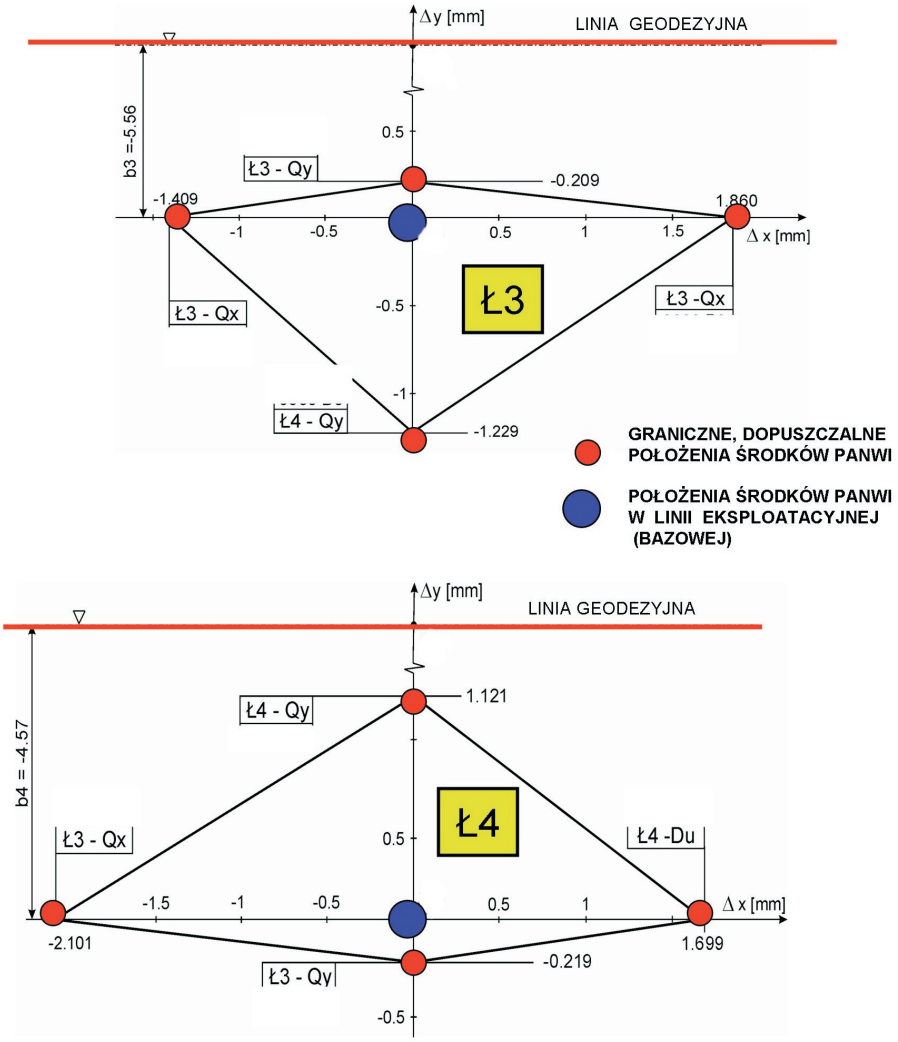
Z rys. 7.3-7.5 wynika, że zakresy poziomych przemieszczeń łożysk są prawie symetryczne względem położenia bazowego dla wszystkich łożysk. Symetria ta jest niemal zupełna w przypadku łożysk nr 1 i 2. Oczywiście zakres przemieszczeń dopuszczalnych łożyska nr 1 jest znacznie większy niż pozostałych łożysk, co wydaje się być zrozumiałe z uwagi na jego położenie (swobodny koniec maszyny – rys. 7.1). Warto zauważyć, że w przypadku przesunięcia poziomego (w prawo) łożyska nr 4 i nr 5 zadziałało kryterium drganiowe D – rys. 7.4, 7.5.

Inaczej przedstawia się sytuacja w przypadku przemieszczeń pionowych. Charakteryzują się one tym, że obszary przemieszczeń dopuszczalnych w ramach tego samego łożyska są silnie niesymetryczne względem położenia bazowego. Przemieszczenia w jedną stronę są od 2 do 6 razy większe niż w stronę przeciwną. Oznacza to, że łożyska te wzajemnie się obciążają. W każdym przypadku pionowych przemieszczeń łożysk granicę przemieszczeń wyznaczają dopuszczalne obciążenia łożysk, czyli kryterium przeciążeniowe Q, chociaż ulokowane niekoniecznie w łożysku badanym.

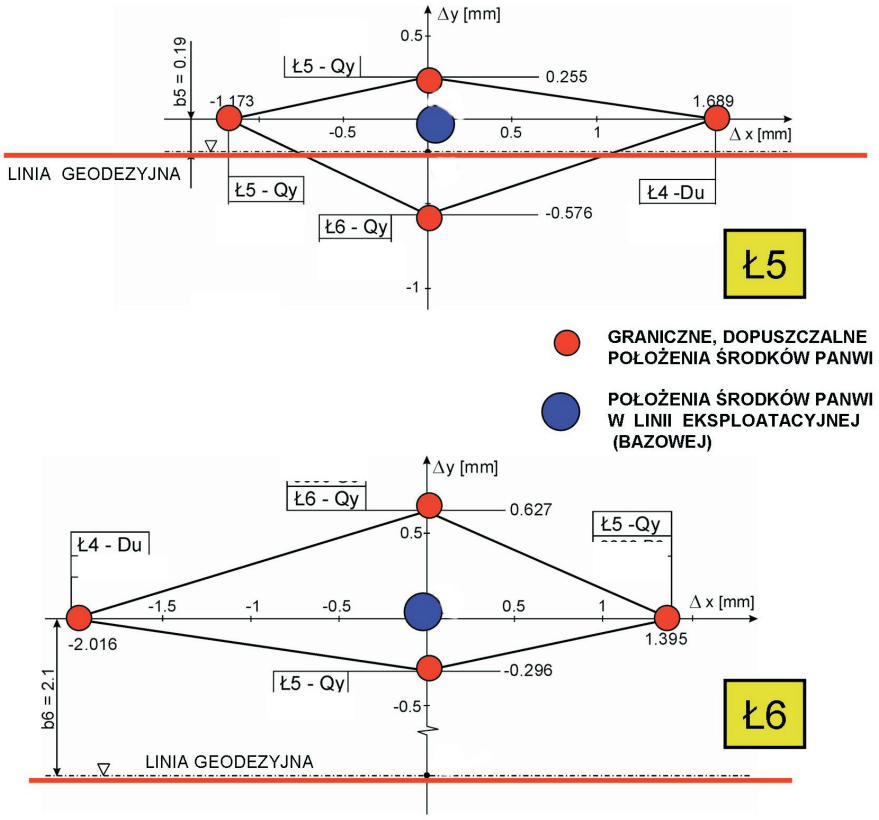
Fakt wzajemnego obciążania się łożysk świadczy o niezbyt korzystnym ich położeniu na eksploatacyjnej linii bazowej. Można bowiem wyobrazić sobie sytuację, w której drogą odpowiedniego montażu linii łańcuchowej i odpowiednich przewidywań co do dylatacji termicznych, przemieszczenia eksploatacyjne podpór zostaną tak dobrane, że efekt wzajemnego obciążania łożysk zostanie zminimalizowany. Przedstawiony wyżej algorytm obliczeń może być bardzo użyteczny przy tego rodzaju pracach optymalizacyjnych. Można go bowiem zaproponować jako metodę korekty linii wirnika w celu optymalizacji wstępnie wyznaczonej teoretycznej linii eksploatacyjnej. Symetryzacja akceptowalnych obszarów przemieszczeń łożysk zwiększyłaby odporność maszyny na eksploatacyjne bądź awaryjne zmiany położenia łożysk maszyn wielopodporowych.



Rys. 7.3. Mapy dopuszczalnych przemieszczeń środków panwi łożysk Ł1 i Ł2 turbozespołu 13K215 z uwagi na przyjęte kryteria przeciążeniowe Q i drganiowe D [7.1],[7.3]-[7.5]



Rys. 7.4. Mapy dopuszczalnych przemieszczeń środków panwi łożysk Ł3 i Ł4 turbozespołu 13K215 z uwagi na przyjęte kryteria przeciążeniowe Q i drganiowe D [7.1],[7.3]-[7.5]



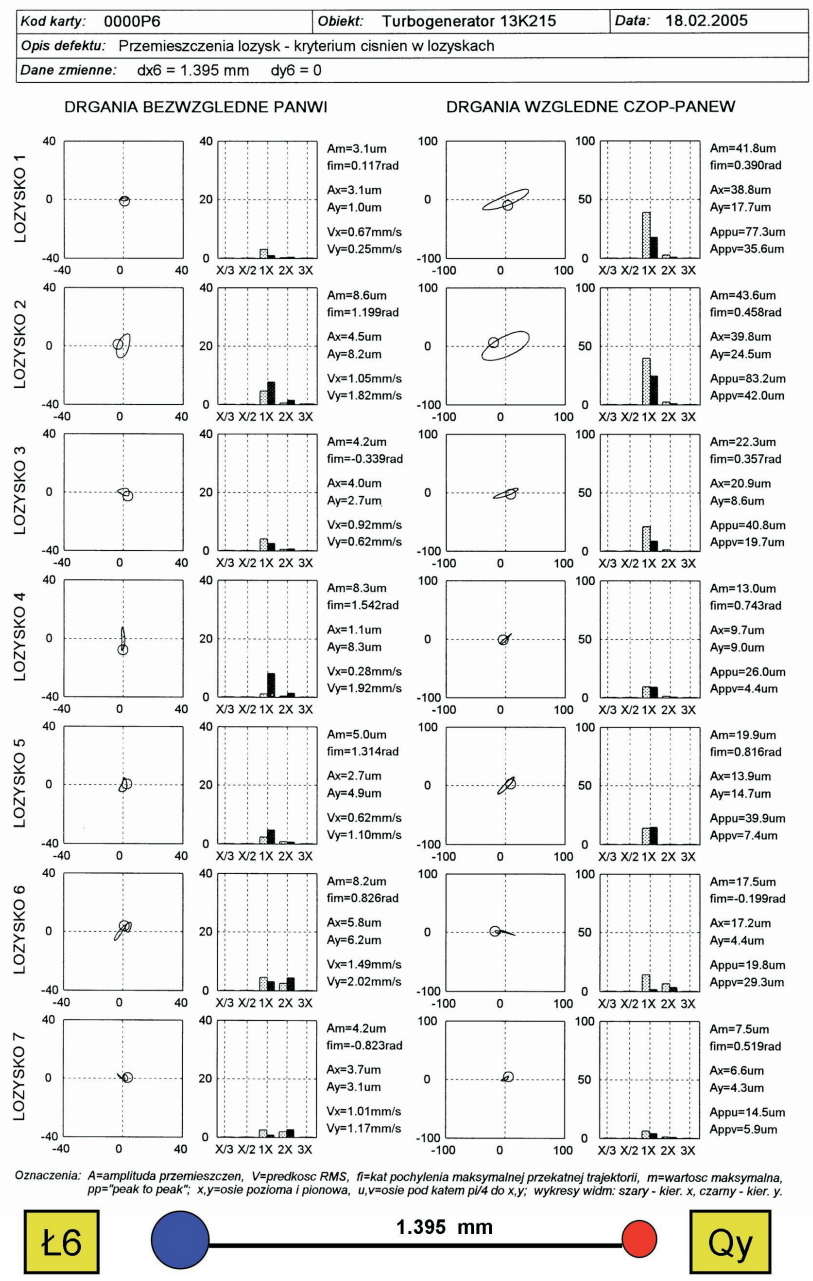
Rys. 7.5. Mapy dopuszczalnych przemieszczeń środków panwi łożysk Ł5 i Ł6 turbozespołu 13K215 z uwagi na przyjęte kryteria przeciążeniowe Q i drganiowe D [7.1],[7.3]-[7.5]

7.2.2 Karty diagnostyczne

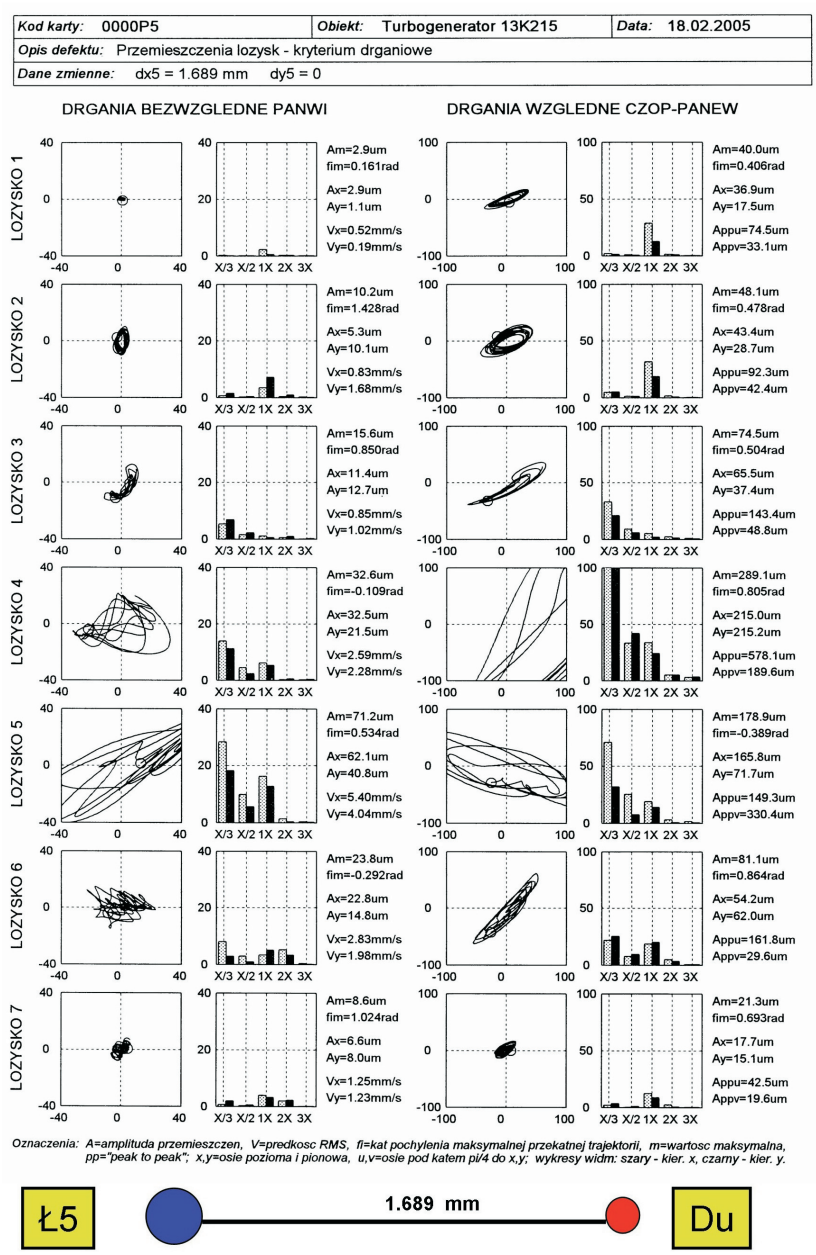
Przedstawione na rys. 7.3-7.5 mapy dopuszczalnych przemieszczeń środków panwi nie dostarczają pełnych informacji o stanie dynamicznym obiektu. Może bowiem zdarzyć się tak, że mimo formalnego spełnienia uprzednio zdefiniowanych kryteriów: przeciążeniowego Q i drganiowego D, układ pracuje w warunkach niestabilnych, np. w warunkach, w których rozpoczął się proces rozwoju wirów i bicia olejowego a nawet niestabilności całego systemu. Z tego punktu widzenia istotna staje się dyskusja kryterium drganiowego. Jak wynika z przedstawionych map tylko przemieszczenia poziome (w prawo) są w stanie spowodować zadziałanie kryterium drganiowego. Dla przemieszczeń pionowych zdecydowanie ostrzejszym okazało się kryterium przeciążeniowe Q. Przedstawimy zatem wybrane karty diagnostyczne tylko dla przemieszczeń poziomych. Wyniki obliczeń przedstawione zostały na rys. 7.6-7.8. Bazowa/referencyjna karta diagnostyczna, ułatwiająca ewentualne porównania, przedstawiona została w rozdziale 3.3.3 na rys. 3.54 (w analizie przemieszczeń zaszła konieczność doboru innej skali).

Jak wynika z tych rysunków przesunięcie łożyska nr 6 w prawo (rys. 7.6) i łożyska nr 3 w lewo (rys. 7.8) stabilizuje sytuację. Widma drgań są czyste, bez składowych subharmonicznych świadczących o niestabilności układu.

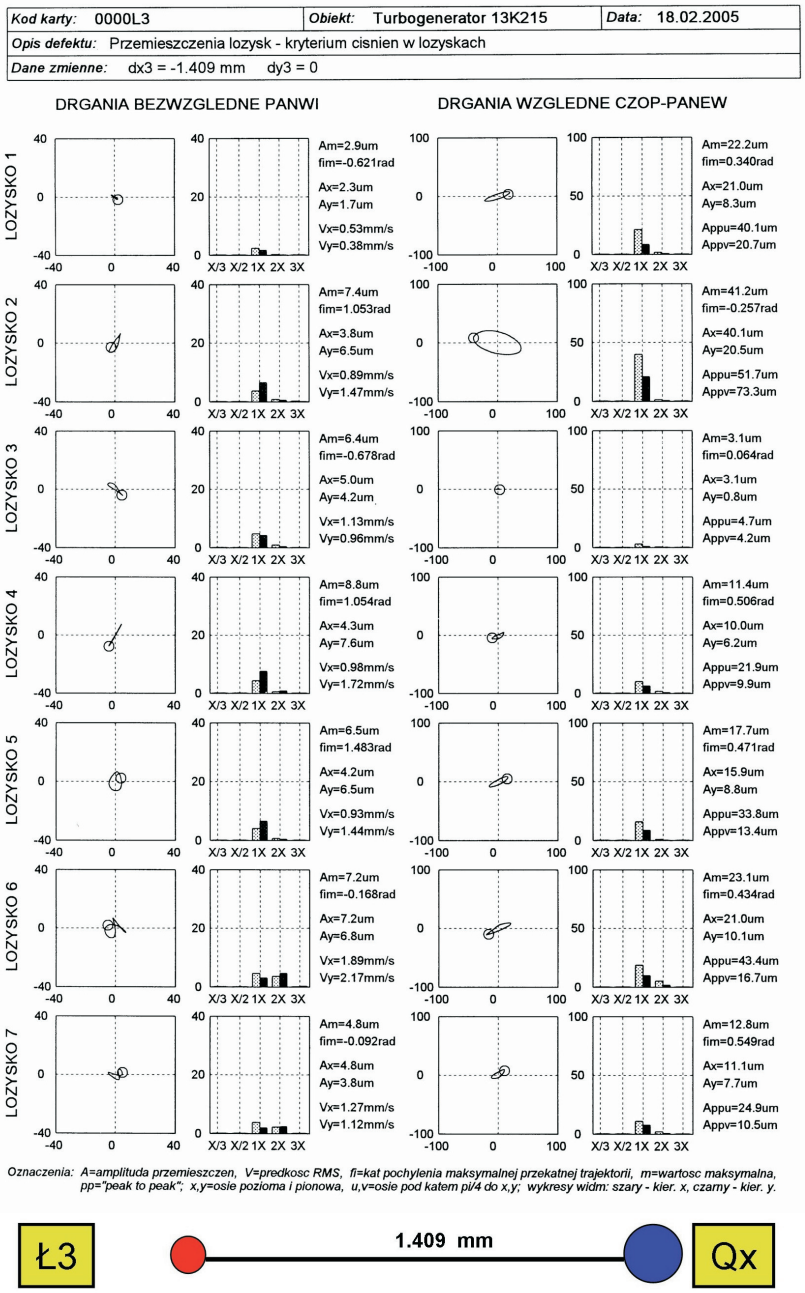
Zupełnie inną sytuację przedstawia rys. 7.7. Przemieszczenie łożyska nr 5 poziomo w prawo o wielkość dopuszczalną z punktu widzenia kryterium drganiowego D wywołało silną niestabilność całego układu. Składowe subharmoniczne w widmie drgań dla łożysk nr 4 i 5 stały się dominujące. Przykład zamieszczony na rys. 7.7 pokazuje, że w niektórych przypadkach przyjęte kryterium drganiowe w formie dopuszczalnych amplitud czy prędkości drgań może być niewystarczające. Warto zatem wrócić do dyskusji o kryteriach oceny stanu dynamicznego dużej maszyny energetycznej. Czy pojawienie się niewielkich składowych subharmonicznych w widmach drgań powinno być sygnałem ostrzegawczym, który w konsekwencji może doprowadzić do wyłączenia obiektu z ruchu? Czy też o wyłączeniu obiektu powinna decydować dopiero obecność dużych dominujących składowych subharmonicznych? Wiadomo też z praktyki eksploatacyjnej, że np. obecność wirów olejowych (małych drgań olejowych) w jednym z łożysk nie oznacza jeszcze sytuacji groźnej dla całego układu. Zbyt wczesne odłączenie maszyny to oczywiście znaczne koszty dla dysponenta obiektu. Z drugiej strony obecność dominujących subharmonicznych składowych w widmach drgań stwarza sytuację jednoznaczną: maszynę należy natychmiast wyłączyć z ruchu. Jakie jednakże kryterium przyjąć dla stanów przejściowych? Swego czasu autor niniejszej monografii w dyskusjach z przedstawicielami przemysłu turbinowego i służbami eksploatacyjnymi elektrowni zaproponował „kryterium stabilności technicznej", według którego sytuacja staje się niebezpieczna, jeżeli wielkość składowych subharmonicznych w widmach drgań węzłów łożyskowych staje się porównywalna ze składowymi synchronicznymi typu 1X. Na obecnym etapie jest to jedynie propozycja do dyskusji na ten temat.



Rys. 7.6. Karta diagnostyczna – obraz drgań węzłów łożyskowych. Dopuszczalne przemieszczenie łożyska nr 6 w prawo o 1,395 mm ze względu na kryterium obciążeń łożysk Q (rys. 7.5). Przykład stabilnej pracy turbozespołu [7.1],[7.3]-[7.5]



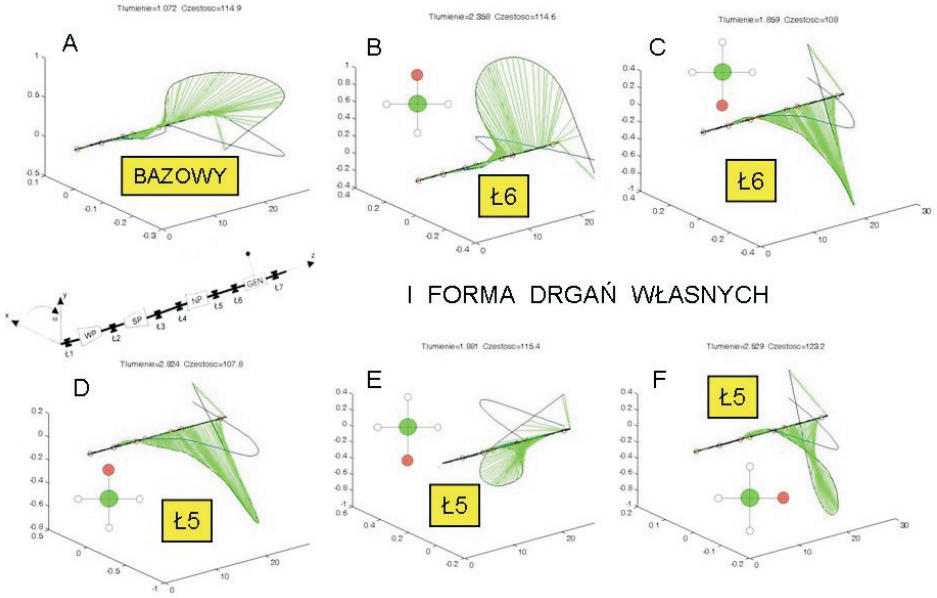
Rys. 7.7. Karta diagnostyczna – obraz drgań węzłów łożyskowych. Dopuszczalne przemieszczenie łożyska nr 5 w prawo o 1,689 mm ze względu na kryterium drganiowe łożysk D (rys. 7.5). Przykład niestabilnej pracy turbozespołu [7.1],[7.3]-[7.5]



Rys. 7.8. Karta diagnostyczna – obraz drgań węzłów łożyskowych. Dopuszczalne przemieszczenie łożyska nr 3 w lewo o 1,409 mm ze względu na kryterium obciążeń łożysk Q (rys. 7.4). Przykład stabilizującego wpływu przemieszczenia [7.1],[7.3]-[7.5]

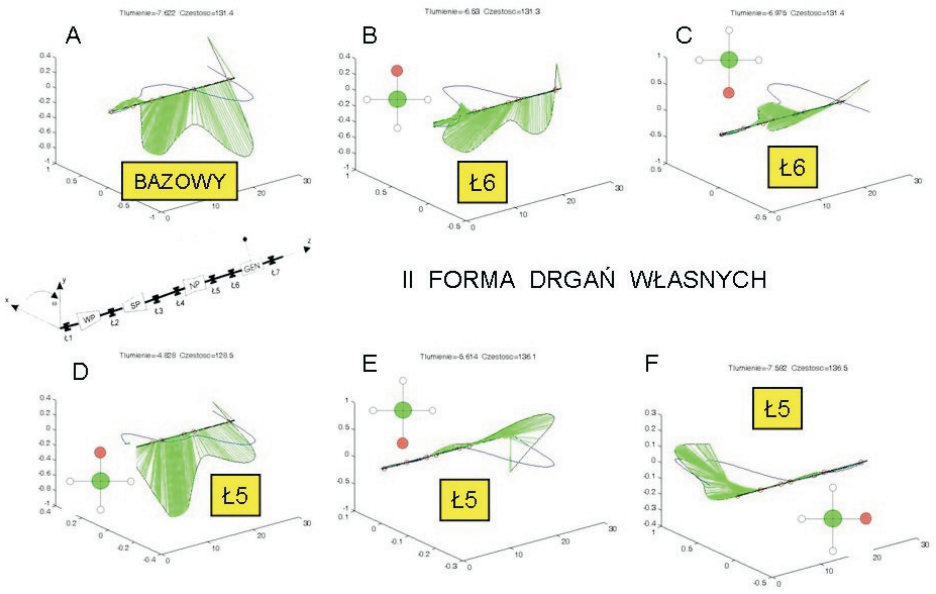
7.2.3 Analiza modalna

Opracowane narzędzia badawcze w postaci systemu MESWIR umożliwiają przeprowadzenie analizy form i częstości drgań własnych obiektu z realnymi łożyskami i imperfekcjami typu rozosiowania linii wirników czy pęknięcia wałów. Takich możliwości nie stwarzają znane komercyjne programy do analizy modalnej ogólnego przeznaczenia. Pozostając przy tym samym modelu układu dostrojonym do obiektu rzeczywistego, co określiliśmy jako przypadek bazowy/referencyjny, przeprowadzimy teraz analizę modalną dla kilku wybranych przemieszczeń środków panwi w stosunku do linii eksploatacyjnej wirników. Obliczenia przeprowadzone zostały dla granicznych, z uwagi na przyjęte kryteria przeciążeniowe i drganiowe, przemieszczeń pionowych i poziomych jednej z dwóch, najbardziej newralgicznych pod względem dynamicznym par łożysk, a mianowicie łożysk nr 5 i 6. Wyniki dla trzech pierwszych form drgań własnych przedstawione zostały na rys. 7.9-7.11. Są to przestrzenne formy drgań rysowane wzdłuż całej linii wirników.



Rys. 7.9. Zestawienie I formy drgań własnych turbozespołu 13K215 obliczonej dla przypadku bazowego (A), dla przemieszczeń granicznych łożyska nr 6 pionowo w górę (B) i pionowo w dół (C) oraz dla łożyska nr 5 pionowo w górę (D) pionowo w dół (E) i poziomo w prawo (F)

Jak widać, przemieszczenia środków panwi powodują mniejszą lub większą deformację formy bazowej, a nawet większy udział innych elementów linii wirników (patrz: przemieszczenia poziome łożyska nr 5). Warto jednakże zauważyć, że nawet tak silne, graniczne przemieszczenia środków panwi powodują dość umiarkowane

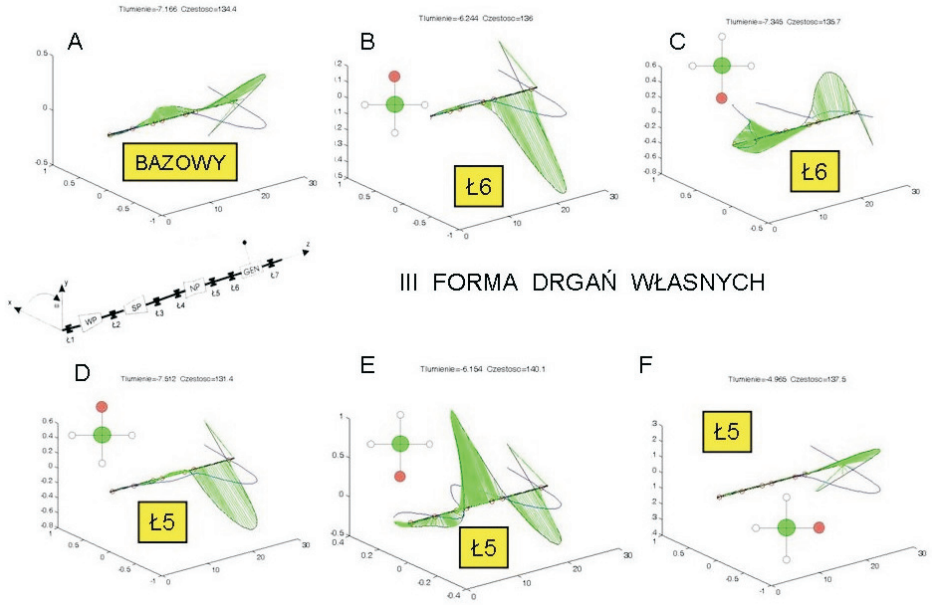


Rys. 7.10. Zestawienie II formy drgań własnych turbozespołu 13K215 obliczonej dla przypadku bazowego (A), dla przemieszczeń granicznych łożyska nr 6 pionowo w górę (B) i pionowo w dół (C) oraz dla łożyska nr 5 pionowo w górę (D) pionowo w dół (E) i poziomo w prawo (F)

zmiany w częstościach drgań własnych układu. Dla I formy wszystkie te zmiany mieszczą się w przedziale 108-123 rd/s, dla II formy w przedziale 128-136 rd/s a dla III formy w przedziale 131-140 rd/s. W niektórych przypadkach przedziały te nachodzą na siebie, co utrudnia identyfikację właściwej kolejności form. Praktyczna użyteczność analizy modalnej w przypadku tego rodzaju defektów może być więc ograniczona.

7.3 Nierównoległości panwi

W rozdziale 2 niniejszej monografii (a ściślej w rozdziale 2.2.2.4) wyprowadzone zostały związki określające kształt szczeliny smarnej dla panwi nierównoległych do osi czopa, czyli tzw. panwi „przekoszonych" lub inaczej „zukosowanych". Podstawowe zależności geometryczne przedstawiają rys. 2.29 i 2.30, a zależności matematyczne zw. (2.53) i (2.54). Wszystkie moduły łożyskowe systemu MESWIR (rozdział 3 – rys. 3.1) uwzględniają te zależności, stwarzając tym samym możliwości opisu układu, w którym tego typu defekty występują. Nierównoległość osi panwi w stosunku do osi czopa wyznaczają dwa główne parametry, a mianowicie kąt α określający wielkość „przekoszenia" w przyjętej płaszczyźnie oraz kąt β



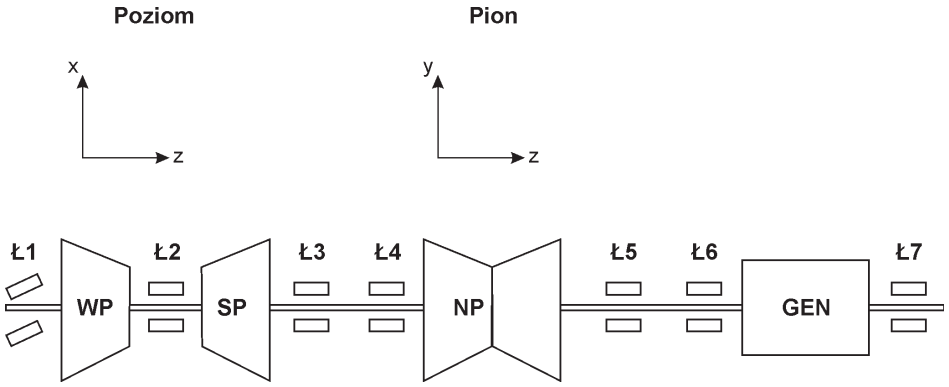
Rys. 7.11. Zestawienie III formy drgań własnych turbozespołu 13K215 obliczonej dla przypadku bazowego (A), dla przemieszczeń granicznych łożyska nr 6 pionowo w górę (B) i pionowo w dół (C) oraz dla łożyska nr 5 pionowo w górę (D) pionowo w dół (E) i poziomo w prawo (F)

określający położenie tej płaszczyzny w stosunku do przyjętego układu współrzędnych – rys. 2.29. Brak „przekoszenia" oznacza zawsze wartość $\alpha = 0$, niezależnie od wartości kąta β. Przypadek bazowy/referencyjny odnosi się do sytuacji, kiedy panew jest idealnie równoległa do osi czopa ($\alpha = 0$).

Przedstawimy teraz wybrane wyniki badań pozwalających na ocenę czułości przyjętego obiektu na tego rodzaju defekty. Założymy przy tym, że interesują nas wyłącznie maksymalne wartości „przekoszeń" w danych warunkach pracy maszyny, tzn. wartości możliwe jeszcze do zaakceptowania z uwagi na niebezpieczeństwo zatarcia krawędziowego łożyska. Prześledzimy najpierw wpływ „przekoszeń" kolejnych łożysk turbozespołu tak jak to przedstawia rys. 7.12.

Defekt w postaci zukosowania panwi przyjęty został zarówno w płaszczyźnie poziomej (X-Z, $\beta = 0°$) jak i pionowej (Y-Z, $\beta = 90°$) dla każdego z siedmiu łożysk. Dla każdego łożyska obliczono maksymalną wartość zukosowania (kąt $\alpha = \alpha_{\max}$) w obu tych płaszczyznach.

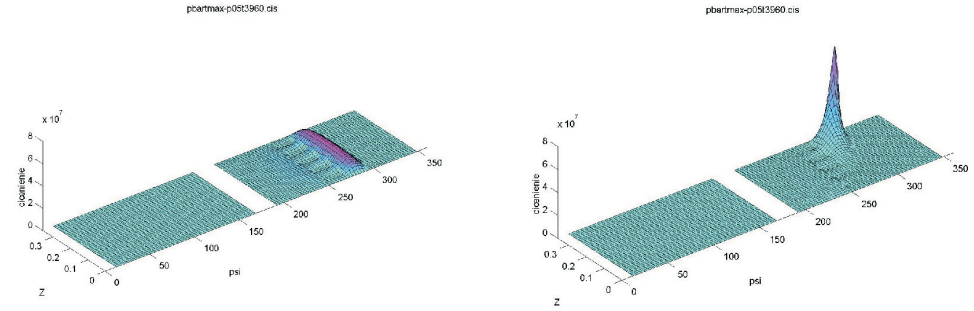
Wyznaczenie wartości maksymalnych „przekoszeń" panwi dla każdego z siedmiu łożysk w dwu płaszczyznach i dwu kierunkach (dodatnim i ujemnym) z wykorzystaniem programów serii KINWIR i NLDW jest niezwykle czasochłonne i wymaga zastosowania specjalnych algorytmów obliczeniowych. W związku z po-



Rys. 7.12. Objaśnienie analizowanych przypadków „przekoszenia" panwi w płaszczyźnie poziomej (X-Z) i pionowej (Y-Z). Na rysunku widać symboliczne „przekoszenie" łożyska 1. W analogiczny sposób „przekaszane" były kolejne łożyska [7.1],[7.6]-[7.8]

wyższym obliczenia przeprowadzone zostały w Centrum Informatycznym Trójmiejskiej Akademickiej Sieci Komputerowej na 256 procesorowym klasterze HOLK w trybie obliczeń rozproszonych.

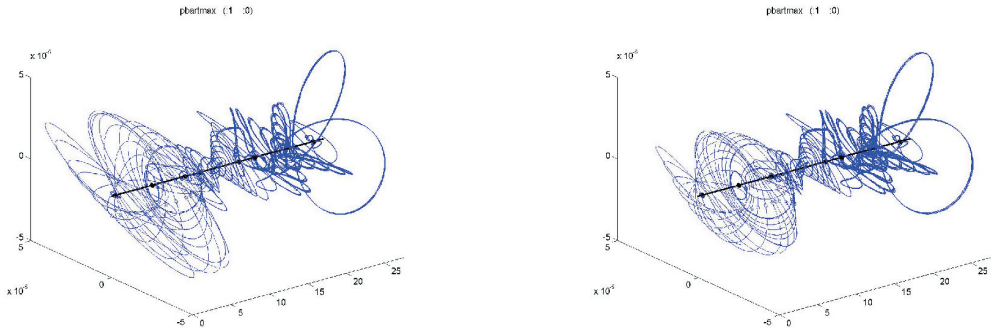
Obliczenia wstępne wykazały, że „przekoszenia" panwi w płaszczyźnie poziomej ($\alpha = \alpha_{max}$, $\beta = 0$) wywierają największy wpływ na drgania względne filmu olejowego. Z tego też względu przedstawimy wyniki odnoszące się tylko do tego przypadku. Rysunek 7.13-7.15 przedstawiają przykładowe wyniki odnoszące się do rozkładów ciśnienia w łożysku nr 5 oraz trajektorii drgań bezwzględnych i względnych filmu olejowego w łożysku nr 2.



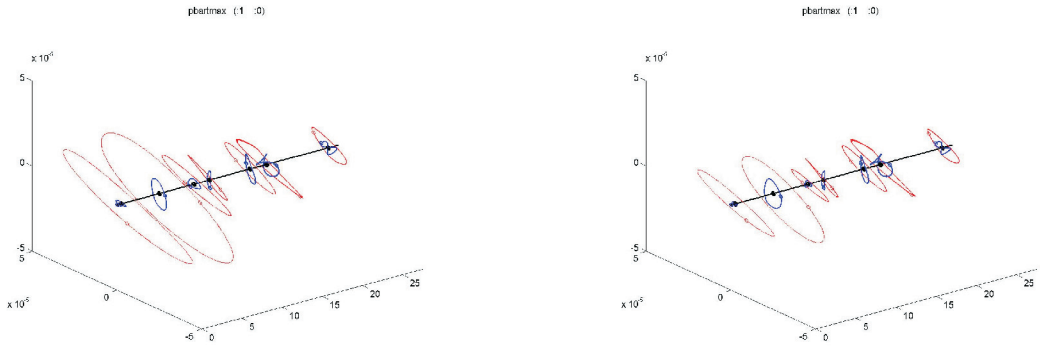
Rys. 7.13. Przykładowe porównanie przestrzennych rozkładów ciśnienia w łożysku 5 dla przypadku bazowego (po lewej) oraz dla przypadku „przekoszenia" panwi w płaszczyźnie poziomej(po prawej) [7.1],[7.6]-[7.8]

Więcej informacji dostarczają rys. 7.16-7.22. Przedstawiają one amplitudy drgań względnych filmu olejowego przy „przekoszeniach" kolejnych łożysk w zestawieniu z przypadkiem referencyjnym, czyli bez „przekoszeń. Rysunki te pozwalają na szybką i wygodną ocenę wpływu tego typu defektu na stan dynamiczny przyjętego obiektu. Zaskakującym wynikiem jest tu stosunkowo mały wpływ „przekoszeń" łożysk uznanych wcześniej za newralgiczne z punktu widzenia dynamiki obiektu, a więc łożysk 3,4 oraz 5,6. Jak się okazało największy wpływ wywiera jeszcze łożysko nr 2. Przekoszenie tego łożyska zmienia amplitudę drgań w nim samym, co jest oczywiste, ale także wywiera wpływ na inne sąsiednie łożyska. Ponadto, wpływ ten wyraża się na ogół zmniejszeniem amplitudy drgań, co wynika z nieliniowych własności samych łożysk, i w tym aspekcie jest korzystny.

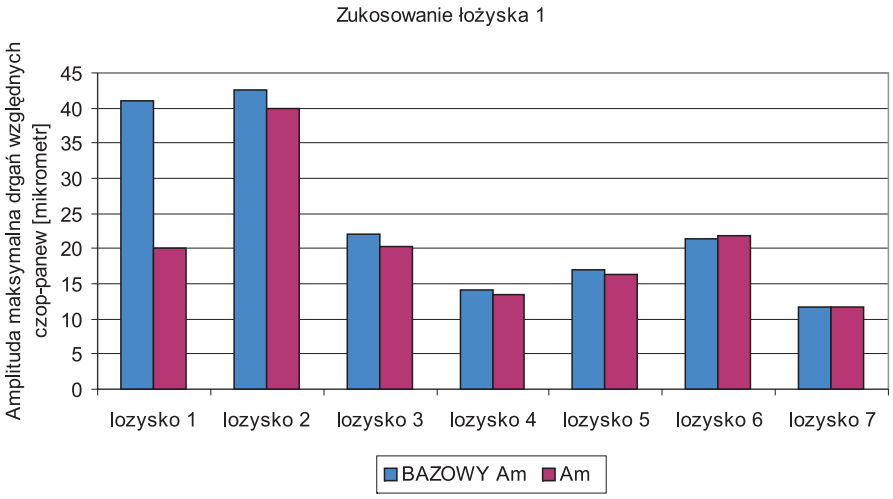
Generalnie jednak, analizując rys. 7.14 do rys. 7.22, a także w oparciu o dane nie zamieszczone w tej monografii, można stwierdzić, że przyjęty układ jest stosunkowo odporny na defekty typu „przekoszenia" panwi. Jest to oczywiście wniosek korzystny z punktu widzenia eksploatacji dużych obiektów energetycznych. Pozostaje jednak kwestia niebezpieczeństwa zatarcia krawędziowego łożyska i wzrostu temperatury oleju.



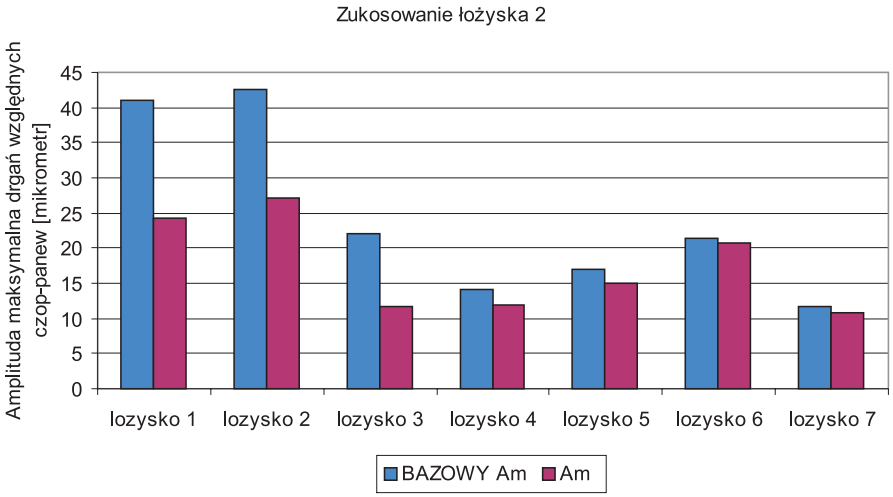
Rys. 7.14. Przykładowe porównanie przestrzennych trajektorii drgań bezwzględnych wybranych węzłów linii wirników dla przypadku bazowego (po lewej) oraz dla przypadku „przekoszonej" panwi w płaszczyźnie poziomej w łożysku 2 [7.1],[7.6]-[7.8]



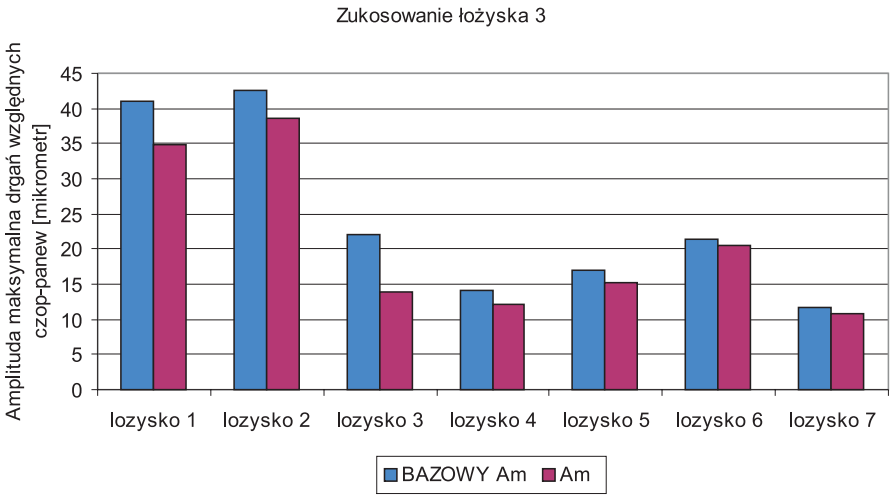
Rys. 7.15. Przykładowe porównanie trajektorii drgań bezwzględnych panwi (linia czarna) i drgań względnych filmu smarnego (linia szara) dla łożyska 2 dla przypadku bazowego (po lewej) oraz dla przypadku „przekoszonej" panwi w płaszczyźnie poziomej (po prawej) [7.1],[7.6]-[7.8]



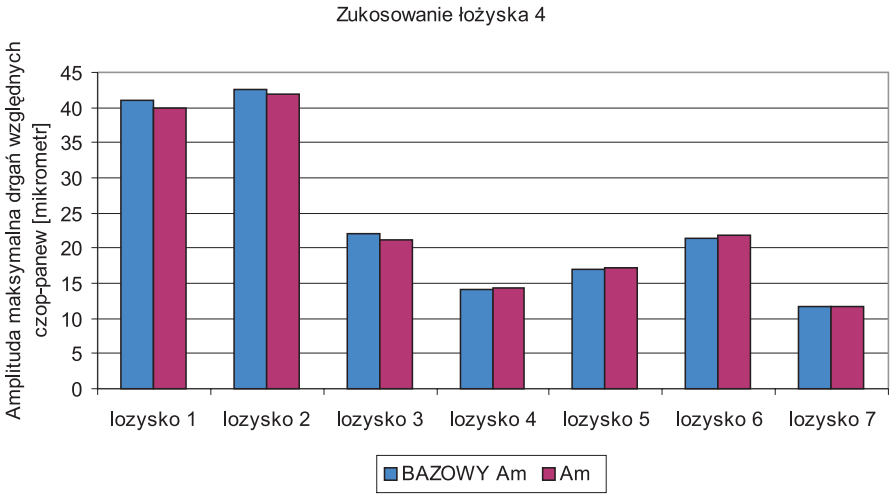
*Rys. 7.16. Wpływ zukosowania **łożyska 1** w płaszczyźnie poziomej na poziom maksymalnych wartości amplitud drgań względnych w łożyskach 1÷7 [7.1],[7.6]-[7.8]*



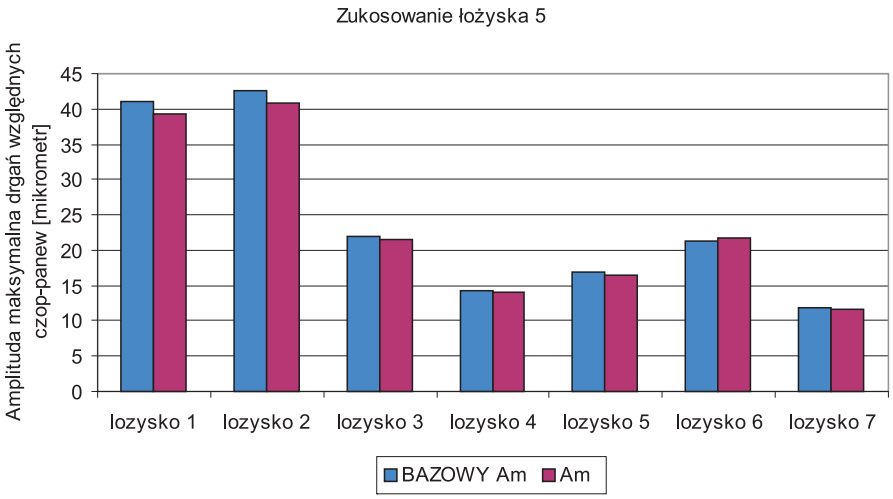
Rys. 7.17. Wpływ zukosowania ***łożyska 2*** *w płaszczyźnie poziomej na poziom maksymalnych wartości amplitud drgań względnych w łożyskach 1÷7 [7.1],[7.6]-[7.8]*



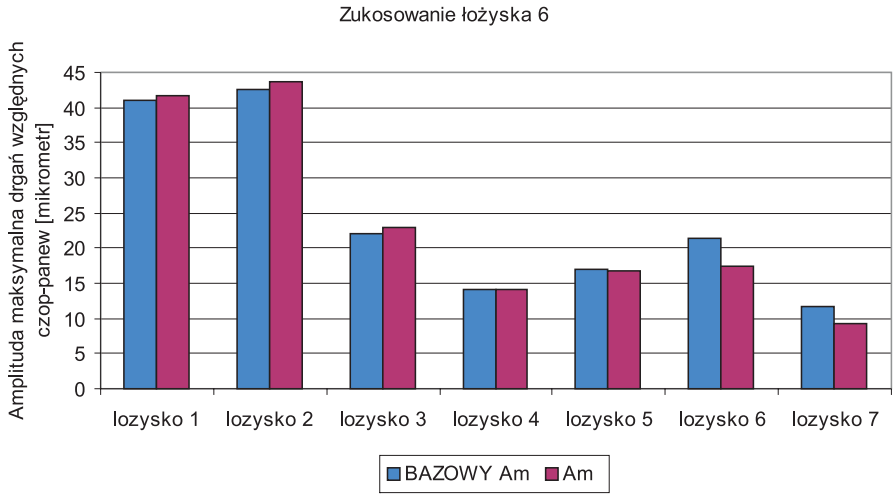
Rys. 7.18. Wpływ zukosowania ***łożyska 3*** *w płaszczyźnie poziomej na poziom maksymalnych wartości amplitud drgań względnych w łożyskach 1÷7 [7.1],[7.6]-[7.8]*



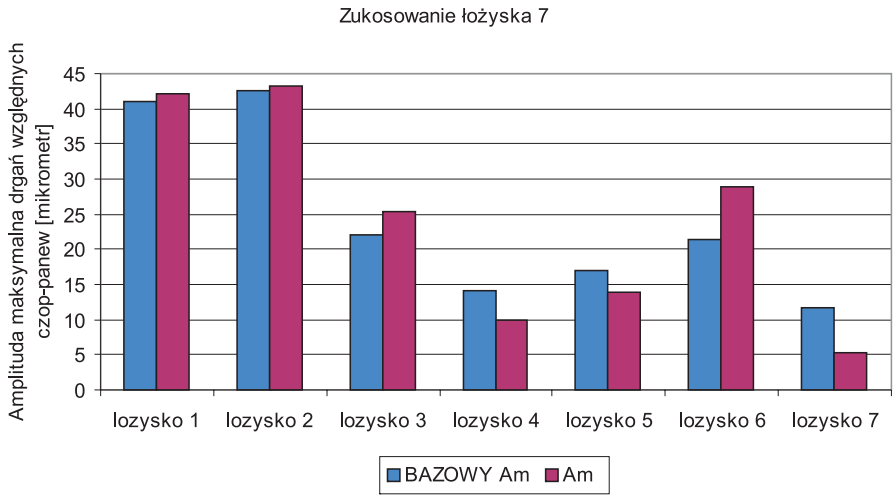
Rys. 7.19. Wpływ zukosowania ***łożyska 4*** *w płaszczyźnie poziomej na poziom maksymalnych wartości amplitud drgań względnych w łożyskach 1÷7 [7.1],[7.6]-[7.8]*



Rys. 7.20. Wpływ zukosowania ***łożyska 5*** *w płaszczyźnie poziomej na poziom maksymalnych wartości amplitud drgań względnych w łożyskach 1÷7 [7.1],[7.6]-[7.8]*



Rys. 7.21. Wpływ zukosowania ***łożyska 6*** *w płaszczyźnie poziomej na poziom maksymalnych wartości amplitud drgań względnych w łożyskach 1÷7 [7.1],[7.6]-[7.8]*



Rys. 7.22. Wpływ zukosowania ***łożyska 7*** *w płaszczyźnie poziomej na poziom maksymalnych wartości amplitud drgań względnych w łożyskach 1÷7 [7.1],[7.6]-[7.8]*

Bibliografia do rozdziału 7

[7.1] *Modelowanie i diagnostyka oddziaływań mechanicznych, aerodynamicznych i magnetycznych w turbozespołach energetycznych*, praca zbiorowa pod redakcją Jana Kicińskiego, PAN Wydział IV Nauk Technicznych, Wydawnictwa IMP PAN, Gdańsk 2005, 1326 stron.

[7.2] Kiciński J., Prońska A.: *Identyfikacja modelu obliczeniowego turbozespołu 13K215*, Oprac. wew. IMP PAN w Gdańsku nr arch. 4068/2004.

[7.3] Rybczyński J.: *Przemieszczenia termiczne i montażowe podpór łożyskowych. Klasa defektu I*, Oprac. wew. IMP PAN, Gdańsk 2004, nr arch. 4155/2004.

[7.4] Rybczyński J.: *Analysis of acceptable nonalignment of bearings of large power turboset*, Diagnostyka, Vol. 30/2 (2004), p. 97, Proc. of 3^{rd} International Congress of Technical Diagnostics DIAGNOSTICS '2004, Poznań, Sept. 6-9, 2004.

[7.5] Rybczyński J.: *Dopuszczalne przemieszczenia pary sąsiadujących łożysk turbozespołu w stosunku do konstrukcyjnej linii wałów*, Tribologia, Vol. 4/2004 (196), pp. 142-150, referat na konferencji XXVII Jesienna Szkoła Tribologiczna oraz Inżynieria Łożyskowania '04, Stare Jabłonki, 22-24.09.04.

[7.6] Łuczak M. *Wpływ wybranych parametrów geometrycznych i eksploatacyjnych łożysk na własności dynamiczne maszyny wirnikowej*, Praca doktorska IMP PAN 3252/2003, Gdańsk 2002.

[7.7] Łuczak M. *Badania wpływu imperfekcji panwi (zukosowania) na własności dużej maszyny energetycznej*, Tribologia, nr 1/2002 (181), 351-364, SIMPRESS, Warszawa 2002.

[7.8] Łuczak M. *Wpływ defektu w postaci zukosowania panwi na własności dynamiczne turbozespołu 200 MW*, Tribologia ISSN 0208 7774 Rok XXXV, Nr 4/2004 (196), 51-59.

ROZDZIAŁ 8

PRZEDZIAŁY ADEKWATNOŚCI CHARAKTERYSTYK DYNAMICZNYCH KONSTRUKCJI PODPIERAJĄCEJ

- **ZESPOLONA PODATNOŚĆ DYNAMICZNA – BADANIA EKSPERYMENTALNE I TEORETYCZNE**
- **TEORETYCZNA I EKSPERYMENTALNA ANALIZA MODALNA**
- **PRZEDZIAŁY ADEKWATNOŚCI I FUNKCJE WAGOWE – PRZYKŁADY ZASTOSOWANIA NOWEJ KONCEPCJI OBLICZEŃ NIELINIOWYCH**

Przedstawiona w rozdziale 1 koncepcja, w myśl której charakterystyki dynamiczne podpór łożyskowych określane są w trakcie obliczeń na podstawie struktury widma drgań węzłów w miejscu posadowienia wirnika, jest pomysłem nowym i tym samym oryginalnym. Koncepcja ta umożliwia integrację modelu konstrukcji podpierającej (na ogół liniowego) z modelem linii wirników (z imperfekcjami) i łożysk ślizgowych, który z reguły jest nieliniowy, a w wielu przypadkach silnie nieliniowy. Tak zarysowana koncepcja obliczeń nieliniowych wymaga określenia przedziałów, dla których wyznaczone charakterystyki dynamiczne są właściwe (tzw. przedziałów adekwatności) i w granicach których dokonywana jest transformacja zespolonych charakterystyk podatnościowych na rzeczywiste charakterystyki masowo-tłumiąco-sztywnościowe. Rzeczywiste macierze mas, sztywności i tłumienia są z kolei niezbędne, jeśli chcemy opracowane narzędzia badawcze (system MESWIR) ukierunkować na potrzeby diagnostyki technicznej, a zwłaszcza diagnostyki według modelu. Taka właśnie „filozofia ukierunkowania" opracowanych narzędzi została przyjęta w niniejszej monografii.

Pierwszym krokiem w opisanym wyżej postępowaniu jest więc wyznaczenie zespolonych macierzy podatności dynamicznej konstrukcji podpierającej. W niniejszym rozdziale przedstawione zostały próby budowy takich charakterystyk zarówno metodą pomiarów eksperymentalnych jak i symulacji komputerowej. Obiekt badań stanowił wirnik

laboratoryjny (trójpodporowa maszyna wirnikowa) oraz turbozespół energetyczny dużej mocy. Porównanie charakterystyk podatnościowych otrzymanych drogą eksperymentalną i teoretyczną wykazało niestety duże rozbieżności. Nie jest to zresztą wynik zaskakujący, zwłaszcza w odniesieniu do tak złożonych obiektów, ponieważ podobne trudności są udziałem wielu innych badaczy.

Bardzo pomocną w doborze przedziałów adekwatności okazała się analiza modalna. Przeprowadzone zostały stosowne badania teoretyczne i eksperymentalne obu wyżej wymienionych obiektów z wykorzystaniem technik właściwych dla eksperymentalnej i eksploatacyjnej analizy modalnej. W tym przypadku rozbieżności pomiędzy analizą teoretyczną i eksperymentalną okazały się dużo mniejsze. W efekcie określone zostały zarówno przedziały adekwatności jak i charakterystyki dynamiczne konstrukcji podpierającej obu przyjętych do badań obiektów.

Możliwa teraz stała się ocena wpływu zaproponowanej metodologii obliczeń nieliniowych poprzez zastosowanie tzw. funkcji wagowych (rozdział 1.5.1) na stan dynamiczny obu obiektów. Wyniki obliczeń przedstawione zostały w formie kart diagnostycznych wygenerowanych zarówno dla przypadków referencyjnych (ułatwiających porównania) jak i przypadków uwzględniających funkcje wagowe. Okazało się, że w przypadku obiektów pracujących w warunkach, które można uznać za nominalne lub nawet wzorcowe, obraz drgań obiektu pozyskany metodą funkcji wagowych wypada bardziej bezpieczny, co wyraża się bardziej „stonowaną" strukturą widma drgań. Wpływ ten jednak można ocenić jako niewielki.

Sytuacja wygląda inaczej w przypadku, kiedy obiekt pracuje np. w warunkach rozwiniętej już niestabilności układu. Przykład dużej maszyny energetycznej z pękniętym wirnikiem pokazał, że tym razem wpływ funkcji wagowych jest znaczny i co ważniejsze idzie w kierunku pogorszenia i tak już złego obrazu stanu dynamicznego obiektu. Oznacza to, że sytuacja w rzeczywistości może być groźniejsza niż wskazują to tradycyjne metody opisu.

Generalnie możemy stwierdzić, że w sytuacji kiedy układ pracuje spokojnie i charakteryzuje się mało rozbudowaną strukturą widm drgań posadowień wirnika (np. jedna silna składowa synchroniczna), to możemy się spodziewać niewielkiego wpływu metody „ważenia" charakterystyk. Można ją wówczas pominąć. Natomiast w przypadkach „ostrej dynamiki" obiektu wyrażającej się złożoną strukturą widm drgań o wielu silnych składowych, wpływ ten będzie niewątpliwie zdecydowanie większy. Zastosowanie wówczas zaproponowanej metodologii obliczeń nieliniowych jest w pełni zasadne a nawet konieczne.

8.1 Uwagi wstępne

W rozdziale 1 niniejszej monografii przedstawiliśmy problem identyfikacji charakterystyk dynamicznych konstrukcji podpierającej, a zwłaszcza pomysł na integrację tego tak ważnego podukładu maszyny wirnikowej z innym podukładem, a mianowicie linią wirników i łożysk. Tego rodzaju integracja nie przedstawia większych problemów, jeśli linię wirników z łożyskami i uszczelnieniami labiryntowymi potraktujemy jako podukład liniowy (tak jak się to powszechnie zakłada w li-

teraturze). Jeśli jednak uwzględnimy w naszym modelu nieliniowy charakter linii wirników z imperfekcjami, a zwłaszcza silnie nieliniowe własności łożysk (co znacznie bardziej odpowiada rzeczywistości), a ponadto jeśli naszym celem głównym będzie ukierunkowanie modelu na potrzeby diagnostyki technicznej, to w takiej sytuacji integracja obu wspomnianych podukładów staje się zagadnieniem bardzo złożonym [8.2]. Konieczna staje się transformacja zespolonych charakterystyk dynamicznych konstrukcji podpierającej na charakterystyki rzeczywiste i wyznaczenie tzw. przedziałów adekwatności tych charakterystyk – rozdział 1.4. Z kolei przedziały te mogą być kojarzone z linią wirników i łożysk w różny sposób, m.in. poprzez wprowadzenie tzw. funkcji wagowych – rozdział 1.5.

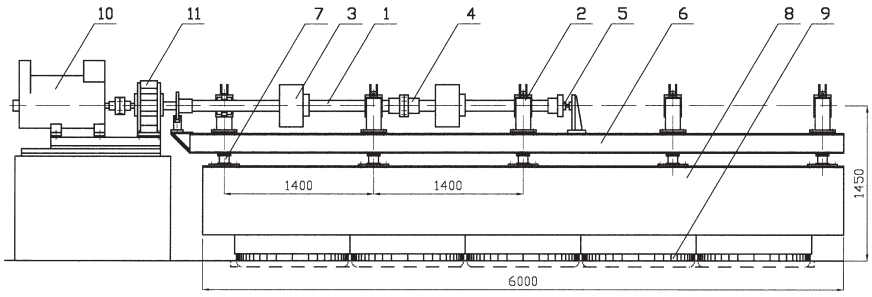
W niniejszym rozdziale przedstawimy konkretne przykłady zastosowania metodologii, której podstawy teoretyczne przedstawione zostały szczegółowo w rozdziale 1. Pozostaniemy przy obiektach rzeczywistych i ich modelach prezentowanych już wielokrotnie w niniejszej monografii, a mianowicie przy wielopodporowym wirniku laboratoryjnym i dużej maszynie energetycznej. Spróbujemy wyznaczyć wspomniane wyżej przedziały adekwatności zarówno metodą pomiarów eksperymentalnych jak i symulacji komputerowych a następnie spróbujemy ocenić jaki wpływ wywiera zaproponowana metodologia obliczeń nieliniowych (funkcji wagowych) na charakterystyki dynamiczne obu przyjętych do rozważań obiektów.

Pierwszym krokiem w procedurze określania przedziałów adekwatności jest zawsze budowa macierzy zespolonej podatności dynamicznej. Następnie, wykorzystując jedną z metod transformacji (rozdział 1.4) możemy zbudować wykresy modułów i faz zespolonej sztywności i tym samym spróbować przedziały takie zdefiniować. Bardzo użyteczna przy tego rodzaju postępowaniu jest analiza modalna. Wyznaczone w ten sposób częstości drgań własnych układu czasami dobrze korelują z rezonansami na tych wykresach lub też ułatwiają, w przypadkach bardziej skomplikowanych, podjęcie właściwych decyzji. Jak widać procedura określania przedziałów adekwatności nie zawsze musi być szybka i jednoznaczna.

8.2 Wirnik laboratoryjny

Obiekt ten został omówiony w rozdziale 3.3 a schemat stanowiska przedstawiony został na rys. 3.4. Dla naszych obecnych potrzeb przedstawmy ten schemat raz jeszcze uwypuklając potrzebne nam elementy – rys. 8.1.

Do stalowej ramy posadowionej na ciężkim bloku betonowym mocowanych jest 5 stojaków łożyskowych. W trzech spośród nich osadzone są łożyska ślizgowe podpierające wirnik składający się z dwóch odcinków wałów połączonych sprzęgłem sztywnym. Rozstaw sąsiednich łożysk wynosi 1,4 m. Blok betonowy o masie ok. 16 ton i długości 6 m pełni rolę fundamentu. Między blokiem fundamentowym a gruntem rozmieszczono pięć płasko ułożonych, pompowanych opon autobusowych, których zadaniem jest izolować pracujące stanowisko od drgań gruntu. Posadowienie to jest stosunkowo mało sztywne, a masa bloku duża, stąd częstość drgań własnych bloku jest niska. Ten fakt powoduje, że wpływ sztywności posadowienia konstrukcji podpierającej łożyska na dynamikę wirnika jest niestety znaczny.



Rys. 8.1. Stanowisko badawcze dynamiki wirników i łożysk. 1 – wał, 2 – stojak łożyskowy, 3 – dysk dociążający łożyska, 4 – sprzęgło, 5 – łożysko oporowe, 6 – rama, 7 – podpory ramy, 8 – blok fundamentowy, 9 – amortyzatory pneumatyczne, 10 – silnik napędowy, 11 – przekładnia [8.11]

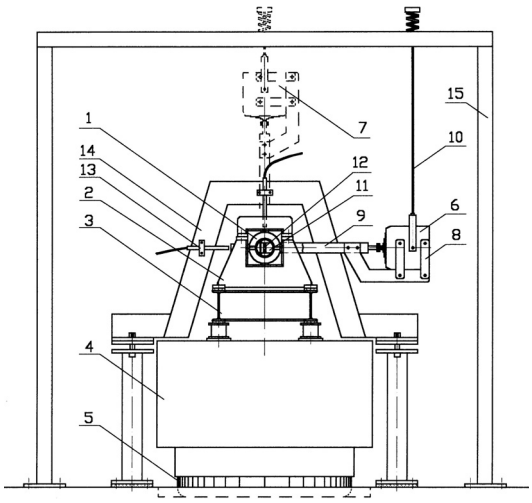
8.2.1 Zespolona podatność dynamiczna – badania eksperymentalne i teoretyczne

Zacznijmy nasze rozważania od wyznaczenia zespolonej podatności dynamicznej przyjętego obiektu metodą pomiarów eksperymentalnych. Metodologia postępowania została szczegółowo omówiona w rozdziale 1.3. Stosownie do jej założeń badaniom poddana została tylko sama konstrukcja podpierającą, czyli rama fundamentowa bez wirnika. Wirnik został zatem wymontowany, jednak zachowano wszystkie pozostałe elementy stanowiska, stanowiące o jego masie i mogące wpływać na sztywność, bądź masę konstrukcji.

W celu wyznaczenia współczynników zespolonej podatności dynamicznej ramy fundamentowej zastosowano metodę wymuszeń harmonicznych w odniesieniu do każdej więzi konstrukcji podpierającej wirnik. Metoda wymuszeń harmonicznych polega na tym, że przykłada się harmoniczną siłę o znanej amplitudzie, wzbudzającą drgania, kolejno do wszystkich więzi układu i mierzy się ich odpowiedź w postaci przemieszczeń jednocześnie we wszystkich więziach. Przemieszczenia te muszą być pomierzone zarówno pod względem amplitudy, jak i przesunięcia fazowego w stosunku do przebiegu siły wymuszającej drgania. Harmoniczną siłę wzbudzająca generowano za pomocą elektrodynamicznego wzbudnika drgań przystosowanego w specjalny sposób do pracy bezwładnościowej. Stanowisko to pozwala na badanie dynamiki wirników w zakresie prędkości obrotowych do 5100 obr/min (85 Hz).

Sposób przystosowania wzbudnika do pracy bezwładnościowej, oraz sposób montowania wzbudnika do poszczególnych więzi łożyskowych przedstawiono na rys. 8.2.

Badania eksperymentalne przeprowadzono dla wirnika trójpodporowego. W każdej z sześciu więzi wirnika montowano kolejno wzbudnik i wymuszano drgania o maksymalnej możliwej amplitudzie, rejestrując przebieg siły wymuszającej i wywołane nią przemieszczenia we wszystkich więziach. Pomiary przeprowadzono dla



Rys. 8.2. Oprzyrządowanie stanowiska do badań podatności metodą wymuszeń harmonicznych. 1 – łożysko ślizgowe, 2 – stojak łożyskowy, 3 – rama, 4 – blok fundamentowy, 5 – amortyzatory pneumatyczne, 6 – wzbudnik drgań w pozycji poziomej, 7 – wzbudnik drgań w pozycji pionowej, 8 – konstrukcja przystosowująca wzbudnik do pracy bezwładnościowej, 9 – szelki do przeniesienia drgań, 10 – zawieszenie wzbudnika, 11 – zastępczy czop, 12 – dynamometr, 13 – wiroprądowy czujnik przemieszczeń, 14 – rama do mocowania czujników, 15 – rama do zawieszenia wzbudnika [8.8, 8.9]

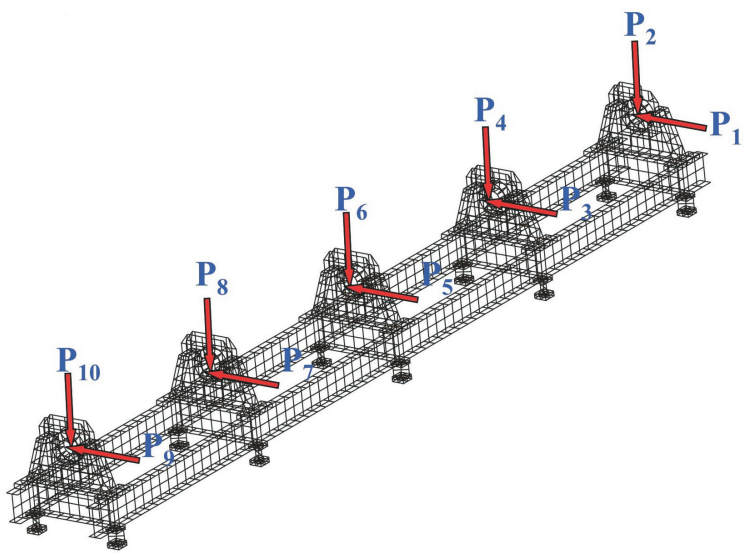
zakresu częstości siły wymuszającej 1÷180 Hz z rozdzielczością 1 Hz. Na podstawie każdego z pomiarów wyznaczono amplitudę siły P wymuszającej drgania oraz amplitudy przemieszczeń A wywołanych nią w każdej więzi. Ponadto dla każdego doświadczenia obliczono względne przesunięcia fazowe Ψ przebiegów przemieszczeń względem przebiegów siły.

Przeprowadzone zostały także obliczenia macierzy podatności dynamicznej dla szerokiego pasma wzbudzeń według dokładnie tej samej procedury (rozdział 1.3). Siatkę MES ramy fundamentowej oraz miejsca przyłożenia wymuszeń harmonicznych przedstawia rys. 8.3.

Ogółem w modelu wykorzystano 2066 elementów S8R5, 320 elementów C3D20 i 50 elementów STRI65, co dało 11 182 węzły, zaś zadanie opisywał układ 60 672 równań (według nomenklatury komercyjnego programu ABAQUS).

Niestety, w budowie dokładnego modelu matematycznego stanowiska przeszkodziły pewne ograniczenia wynikające z braku znajomości niektórych jego własności. Przede wszystkim:

1. Nie znana jest rzeczywista sztywność wibroizolatorów pneumatycznych w postaci płasko ułożonych opon autobusowych, na których spoczywa całe stanowisko (nie znaleziono w literaturze danych dotyczących własności dyna-



Rys. 8.3. Siatka MES ramy fundamentowej i miejsce przyłożenia wymuszeń harmonicznych P_1 – P_{10} w kolejnych podporach łożysk [8.9, 8.10, 8.12],[8.14]÷[8.16]

micznych opon samochodowych pracujących w tak nietypowy sposób) [8.16].

2. Nie znana jest rzeczywista masa bloku betonowego. Blok ten w trakcie wykonywania był zbrojony stalą i dociążany złomem metalowym bez ważenia. W bloku tym zabetonowane są również metalowe wzdłużniki (rys. 8.2), do których przymocowana jest rama fundamentowa wirnika laboratoryjnego. Nie znana jest zatem ani rzeczywista masa bloku, ani jej rozkład [8.16].
3. Nie znane są właściwości powiązania wzdłużników z blokiem betonowym. Zakłada się, że na styku betonu i elementów metalowych nie występują żadne luzy. Oznacza to, że blok wraz ze wzdłużnikami stanowi monolit.
4. Nie znane są własności dynamiczne wzdłużników. Wynika to z założenia przedstawionego w punkcie 3. Oznacza to, że metalowe wzdłużniki nie mogą wykonywać żadnych ruchów i osobne określanie ich własności dynamicznych jest zbędne.
5. Nie znane są właściwości mechaniczne podkładek epoksydowych. Zostały one oszacowane na podstawie dostępnej literatury.

Analizując tak utworzony model należy – oprócz ograniczeń przedstawionych powyżej – brać pod uwagę pewne dodatkowe założenia. I tak:

1. Zakłada się nieskończoną sztywność połączeń śrubowych ramy fundamentowej z blokiem betonowym (a ściślej – ze wzdłużnikami).

2. Zakłada się brak dodatkowych sił w połączeniach śrubowych wynikających np.: z niedokładności na styku współpracujących powierzchni, nierównoległości tych powierzchni, wykrzywień śrub, itp.
3. Zakłada się, że połączenia spawane są jednolite i mają własności odpowiadające materiałowi macierzystemu łączonych elementów (stali).
4. Zakłada się, że kliny ustalające panwie łożyskowe względem stojaków nie powodują dodatkowych naprężeń oraz zmian kształtu i własności konstrukcji.
5. Zakłada się brak połączeń śrubowych pomiędzy stojakami łożyskowymi i ich pokrywami (elementy te stanowią „jedną całość").

Należy zatem rozumieć, że model ten nie odzwierciedla w pełni rzeczywistych własności konstrukcji, a jedynie pewien stan idealny.

Rysunek 8.4÷8.7 przedstawiają wyniki pomiarów eksperymentalnych, rys. 8.8 i 8.9 wyniki symulacji komputerowej a rys. 8.10÷8.12 porównanie w jednej skali wyników teoretycznych i eksperymentalnych.

Wyniki pomiarów eksperymentalnych

Analizując wyniki pomiarów eksperymentalnych (rys. 8.4÷8.7) można wyróżnić trzy-cztery przedziały częstości wymuszeń, w których zachodzą poszczególne zjawiska [8.8]÷[8.10], [8.12]. W zakresie do ok. 20 Hz cały układ jest bardzo podatny. Przy ok. $5 \div 8$ Hz występuje silny rezonans (moduły podatności są rzędu $10^{-6} \div 10^{-5}$ m/N). Należy sądzić, że rezonanse te są zdeterminowane wpływem znacznej masy bloku betonowego stanowiska i niską sztywnością podparcia.

W przedziale częstości wymuszeń 20÷40 Hz zauważamy silny antyrezonans (moduły podatności rzędu 10^{-10} m/N) wszystkich głównych współczynników podatności (o jednakowych indeksach l_{j-j}). Antyrezonans ten jest zdeterminowany zjawiskiem wygaszania się drgań. Otóż drganie z taką częstością można potraktować jako superpozycje dwóch drgań: jednego nadrezonansowego (sterowanego przez niższą z częstości rezonansowych) i drugiego podrezonansowego (sterowanego przez wyższą z częstości rezonansowych). Przebieg pierwszego z nich jest opóźniony w stosunku do siły wymuszającej o kąt zbliżający się do π (w miarę wzrostu częstości wymuszenia), przebieg drugiego zaś jest opóźniony w stosunku do siły wymuszającej o kąt bliski 0. Przebiegi te są zatem prawie w przeciwfazie i częściowo znoszą się wzajemnie powodując wygaszenie drgań [8.8]÷[8.10], [8.12]. Obserwowany tu antyrezonans drgań „głównych" przy częstościach ok. 30÷40 Hz jest zatem skutkiem wzajemnego znoszenia się drgań pochodzących od niskoczęstotliwościowego rezonansu bloku betonowego i opon (5÷8 Hz), oraz od rezonansu konstrukcji stanowiska występującego przy ok. 100 Hz. Owo wygaszenie się drgań powoduje, że energia przekazywana układowi przez wzbudnik nie znajduje w tym miejscu ujścia (bo dana więź nie może się przemieszczać). Wzbudza zatem drgania w pozostałych więziach układu. Tłumaczy to fakt obserwowania antyrezonansu przy częstościach wymuszeń rzędu 30÷40 Hz jedynie w więziach głównych.

W przedziale 40÷90 Hz drgania poziome pozostają praktycznie na stałym poziomie (przy wymuszeniach poziomych są one rzędu 10^{-8} m/N, przy wymusze-

niach pionowych $10^{-10} \div 10^{-9}$ m/N, a nawet mniejsze). Przy częstości wymuszeń ok. 70÷72 Hz występuje rezonans drgań pionowych bez względu na miejsce przyłożenia siły. Główne moduły podatności pionowej są rzędu 10^{-8} m/N w rezonansie i ok. dziesięciokrotnie mniejsze poza rezonansem. Powyżej 90 Hz we wszystkich więziach występują lokalne rezonanse i antyrezonanse. Ogólnie wydaje się, że podatność całej konstrukcji wzrasta. Wzrost ten nie jest jednak równomierny we wszystkich więziach; lepiej się uwidacznia w kierunku poziomym dla łożysk dalej oddalonych od środka ciężkości stanowiska.

Analiza wyników pomiarów podatności na podstawie wykresów zamieszczonych w [8.8]÷[8.10], [8.12] dostarcza ciekawych spostrzeżeń. Zwracają uwagę niezwykle chaotyczne przebiegi charakterystyk fazowych. Oznaczać to może występowanie w układzie licznych rezonansów lokalnych, lecz także może wynikać z niewystarczającej dokładności przyrządów pomiarowych (zwłaszcza tam, gdzie wartość kąta fazowego dla sąsiednich częstości wymuszeń „skacze" od $-\pi$ do π). Występujące częste zmiany modułu podatności rzeczywiście mogą być lokalnymi rezonansami i antyrezonansami układu, ale mogą też wynikać z błędów przy pomiarze niewielkich amplitud drgań. Mogą też wreszcie wynikać z faktu, że rzeczywisty układ jest układem nieliniowym. Za tym ostatnim stwierdzeniem przemawia fakt, że nie wszystkie receptancje spełniają warunki symetrii układu (nie dotyczy to oczywiście receptancji „głównych").

Wyniki symulacji komputerowej

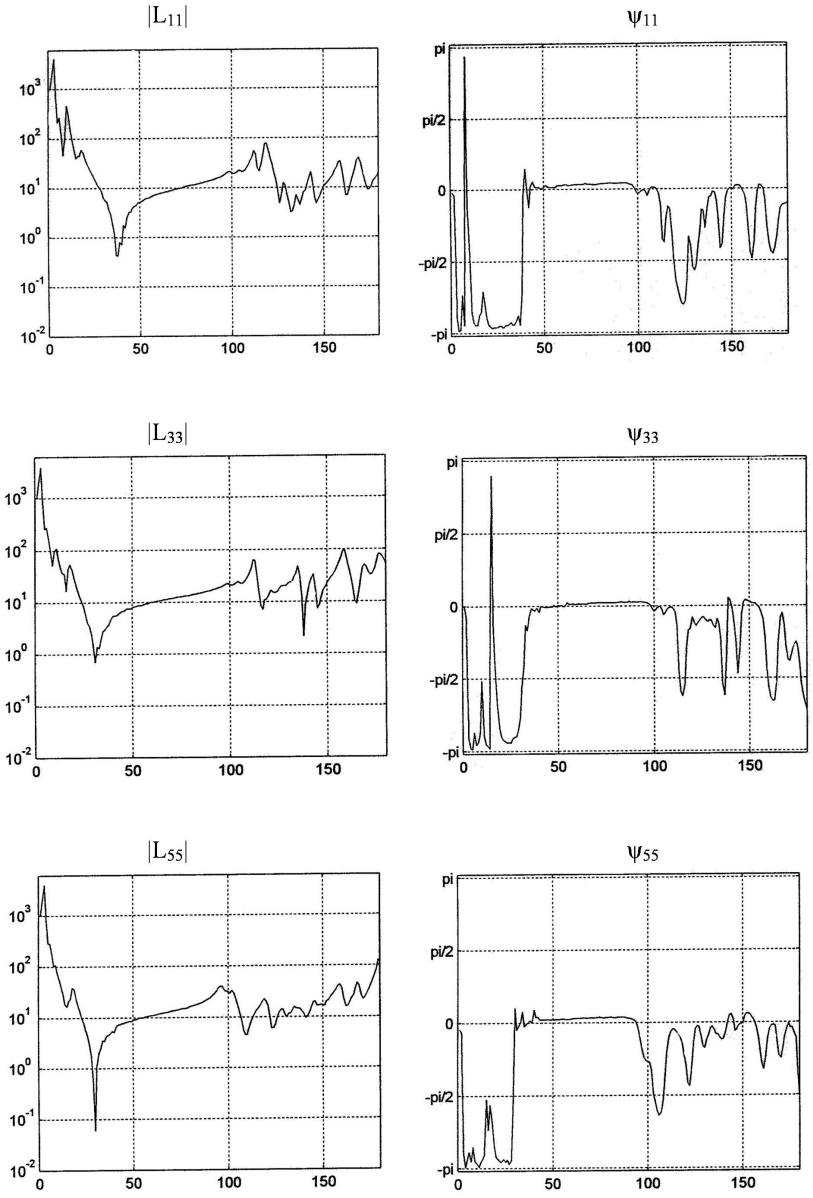
Wyniki symulacji komputerowej przedstawione zostały w formie wykresów charakterystyk podatnościowych i fazowych w funkcji częstości wymuszeń na rys. 8.8 – 8.9 oraz na rys. 8.10 – 8.12 w zestawieniu z wynikami pomiarów [8.9, 8.10, 8.14, 8.15].

Pierwszym wnioskiem jaki się nasuwa to duża rozbieżność wyników pomiarów i wyników obliczeń. Przyczyną tego stanu rzeczy są niewątpliwie ograniczenia modelu i założenia upraszczające o których wspominaliśmy wcześniej. Model teoretyczny praktycznie został odizolowany od całego układu i skupiony na samej ramie fundamentowej. Jest to więc model czysty strukturalnie i pozbawiony wielu niekorzystnych oddziaływań jakie zawiera obiekt rzeczywisty.

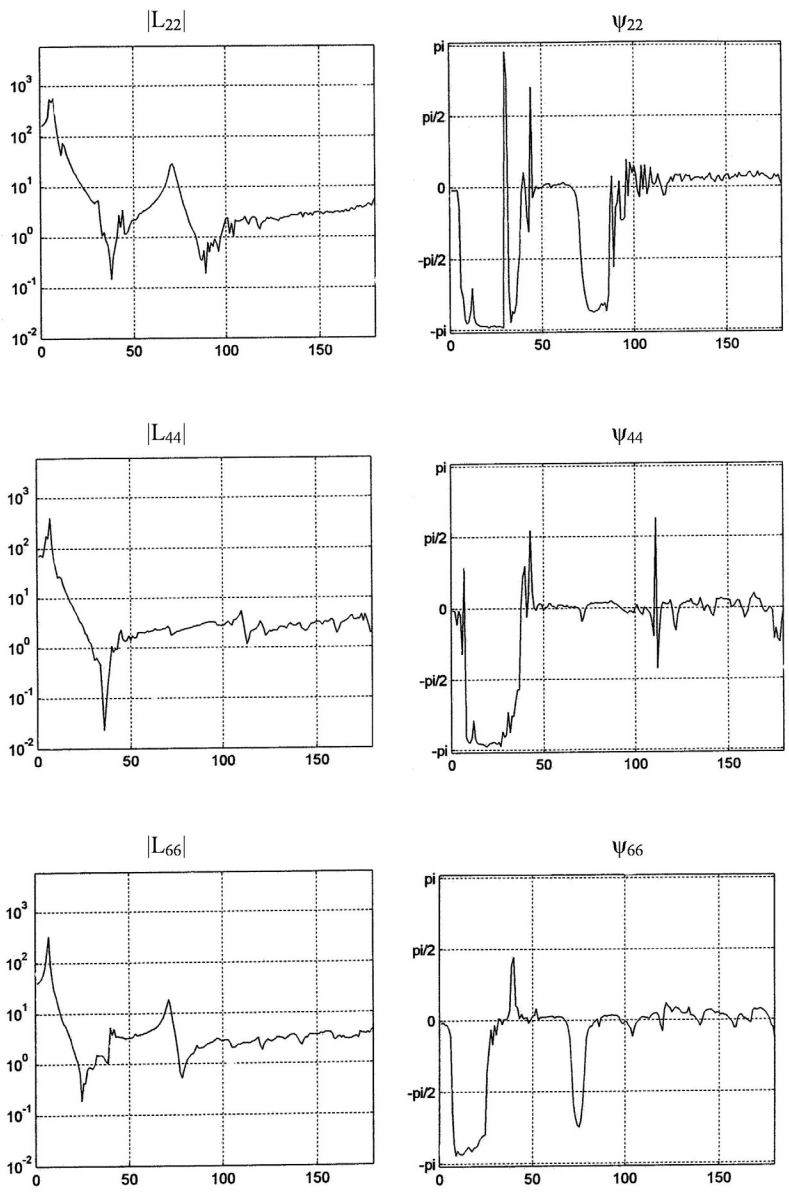
Drugi wniosek to drastycznie różny przebieg symulacyjnych wykresów podatnościowych w kierunku poziomym i pionowym. Ten fakt również wynika z przyjętych ograniczeń modelu. Według obliczeń cała konstrukcja ramy fundamentowej wykazuje dużą podatność w kierunku poziomym. W I rezonansie (ok. 64,0 Hz) możemy zaobserwować ok. dziesięciokrotny wzrost podatności (do ok. 10^{-7} m/N). Współczynniki poziome główne (l_{j-j}, indeksy nieparzyste) wykazują też antyrezonans w ok. 85÷90 Hz.

Zupełnie inaczej wyglądają charakterystyki podatności pionowej konstrukcji (rys. 8.9). W badanym zakresie częstości wymuszeń konstrukcja nie wykazuje żadnego rezonansu drgań pionowych przy wymuszeniach pionowych. Zwraca uwagę niska podatność pionowa układu (a więc duża sztywność) – główne moduły podatności pionowej osiągają wartości rzędu $10^{-11} \div 10^{-10}$ m/N.

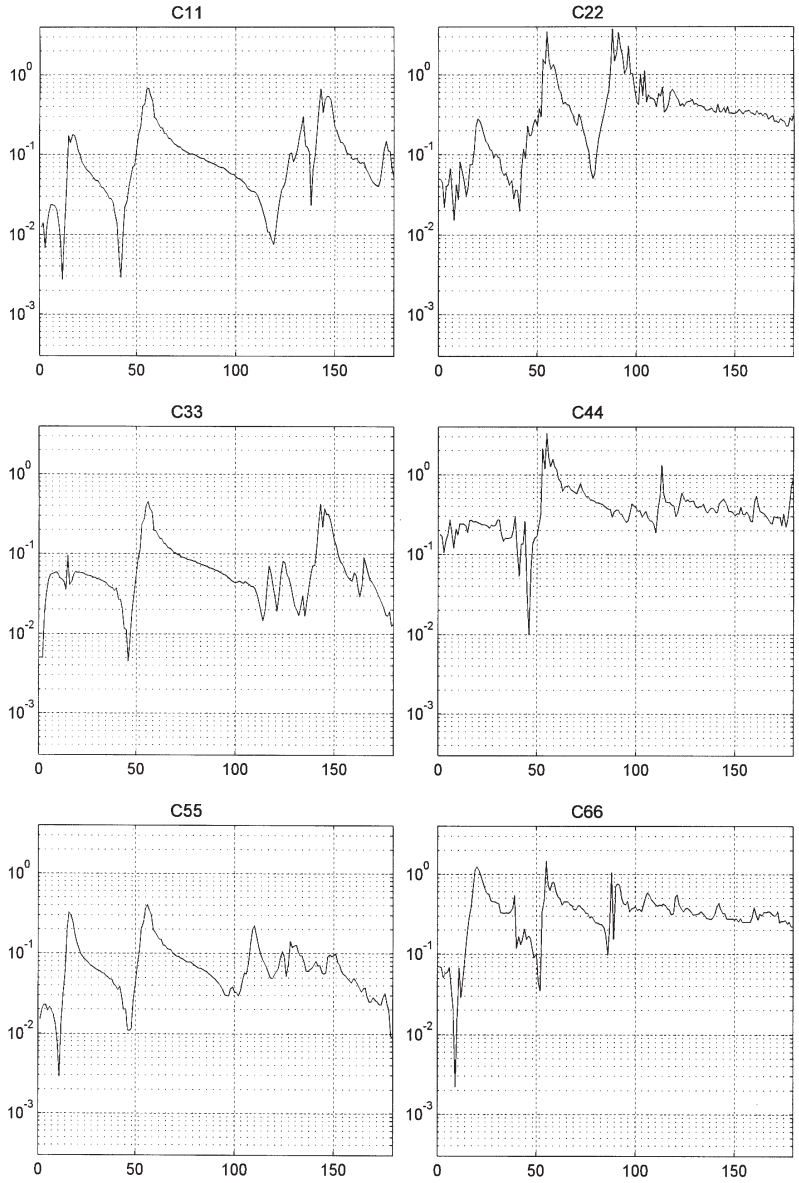
Trzeba jednak stwierdzić, że zarówno pomiary jak i obliczenia charakterystyk



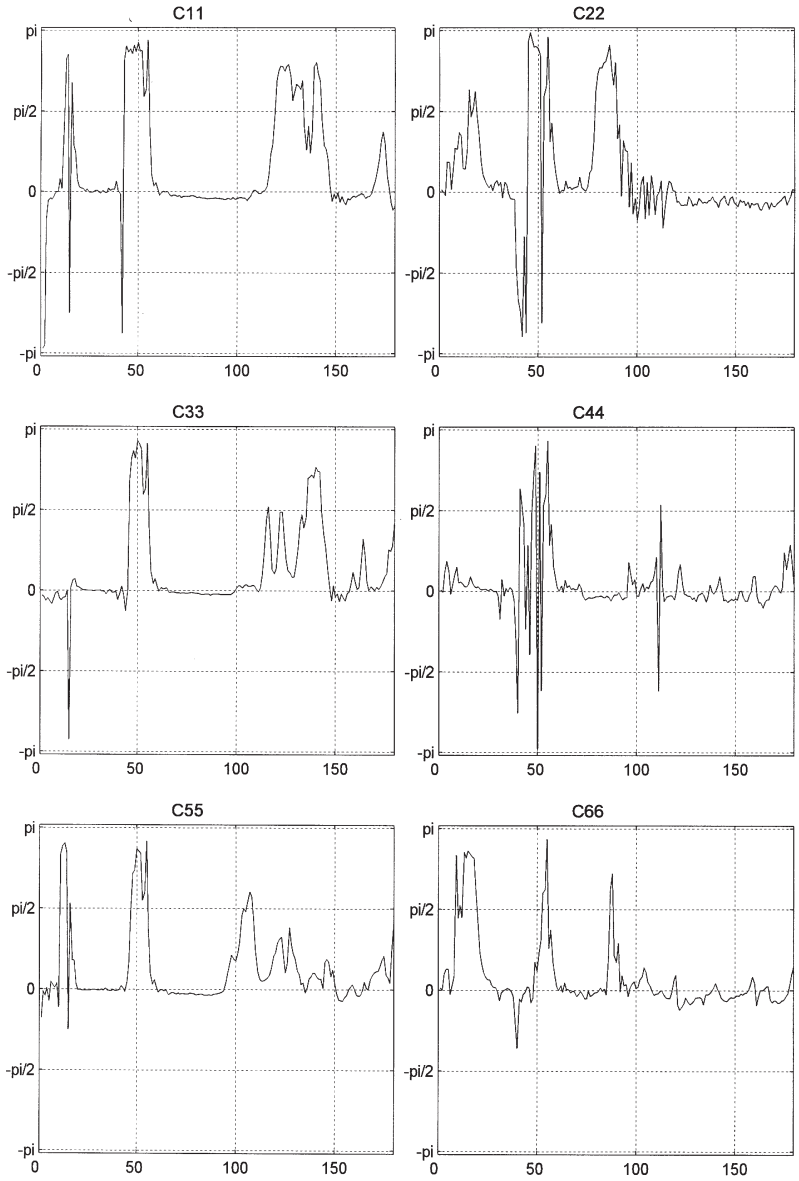
Rys. 8.4. Eksperymentalne charakterystyki podatnościowo-fazowe drgań poziomych – tylko dla współczynników głównych. $|L_{mn}|$ – moduł zespolonej podatności dynamicznej (oś X: częstość wymuszeń [Hz]; oś Y: moduł podatności [μm/kN]), ψ_{mn} – kąt fazowy (oś X: częstość wymuszeń [Hz]; oś Y: kąt fazowy [rad] [8.8]÷[8.10]



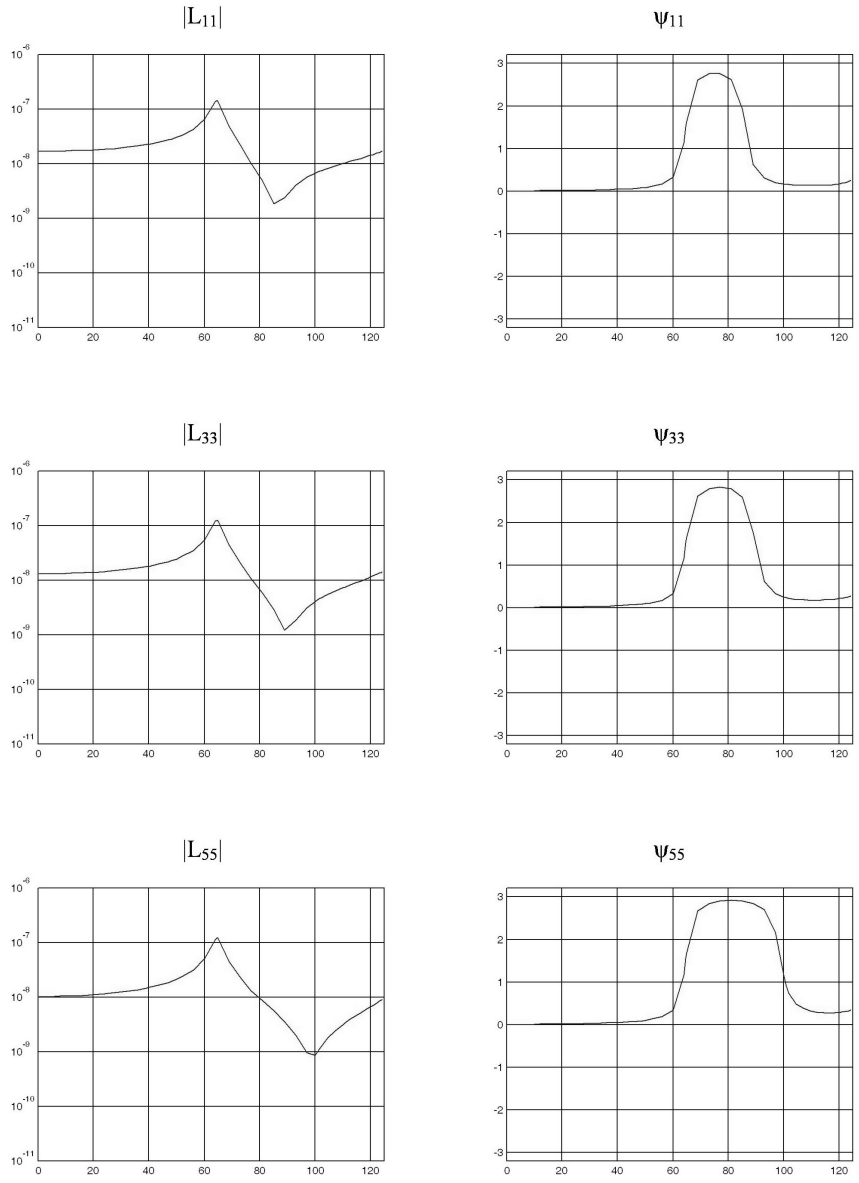
Rys. 8.5. Eksperymentalne charakterystyki podatnościowo-fazowe drgań pionowych – tylko dla współczynników głównych. $|L_{mn}|$ – moduł zespolonej podatności dynamicznej (oś X: częstość wymuszeń [Hz]; oś Y: moduł podatności [μm/kN]), ψ_{mn} – kąt fazowy (oś X: częstość wymuszeń [Hz]; oś Y: kąt fazowy [rad] [8.8]÷[8.10]



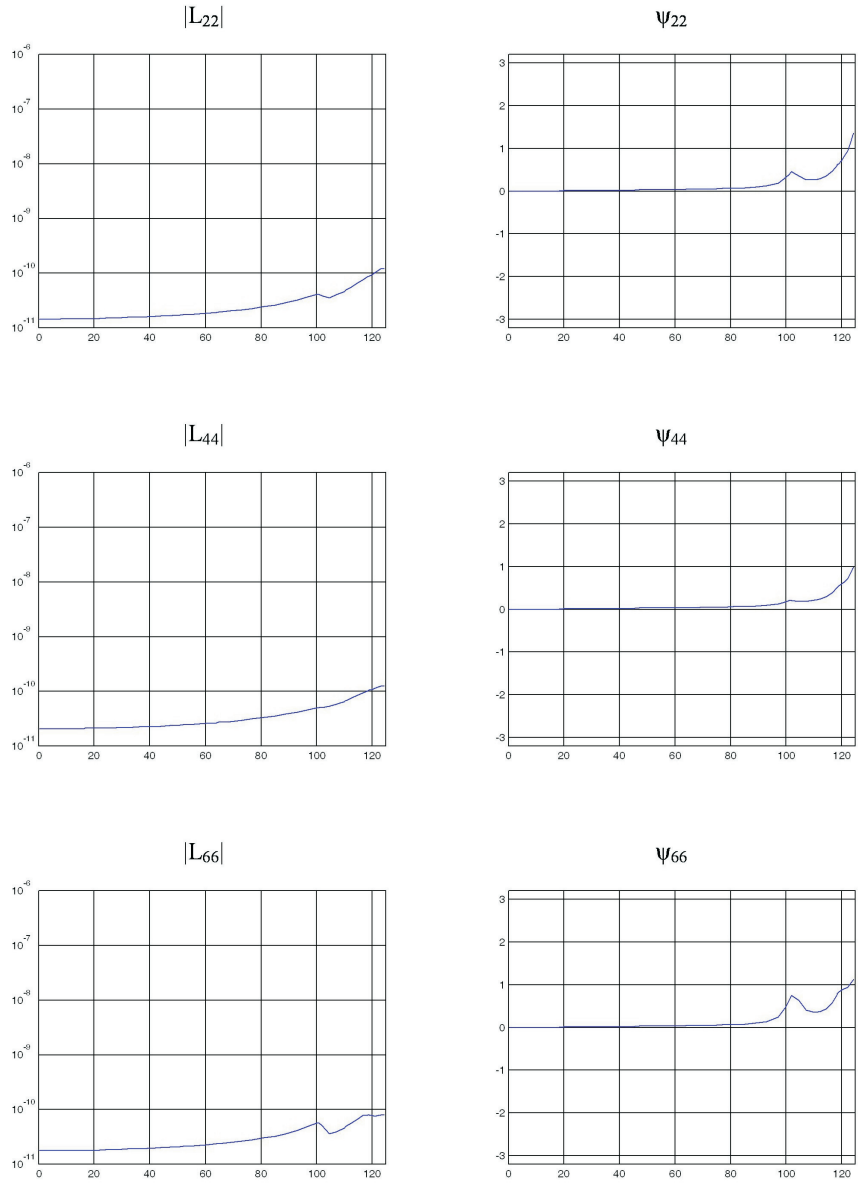
Rys. 8.6. Eksperymentalne wykresy modułów zespolonej sztywności – współczynniki główne. Osie pionowe: moduł sztywności $|c|$ [kN/μm], osie poziome: częstotliwość f [Hz] [8.8]÷[8.10]



Rys. 8.7. Eksperymentalne wykresy faz zespolonej sztywności – współczynniki główne. Osie pionowe: fazy sztywności $|\psi|$ [rad], osie poziome: częstotliwość f [Hz] [8.8]÷[8.10]

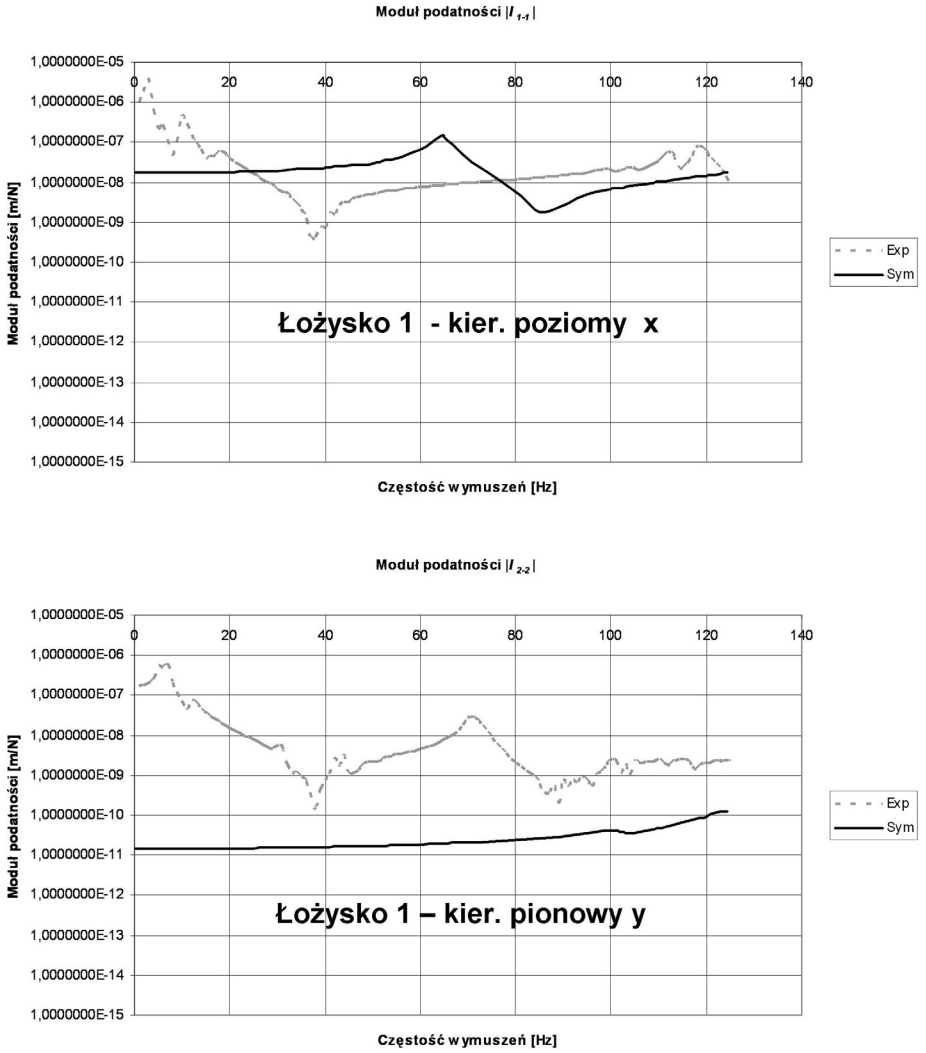


Rys. 8.8. Symulacyjne charakterystyki podatnościowo-fazowe drgań poziomych – tylko dla współczynników głównych. $|L_{mn}|$ – moduł zespolonej podatności dynamicznej(oś X: częstość wymuszeń [Hz]; oś Y: moduł podatności [m/N]),ψ_{mn} – kąt fazowy(oś X: częstość wymuszeń [Hz]; oś Y: kąt fazowy [rad] [8.9, 8.14, 8.15]



Rys. 8.9. Symulacyjne charakterystyki podatnościowo-fazowe drgań pionowych – tylko dla współczynników głównych. $|L_{mn}|$ – moduł zespolonej podatności dynamicznej(oś X: częstość wymuszeń [Hz]; oś Y: moduł podatności [m/N]),ψ_{mn} – kąt fazowy(oś X: częstość wymuszeń [Hz]; oś Y: kąt fazowy [rad] [8.9, 8.14, 8.15]

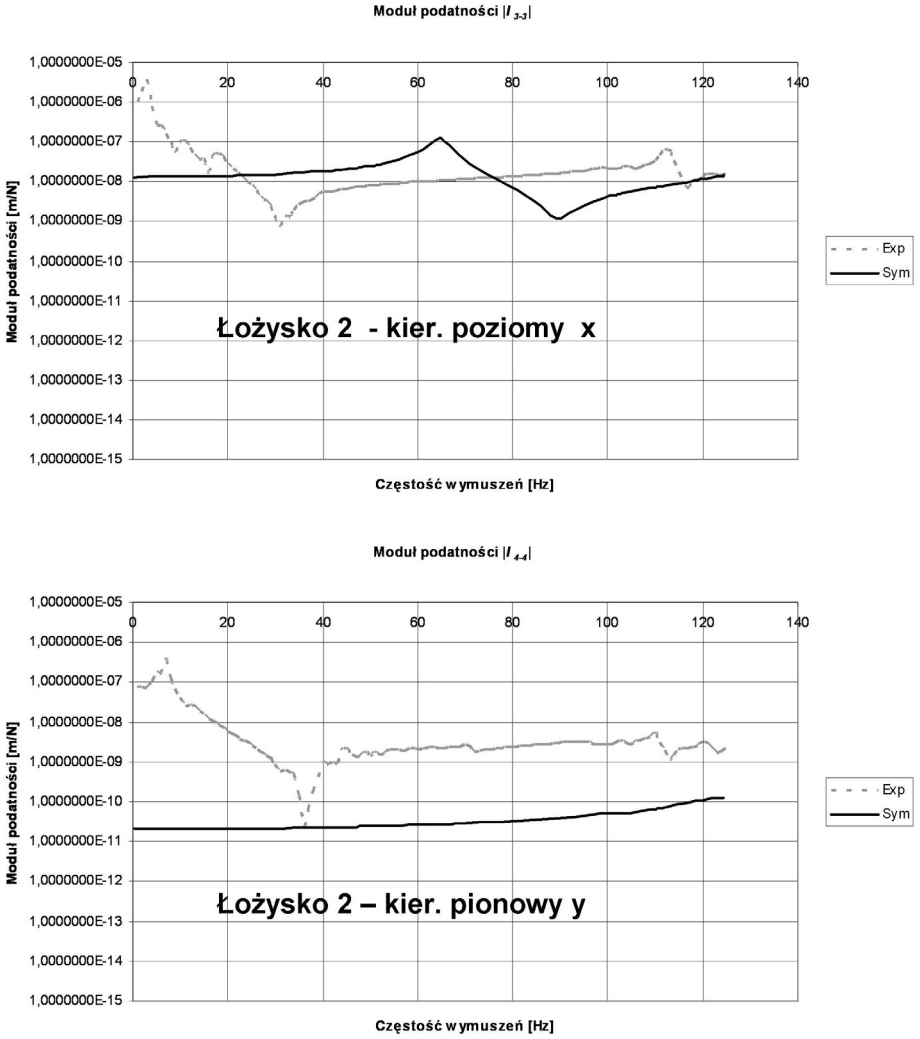
zespolonej podatności dynamicznej konstrukcji podpierającej należą do najtrudniejszych zagadnień w dynamice wirników i z reguły wyróżniają się dużą rozbieżnością wyników eksperymentalnych i teoretycznych.



Rys. 8.10. Porównanie modułów zespolonej podatności dynamicznej pomierzonych i obliczonych dla podpory łożyska 1 [8.9, 8.14, 8.15]

Analizując wyniki przedstawione na rys. 8.4 – 8.12 z punktu widzenia możliwości transformacji charakterystyk i zdefiniowania przedziałów adekwatności konstrukcji podpierającej (rozdział 1.4), musimy stwierdzić, iż procedura ta nie będzie

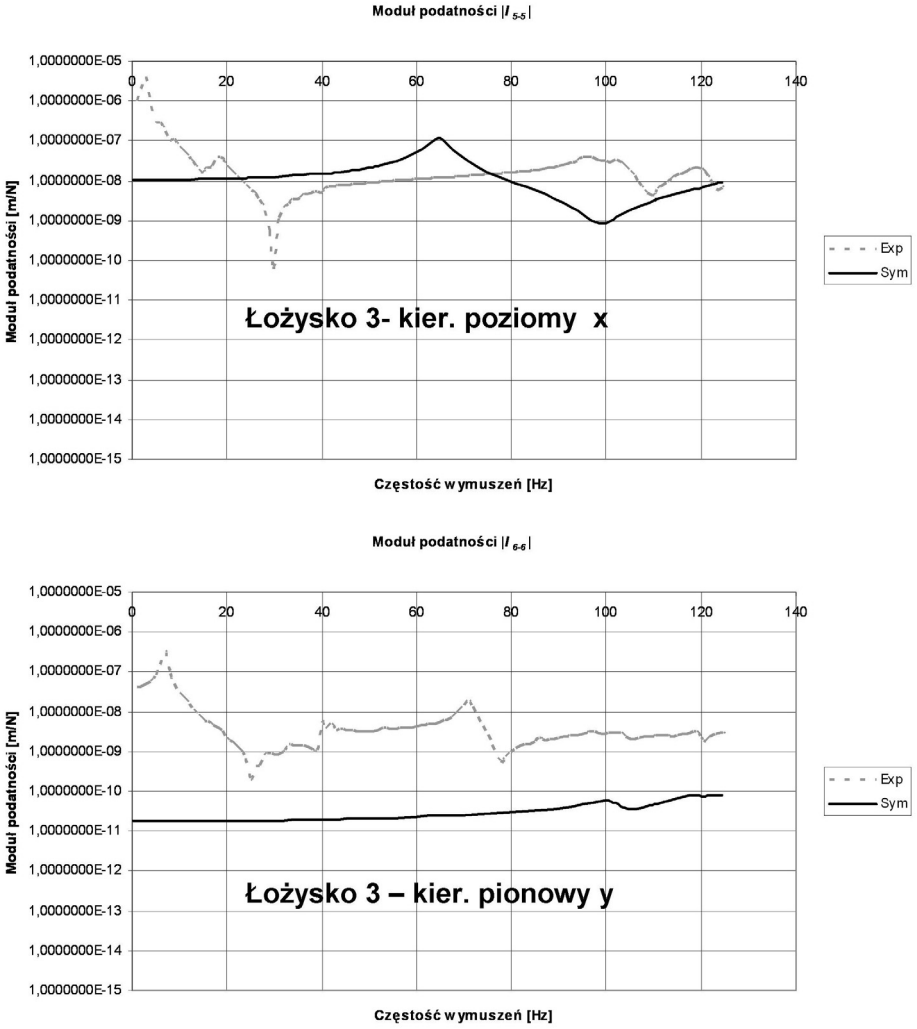
łatwa i jednoznaczna. Pomocna tu okazać się może analiza modalna.



Rys. 8.11. Porównanie modułów zespolonej podatności dynamicznej pomierzonych i obliczonych dla podpory łożyska 2 [8.9, 8.14, 8.15]

8.2.2 Teoretyczna i eksperymentalna analiza modalna

Model modalny ramy fundamentowej ułatwić może identyfikację przedziałów adekwatności charakterystyk masowo-sztywnościowo-tłumiących, które można otrzymać w wyniku transformacji zespolonych charakterystyk podatnościowych (roz-

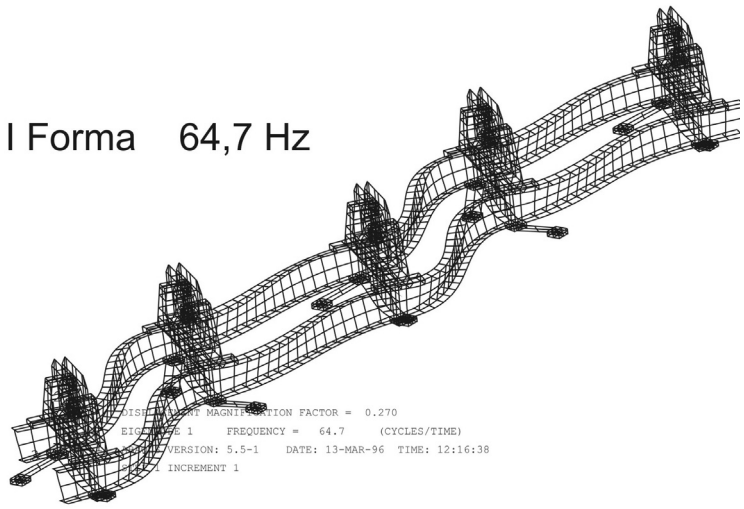


Rys. 8.12. Porównanie modułów zespolonej podatności dynamicznej pomierzonych i obliczonych dla podpory łożyska 3 [8.9, 8.14, 8.15]

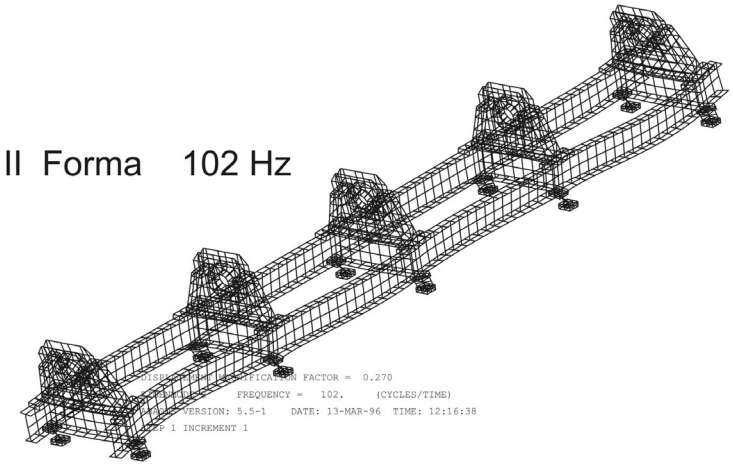
dział 1.4). Przeprowadźmy zatem taką analizę zanim przejdziemy do zagadnienia wyznaczania przedziałów adekwatności.

Dla modelu MES jak na rys. 8.3, przy zachowaniu wszystkich ograniczeń i założeń upraszczających jak w poprzednim podrozdziale, obliczone zostały częstości i formy drgań własnych przedstawione na rys. 8.13÷8.17 i w tabeli 8.1.

Ograniczono się do pierwszych pięciu częstości własnych leżących w zakresie do ok. 125 Hz, co wobec zakresu bezpiecznej pracy stanowiska (do ok. 85 Hz) wydaje



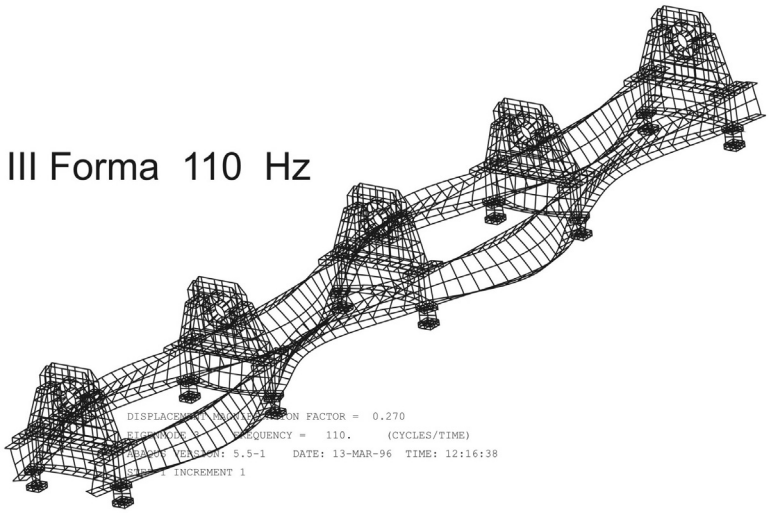
Rys. 8.13. Teoretyczna analiza modalna ramy fundamentowej – I forma drgań własnych [8.14, 8.15]



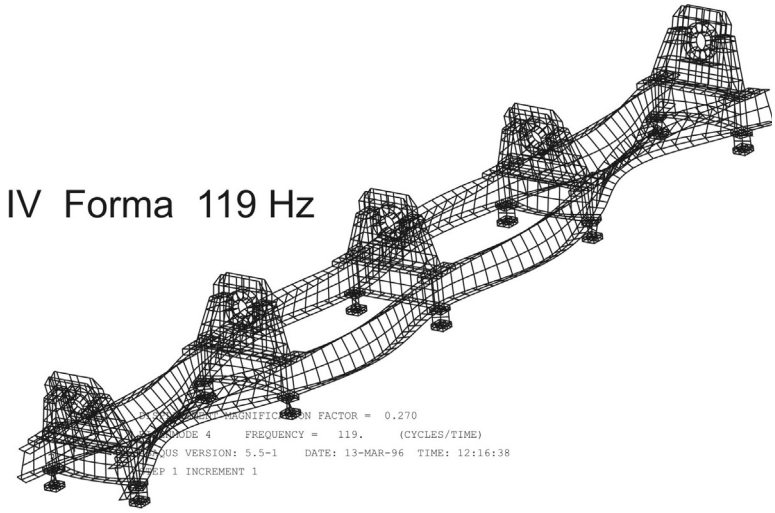
Rys. 8.14. Teoretyczna analiza modalna ramy fundamentowej – II forma drgań własnych [8.14, 8.15]

się być wystarczające. Poza tym z reguły najniższe formy własne są „najsilniejsze" i mają największy udział w drganiach konstrukcji. Wyższe formy własne (dla wyższych częstości) są zazwyczaj „słabsze".

Na szczególną uwagę zasługuje I częstość własna konstrukcji ramy fundamen-

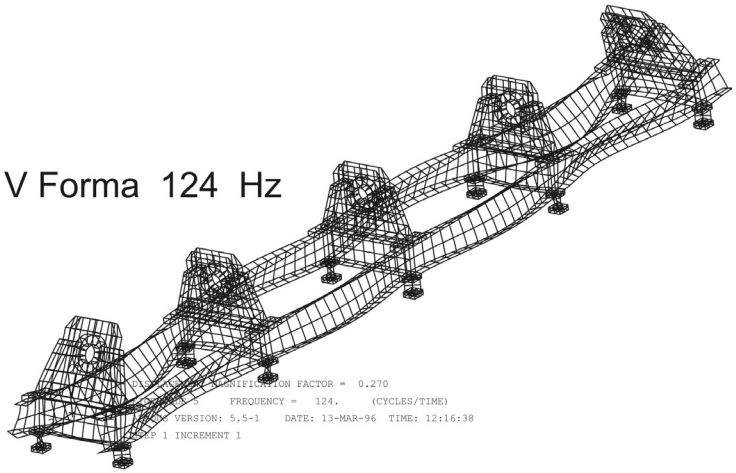


Rys. 8.15. Teoretyczna analiza modalna ramy fundamentowej – III forma drgań własnych [8.14, 8.15]



Rys. 8.16. Teoretyczna analiza modalna ramy fundamentowej – IV forma drgań własnych [8.14, 8.15]

towej, występująca przy 64,7 Hz, a więc w zakresie częstości pracy stanowiska. Odpowiadająca jej forma drgań to poziome wychylenia stojaków łożysk w płasz-



Rys. 8.17. Teoretyczna analiza modalna ramy fundamentowej – V forma drgań własnych [8.14, 8.15]

Tabela 8.1. Drgania własne ramy fundamentowej

Nr formy własnej	Częstość [Hz]	Opis
I	64,7	drgania poprzeczne stojaków łożysk
II	102	drgania wzdłużne całej ramy
III	110	drgania podłużnic ramy
IV	119	drgania podłużnic ramy połączone ze wzdłużnym „kiwaniem się" stojaków łożysk
V	124	jak wyżej, lecz w innej fazie

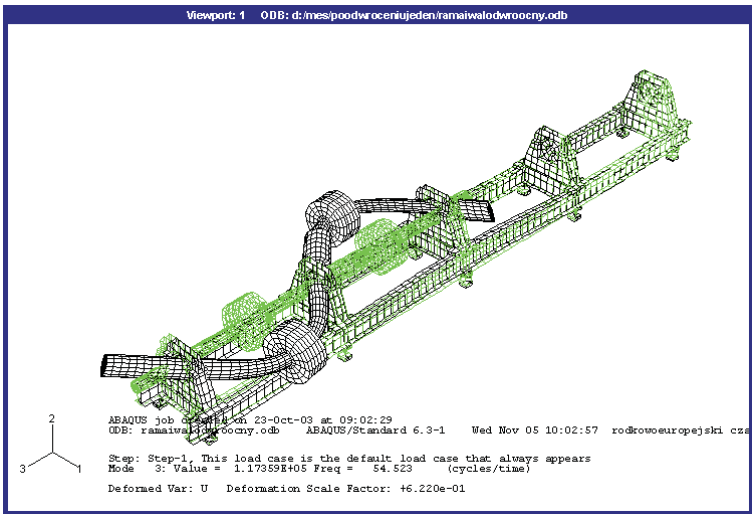
czyźnie prostopadłej do osi wirnika, połączone z ich obracaniem i zginaniem belek wzdłużnych ramy. Spodziewać się zatem należy dużej podatności łożysk w płaszczyźnie poziomej, co jak wiemy znalazło potwierdzenie w rozważaniach dotyczących symulacyjnego wyznaczania charakterystyk podatności dynamicznej (patrz: poprzedni rozdział).

Teoretyczna analiza modalna ramy z uwzględnieniem wirnika

W dotychczasowych rozważaniach analizowaliśmy ramę fundamentową bez wirnika. Jest to postępowanie zgodne z zależnościami wyprowadzonymi w rozdziale 1. Z drugiej jednak strony obecność wirnika zwiększa masę elementów drgających układu i w pewien sposób wpływa na model modalny samej ramy. Celem oszacowania tego rodzaju błędów przeprowadzone zostały stosowne obliczenia, przy czym

pominięty został wpływ filmu olejowego a panwie łożyskowe zostały przytwierdzone sztywno do ramy w kilku punktach na obwodzie. Wyniki obliczeń wybranych postaci modalnych przedstawiają rys. 8.18÷8.22.

Zwraca uwagę znacznie większa ilość postaci modalnych oraz formy i częstości związane głównie z wirnikiem. Niemniej jednak można zauważyć tu podobieństwo I formy drgań samej ramy o częstości 64,7 Hz – rys. 8.13 z V formą drgań ramy z wirnikiem o częstości 58,5 Hz – rys. 8.19, podobnie jak III formy z rys. 8.15 z IX formą z rys. 8.21. Jak widać, różnice w częstościach drgań własnych odpowiadających sobie postaci w obu przypadkach są niewielkie.

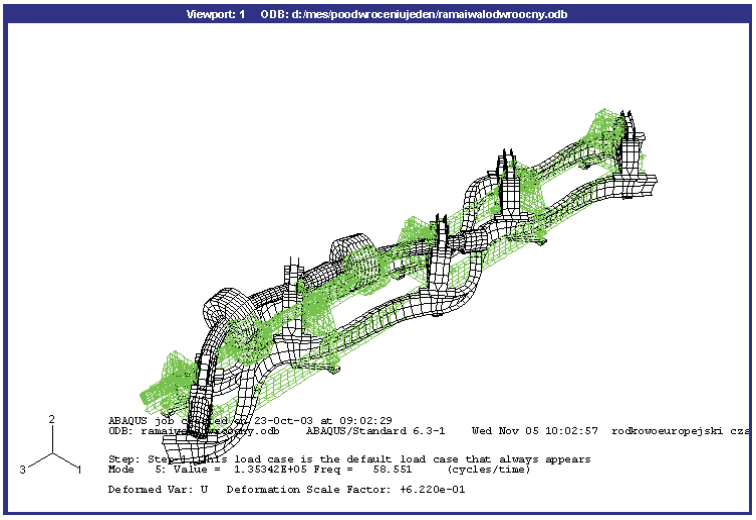


Rys. 8.18. Teoretyczna analiza modalna ramy fundamentowej z wirnikiem. III forma drgań własnych o częstości 54,5 Hz [8.18, 8.22]

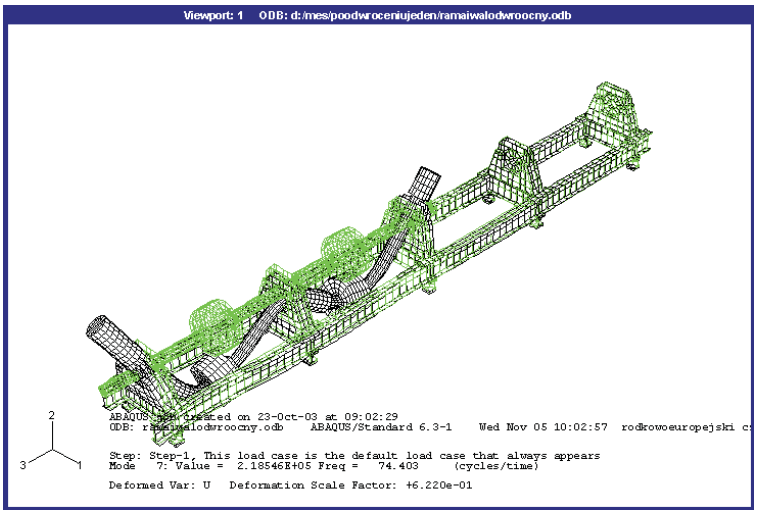
Eksperymentalna analiza modalna ramy fundamentowej z wirnikiem

Badania polegały na wykonaniu testu impulsowego przy wykorzystaniu dwóch trójosiowych piezoelektrycznych czujników drgań i analizatora SCADAS-III firmy LMS. Wyniki pomiarów zostały opracowane przy pomocy nowego oprogramowania Test.Lab PolyMAX Modal Analysis. Oprogramowanie, to podobnie jak jego poprzednik CADA-X, posiada architekturę modułową i można do głównego programu dołączać specjalizowane moduły służące określonym celom. Jednym z nich jest wymieniony PolyMAX realizujący estymację parametrów modelu modalnego w dziedzinie częstości. Oprogramowanie Test.Lab umożliwia wykorzystanie danych pomiarowych zgromadzonych podczas testu w płaszczyźnie poziomej i pionowej jako jednego zestawu danych do dalszej analizy.

Dla tak określonych wartości częstości drgań własnych i odpowiadającym im



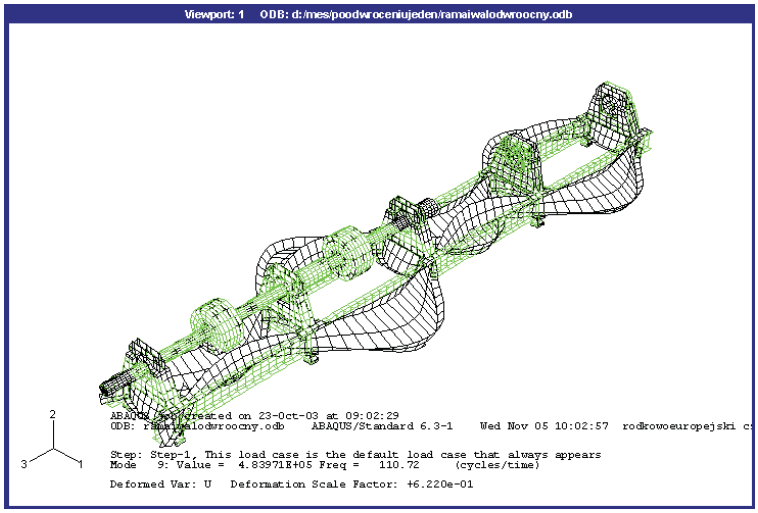
Rys. 8.19. Teoretyczna analiza modalna ramy fundamentowej z wirnikiem. V forma drgań własnych o częstości 58,5 Hz [8.18, 8.22]



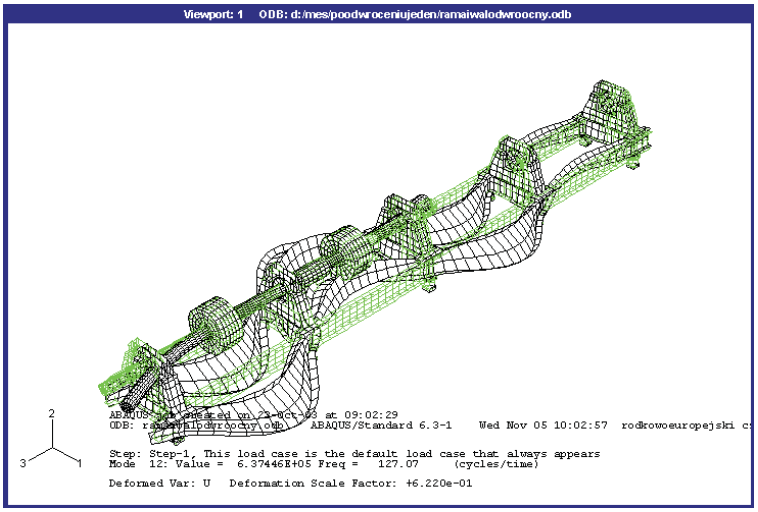
Rys. 8.20. Teoretyczna analiza modalna ramy fundamentowej z wirnikiem. VII forma drgań własnych o częstości 74,4 Hz [8.18, 8.22]

wartości tłumienia sporządzono wykresy form drgań własnych. Form tych otrzymano bardzo dużo, co jest uzasadnione złożonością obiektu rzeczywistego. Niektóre z tych wykresów przedstawiają rys. 8.23÷8.28.

Również i w tym przypadku łatwo możemy się dopatrzeć zgodności odpowia-

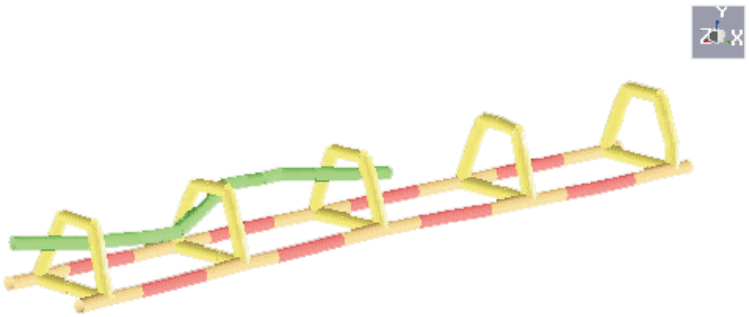


Rys. 8.21. Teoretyczna analiza modalna ramy fundamentowej z wirnikiem. IX forma drgań własnych o częstości 110,7 Hz [8.18, 8.22]

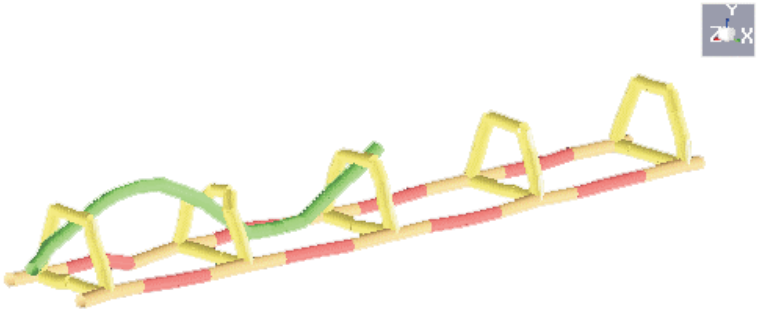


Rys. 8.22. Teoretyczna analiza modalna ramy fundamentowej z wirnikiem. III forma drgań własnych o częstości 127 Hz [8.18, 8.22]

dających sobie form porównując np. obliczoną formę drgań z rys. 8.18 o częstości 54,5 Hz z formą pomierzoną z rys. 8.23 o częstości 53,2 Hz lub z rys. 8.24 o częstości 57 Hz. Podobieństw tych jest więcej. Badania eksperymentalne potwierdziły więc z wystarczającą dokładnością wyniki analizy teoretycznej.



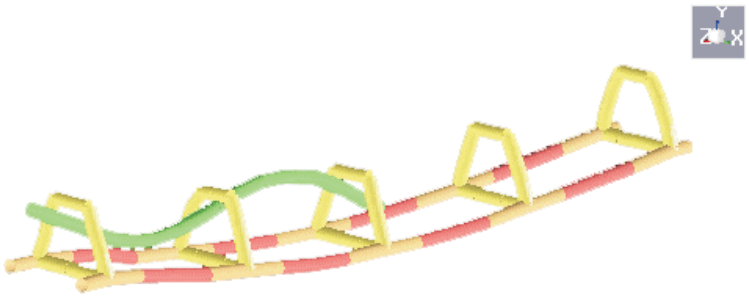
Rys. 8.23. Eksperymentalna analiza modalna. I postać drgań własnych o częstości 53,2 Hz [8.20]÷[8.22]



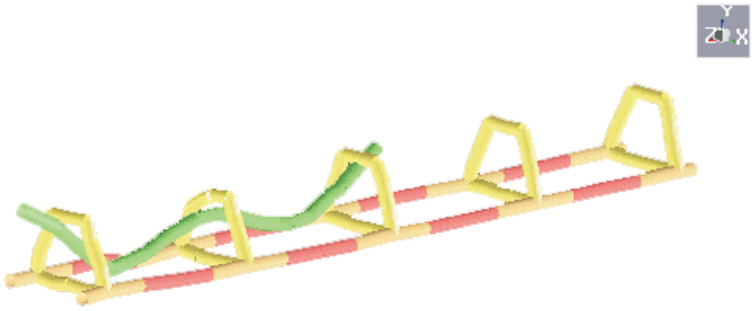
Rys. 8.24. Eksperymentalna analiza modalna. II postać drgań własnych o częstości 58 Hz [8.20]÷[8.22]

Generalnie można stwierdzić, że różnice pomiędzy pomiarami i obliczeniami teoretycznymi, jeśli chodzi o określenie częstości drgań własnych odpowiadających sobie głównych form układu, są zdecydowanie mniejsze niż w przypadku budowy wykresów podatności dynamicznej.

Podsumowując dotychczasowe rozważania dotyczące analizy modalnej ramy fundamentowej, z uwagi na niewielką rozbieżność częstości drgań własnych policzonych dla układu bez wirnika i z wirnikiem oraz pomierzonych eksperymentalnie, do dalszych rozważań przyjęte zostaną częstości teoretyczne określone dla ramy bez wirnika, czyli zgodne z rys. 8.13÷8.17 i tabelą 8.1.



Rys. 8.25. Eksperymentalna analiza modalna. IV postać drgań własnych o częstości 73 Hz [8.20]÷[8.22]

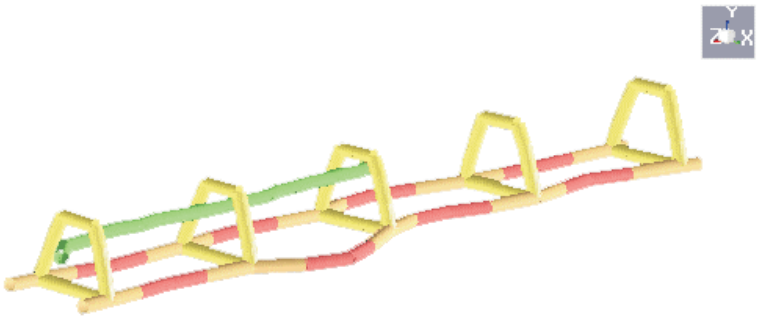


Rys. 8.26. Eksperymentalna analiza modalna. V postać drgań własnych o częstości 76,5 Hz [8.20]÷[8.22]

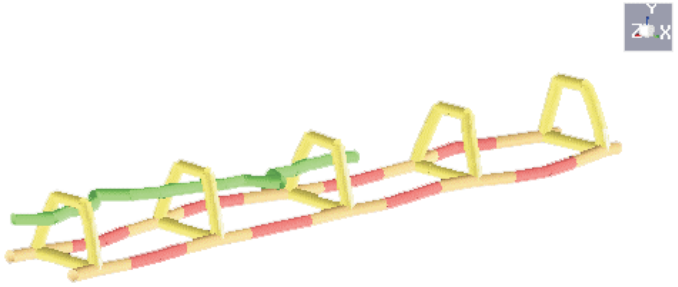
8.2.3 Określenie przedziałów adekwatności

Zgodnie z rozważaniami w rozdziale 1 w wyniku odwrócenia macierzy zespolonej podatności dynamicznej $\mathbf{L}(\omega)$ otrzymujemy macierz zespolonej sztywności dynamicznej $\mathbf{K}(\omega)$. Stanowi ona liniową, zespoloną kombinację rzeczywistych charakterystyk masowo-sztywnościowo-tłumiących. Rozwikłanie tej kombinacji do postaci charakterystyk rzeczywistych niezbędnych w systemie MESWIR wymaga zastosowania jednej z metod transformacji (rozdział 1.4), a to oznacza uprzednie zdefiniowanie przedziałów częstotliwości (początkowej ω_{pocz} i końcowej ω_{konc}) dla których transformacja taka będzie przeprowadzana. Przedziały takie określiliśmy mianem przedziałów adekwatności.

Pierwszą zasadniczą kwestią jaką musimy rozstrzygnąć jest przyjęcie charak-



Rys. 8.27. Eksperymentalna analiza modalna. IX postać drgań własnych o częstości 113,5 Hz [8.20]÷[8.22]



Rys. 8.28. Eksperymentalna analiza modalna. XI postać drgań własnych o częstości 120,2 Hz [8.20]÷[8.22]

terystyk $\mathbf{L}(\omega)$ właściwych do dalszych badań. W naszym przypadku chodzi tu o decyzję, czy punktem wyjścia mają być charakterystyki eksperymentalne czy też obliczone drogą analizy komputerowej. Jak pamiętamy, rozbieżności wyników w obu tych przypadkach były znaczne (rys. 8.10÷8.12). Wyjaśniliśmy też przyczyny tych rozbieżności.

Dla dalszych rozważań związanych z oceną wpływu nowej, zaproponowanej w tej monografii metodologii obliczeń nieliniowych (rozdział 1.5), a zwłaszcza koncepcji funkcji wagowych opartej na przedziałach adekwatności, przyjęcie modelu „czystego strukturalnie" o bardziej prostych i jednoznacznych charakterystykach podatnościowych wydaje się być uzasadnione. Zbyt duża ilość rezonansów i antyrezonansów występujących w charakterystykach uzyskanych drogą eksperymentalną niewątpliwie utrudnia proces oceny wpływu nowej metodologii obliczeń. Załóżmy

zatem, że naszym celem głównym pozostanie na razie tego typu ocena, co oznacza, że model teoretyczny samej ramy fundamentowej, odizolowanej od reszty stanowiska, stanowi wystarczającą podstawę do dalszych rozważań.

Przyjęcie powyższego założenia oznacza, że przedziały adekwatności określać będziemy głównie w oparciu o wyniki analizy komputerowej przedstawione na rys. 8.8÷8.17. Przebiegi eksperymentalne stanowić tu będą jedynie przesłankę pomocniczą (rys. 8.10÷8.12).

Najbardziej naturalną procedurą w określaniu przedziałów adekwatności jest ich dobór na podstawie występujących rezonansów i antyrezonansów w charakterystykach podatnościowych oraz na podstawie częstości drgań własnych uzyskanych drogą analizy modalnej. Przyjmując taki sposób postępowania oraz analizując przebiegi na rys. 8.8÷8.17 zaproponowane zostały przedziały adekwatności dla każdego kierunku (poziomy: indeksy kierunku nieparzyste, pionowy: indeksy kierunków parzyste. Dla tak określonych przedziałów, przyjmując metodę transformacji charakterystyk dla dwóch częstości wzbudzania (rozdział 1.4.2), obliczone zostały rzeczywiste wartości mas i sztywności dla każdego kierunku. Wyniki obliczeń przedstawia tabela 8.2 i rys. 8.29. Dla każdego przedziału wartości mas i sztywności są stałe. Jak łatwo można zauważyć, różnice w zakresach tych przedziałów dla poszczególnych kierunków są niewielkie. Oznacza to możliwość ich ujednolicenia. Propozycję taką przedstawia rys. 8.30. Tabela 8.3 przedstawia wartości współczynników sztywności dla trzech podpór łożyskowych (dla kierunku poziomego i pionowego) dla ujednoliconych przedziałów adekwatności.

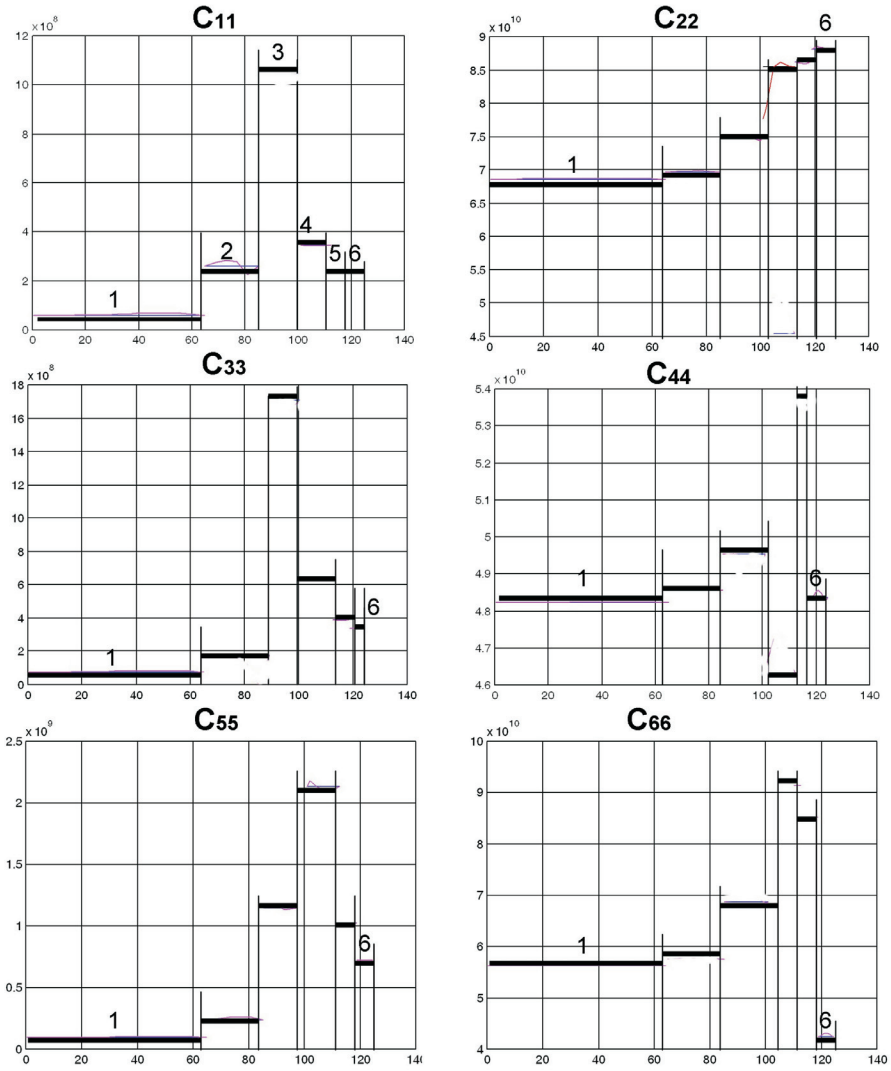
Wyniki zamieszczone na rys. 8.30 i w tabeli 8.3 stanowić mogą końcowy rezultat identyfikacji konstrukcji podpierającej przyjętego obiektu.

Tabela 8.2. Przedziały adekwatności oraz odpowiadające im wartości mas i sztywności [8.14]÷[8.16]

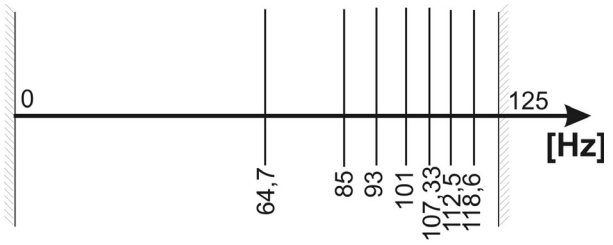
Przedział 1					
nr kier.	ω_{pocz} [Hz]	ω_{konc} [Hz]	M_{mn} [kg]	C_{mn} [N/m]	Nr łożyska
11	0,2	64,75	$3{,}5218 \cdot 10^{2}$	$5{,}8751 \cdot 10^{7}$	Ł1
22	0,2	64,75	$1{,}0514 \cdot 10^{5}$	$6{,}8643 \cdot 10^{10}$	Ł1
33	0,2	64,75	$4{,}5420 \cdot 10^{2}$	$7{,}5591 \cdot 10^{7}$	Ł2
44	0,2	64,75	$6{,}9497 \cdot 10^{4}$	$4{,}8223 \cdot 10^{10}$	Ł2
55	0,2	64,75	$5{,}8207 \cdot 10^{2}$	$9{,}6584 \cdot 10^{7}$	Ł3
66	0,2	64,75	$8{,}7519 \cdot 10^{4}$	$5{,}6184 \cdot 10^{10}$	Ł3

Przedział 2					
nr kier	ω_{pocz} [Hz]	ω_{konc} r [Hz]	M_{mn} [kg]	C_{mn} [N/m]	
11	64,75	85	$1{,}5654 \cdot 10^{3}$	$2{,}5956 \cdot 10^{8}$	Ł1
22	64,75	85	$1{,}1157 \cdot 10^{5}$	$6{,}9707 \cdot 10^{10}$	Ł1
33	64,75	89	$1{,}0608 \cdot 10^{3}$	$1{,}7600 \cdot 10^{8}$	Ł2
44	64,75	85	$7{,}1453 \cdot 10^{4}$	$4{,}8546 \cdot 10^{10}$	Ł2
55	64,75	85	$1{,}4423 \cdot 10^{3}$	$2{,}3896 \cdot 10^{8}$	Ł3
66	6475	85	$9{,}5898 \cdot 10^{4}$	$5{,}7571 \cdot 10^{10}$	Ł3
Przedział 3					
nr kier	ω_{pocz} [Hz]	ω_{konc} [Hz]	M_{mn} [kg]	C_{mn} [N/m]	Nr łożyska
11	89	101	$2{,}2489 \cdot 10^{3}$	$1{,}0451 \cdot 10^{9}$	Ł1
22	85	101	$1{,}3040 \cdot 10^{5}$	$7{,}5079 \cdot 10^{10}$	Ł1
33	93	101	$3{,}6866 \cdot 10^{3}$	$1{,}7060 \cdot 10^{9}$	Ł2
44	85	101	$7{,}4898 \cdot 10^{4}$	$4{,}9529 \cdot 10^{10}$	Ł2
55	85	97	$4{,}6278 \cdot 10^{3}$	$1{,}1476 \cdot 10^{9}$	Ł3
66	85	101	$1{,}3471 \cdot 10^{5}$	$6{,}8641 \cdot 10^{10}$	Ł3
Przedział 4					
nr kier	ω_{pocz} [Hz]	ω_{konc} [Hz]	M_{mn} [kg]	C_{mn} [N/m]	Nr łożyska
11	101	112,5	$5{,}1492 \cdot 10^{2}$	$3{,}4678 \cdot 10^{8}$	Ł1
22	104,67 *101*	112,5 *112,5*	$1{,}3686 \cdot 10^{5}$ $5{,}6686 \cdot 10^{4}$	$8{,}5449 \cdot 10^{10}$ $4{,}5392 \cdot 10^{10}$	Ł1
33	101	112,5	$1{,}0359 \cdot 10^{3}$	$6{,}3853 \cdot 10^{8}$	Ł2
44	101	112,5	$6{,}6855 \cdot 10^{4}$	$4{,}6290 \cdot 10^{10}$	Ł2
55	101	112,5	$3{,}7852 \cdot 10^{3}$	$2{,}1362 \cdot 10^{9}$	Ł3
66	107,33	112,5	$1{,}4988 \cdot 10^{5}$	$9{,}1350 \cdot 10^{10}$	Ł3
Przedział 5					
nr kier	ω_{pocz} [Hz]	ω_{konc} [Hz]	M_{mn} [kg]	C_{mn} [N/m]	Nr łożyska
11	112,5	118,62	$3{,}1140 \cdot 10^{2}$	$2{,}4509 \cdot 10^{8}$	Ł1
22	112,5	118,62	$1{,}3845 \cdot 10^{5}$	$8{,}6247 \cdot 10^{10}$	Ł1
33	112,5	118,62	$5{,}3719 \cdot 10^{2}$	$3{,}8935 \cdot 10^{8}$	Ł2
44	112,5	118,62	$8{,}1664 \cdot 10^{4}$	$5{,}3689 \cdot 10^{10}$	Ł2
55	112,5	118,62	$1{,}5607 \cdot 10^{3}$	$1{,}0247 \cdot 10^{9}$	Ł3
66	112,5	118,62	$1{,}3767 \cdot 10^{5}$	$8{,}5249 \cdot 10^{10}$	Ł3
Przedział 6					
nr kier	ω_{pocz} [Hz]	ω_{konc} [Hz]	M_{mn} [kg]	C_{mn} [N/m]	Nr łożyska
11	118,62	124,25	$2{,}8568 \cdot 10^{2}$	$2{,}3080 \cdot 10^{8}$	Ł1
22	118,62	124,25	$1{,}4176 \cdot 10^{5}$	$8{,}8083 \cdot 10^{10}$	Ł1
33	118,62	124,25	$4{,}4692 \cdot 10^{2}$	$3{,}3920 \cdot 10^{8}$	Ł2
44	118,62	124,25	$7{,}2059 \cdot 10^{4}$	$4{,}8354 \cdot 10^{10}$	Ł2
55	118,62	124,25	$1{,}0219 \cdot 10^{3}$	$7{,}2543 \cdot 10^{8}$	Ł3
66	118,62	124,25	$6{,}0628 \cdot 10^{4}$	$4{,}2450 \cdot 10^{10}$	Ł3

W dotychczasowych rozważaniach pomijaliśmy kwestię tłumienia. Otóż tłumienie $\mathbf{D}_{mn}(\omega)$ jest wyznaczane z macierzy sztywności dynamicznej $\mathbf{K}(\omega)$ w sposób jednoznaczny (roz. 1.3). Zatem dobór adekwatnego tłumienia układu nie stanowi tak złożonego problemu, jak dobór adekwatnych charakterystyk masowo-sztywnościowych.



Rys. 8.29. Sztywność rzeczywista w kierunku poziomym (indeksy nieparzyste) i pionowym (indeksy parzyste) ramy fundamentowej obliczona dla przyjętych przedziałów adekwatności. Skala każdego rysunku jest inna celem wyraźniejszego zilustrowania przedziałów adekwatności. Dokładne wartości sztywności podane są w tab. 8.2

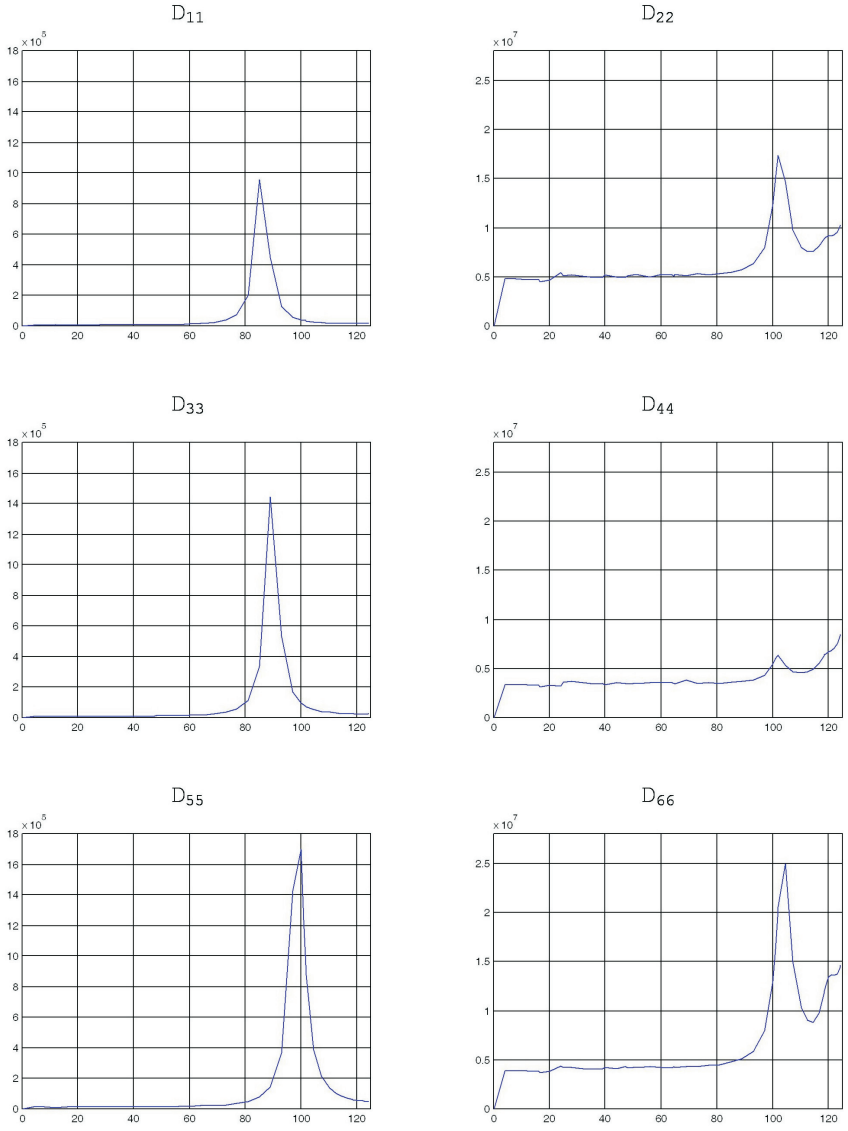


Rys. 8.30. Ujednolicone dla wszystkich kierunków przedziały adekwatności

Tabela 8.3. Wyniki identyfikacji konstrukcji podpierającej wirnika trójpodporowego. Wartości współczynników sztywności dla ujednoliconych przedziałów adekwatności [8.3]÷[8.6]

PRZEDZIAŁ ADEKWATNOŚCI Hz	$\mathbf{C}_{11,33,55}$ Kierunek poziomy	$\mathbf{C}_{22,44,66}$ Kierunek pionowy
$< 0,0\,,\quad 64,79 >$	5,8751E+07	6,8643E+10
	7,5591E+07	4,8223E+10
	9,6584E+07	5,6184E+10
$< 64,79\,,\quad 85,00 >$	2,5956E+08	6,9707E+10
	1,7600E+08	4,8546E+10
	2,3896E+08	5,7571E+10
$< 85,00\,,\quad 93,00 >$	1,0451E+09	7,5079E+10
	1,7060E+09	4,9529E+10
	1,1476E+09	6,8641E+10
$< 93,00\,,\quad 101,00 >$	1,0451E+09	7,5079E+10
	1,7060E+09	4,9529E+10
	1,1476E+09	6,8641E+10
$< 101,00\,,\quad 107,33 >$	3,4678E+08	8,5449E+10
	6,3853E+08	4,6290E+10
	2,1362E+09	6,8641E+10
$< 107,33\,,\quad 112,50 >$	3,4678E+08	8,5449E+10
	6,3853E+08	4,6290E+10
	2,1362E+09	9,1350E+10
$< 112,50\,,\quad 118,62 >$	2,4509E+08	8,6247E+10
	3,8935E+08	5,3689E+10
	1,0247E+09	8,5249E+10
$< 118,62\,,\quad 124,25 >$	2,3080E+08	8,8083E+10
	3,3920E+08	4,8354E+10
	7,2543E+08	4,2450E+10

Na rys. 8.31 przedstawiono przebiegi tłumienia drgań w poszczególnych więziach. Zauważmy, że współczynniki te mają przeważnie stałe wartości, z wyjątkiem przedziałów nieciągłości sztywności dynamicznej, gdzie mają charakterystyczne



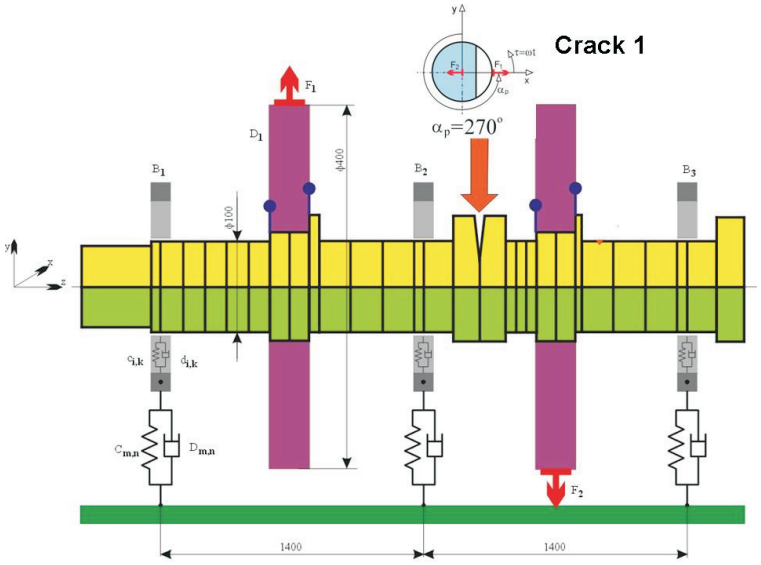
Rys. 8.31. Przebieg wartości współczynników tłumienia ramy fundamentowej [Ns/m^2] dla kierunków poziomych (indeksy nieparzyste) i pionowych (indeksy parzyste) [8.8]÷[8.10]

„piki". Zauważmy też, że wartości współczynników tłumienia drgań pionowych (więzi parzyste) są o rząd wielkości większe, niż drgań poziomych. Generalnie jednak wartości tłumienia ramy fundamentowej są niewielkie, co jest zgodne z oczekiwaniami.

8.2.4 Metoda funkcji wagowych – przykłady zastosowania

Przedstawimy teraz przykład zastosowania metodologii obliczeń nieliniowych opisanej w rozdziale 1.5. Przedstawiona tu została koncepcja, w myśl której współczynniki sztywności podpór dobierane są w trakcie obliczeń iteracyjnych w sposób proporcjonalny do struktury widma drgań podpór i wartości tych współczynników w zdefiniowanych uprzednio przedziałach. Proporcjonalność ta uzyskiwana jest poprzez wprowadzenie odpowiednich wag określonych jako metoda funkcji wagowych (rozdział 1.5.1).

Punktem wyjścia do naszych rozważań będą wyniki uzyskane w poprzednich podrozdziałach, a zwłaszcza przedziały adekwatności konstrukcji podpierającej przedstawione na rys. 8.30 i wartości współczynników sztywności przedstawione w tabeli 8.3. Współczynniki tłumienia materiałowego konstrukcji podpierającej, z uwagi na ich małe wartości w porównaniu z tłumieniem filmu olejowego, zostały pominięte. Do badań przyjmiemy obiekt przedstawiony na rys. 8.1 oraz na rys. 8.32.

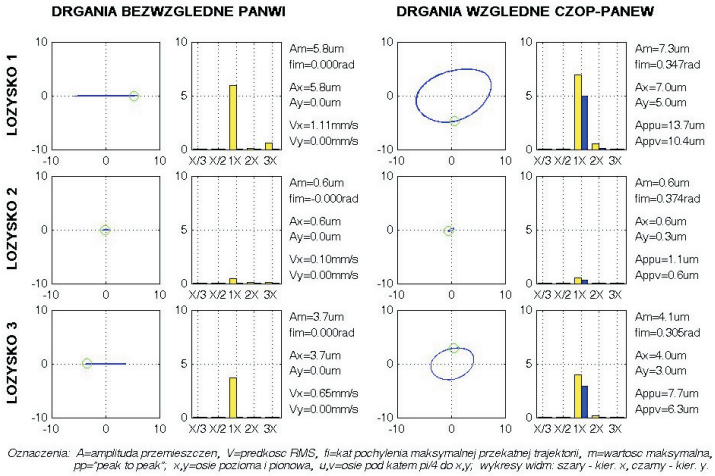


Rys. 8.32. Obiekt badań – wirnik laboratoryjny trójpodporowy. Lokalizacja pęknięcia ***crack1*** *wzdłuż linii wirników i jego położenie w kierunku obwodowym*

Aby metoda funkcji wagowych miała sens, konieczny jest taki dobór przypad-

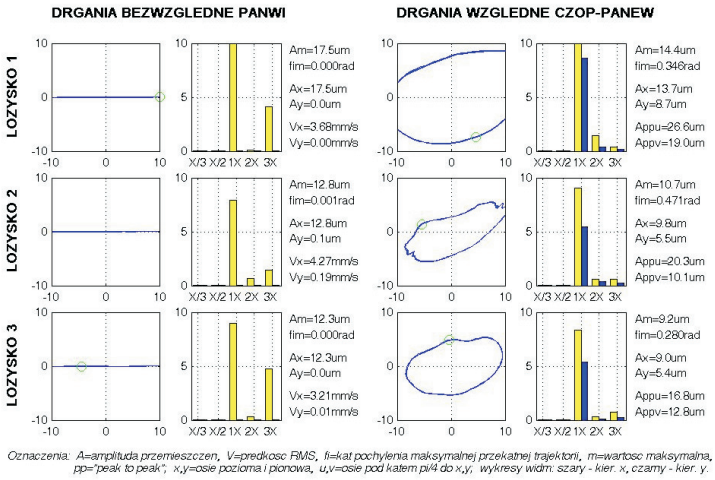
ków, dla których widma drgań w miejscu posadowienia wirnika posiadają składowe mieszczące się przynajmniej w dwóch wyżej określonych przedziałach adekwatności. Z badań przeprowadzonych w rozdziale 6.3 wynika, że realny defekt wirnika w postaci pęknięcia jest w stanie wygenerować składowe superharmoniczne np. typu 3X. Przyjmując prędkość obrotową wirnika równą 2400 obr/min składowe 1X oraz 3X mieszczą się w przedziale do 124 Hz, a więc w zakresie przedziałów określonych na rys. 8.30. Wybrany został przypadek wirnika z pęknięciem **crack1** w sprzęgle o głębokości $W_p = 0,2$ i obwodowym usytuowaniu $\alpha_p = 270^{\circ}$ – rys. 8.32.

Aby możliwa była ocena wpływu funkcji wagowych, konieczne jest określenie nowego przypadku referencyjnego, czyli zestawu wyników dla wirnika bez pęknięcia i z pęknięciem, ale bez zastosowania koncepcji funkcji wagowych. Zestaw referencyjny możemy otrzymać przyjmując, że w całym analizowanym przedziale częstotliwości $\langle 0 - 124,2\,\mathrm{Hz}\rangle$ obowiązują wartości współczynników sztywności z jednego tylko przedziału adekwatności, w naszym przypadku niech to będą wartości z przedziału pierwszego. Założenie to milcząco przyjęliśmy już w rozdziale 6.3, chociaż dla innych wartości współczynników sztywności (uzyskanych z pomiarów eksperymentalnych metodą wymuszeń „statycznych"). Założenie to jest też powszechnie przyjmowane. Wyniki obliczeń dla tak zdefiniowanego przypadku referencyjnego i przyjętego obiektu przedstawiają rys. 8.33 i rys. 8.34.

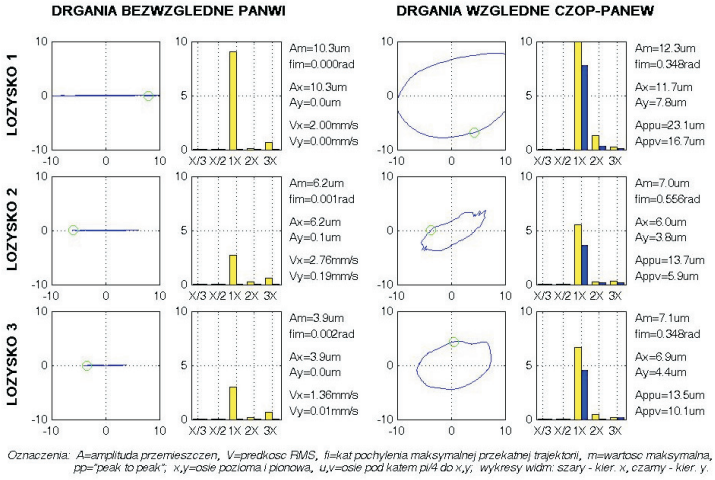


Rys. 8.33. Przypadek referencyjny. Karta diagnostyczna ilustrująca wyniki obliczeń dla wirnika z rys. 8.32 bez pęknięć [8.3]

Celem przeprowadzenia dalszych badań konieczna stała się modyfikacja programu NLDW zgodnie z schematem przedstawionym w rozdziale 1 na rys. 1.13. W efekcie tej modyfikacji powstał nowy program NLDW-WAGI [8.7] uzupełniający środowisko MESWIR. W oparciu o ten program przeprowadzone zostały obliczenia wirnika z pęknięciem i z uwzględnieniem wartości współczynników sztywności z tabeli 8.3 oraz funkcji wagowych w myśl ich definicji podanych w podrozdziale 1.5.1.



Rys. 8.34. Przypadek referencyjny. Karta diagnostyczna ilustrująca wyniki obliczeń dla wirnika z pęknięciem z rys. 8.32 ($W_p = 0,2$ i $\alpha_p = 270^o$) [8.3]



Rys. 8.35. Zastosowanie metody funkcji wagowych. Karta diagnostyczna ilustrująca wyniki obliczeń dla wirnika z pęknięciem z rys. 8.32 ($W_p = 0,2$ i $\alpha_p = 270^o$) [8.3]

Wyniki obliczeń przedstawia rys. 8.35 [8.3]÷[8.6].

Porównując rys. 8.33 z rys. 8.34 stwierdzamy, że obecność pęknięcia zdecydowanie wzmocniła składowe superharmoniczne w podporach łożyskowych (drgania bezwzględne panwi), zwłaszcza w podporze nr 1 i 3, co było zgodne z naszymi

oczekiwaniami. Ocenę wpływu funkcji wagowych umożliwia jednakże dopiero porównanie rys. 8.34 i rys. 8.35. Zauważamy natychmiast, że odpowiedź układu w postaci widm drgań podpór łożyskowych z uwzględnieniem funkcji wagowych stała się „bardziej stonowana", co oznaczać może, że w rzeczywistości układ zachowuje się bardziej spokojnie niż przewiduje to karta z rys. 8.34, a więc obliczana tradycyjnie bez „ważenia".

8.3 Duża maszyna energetyczna

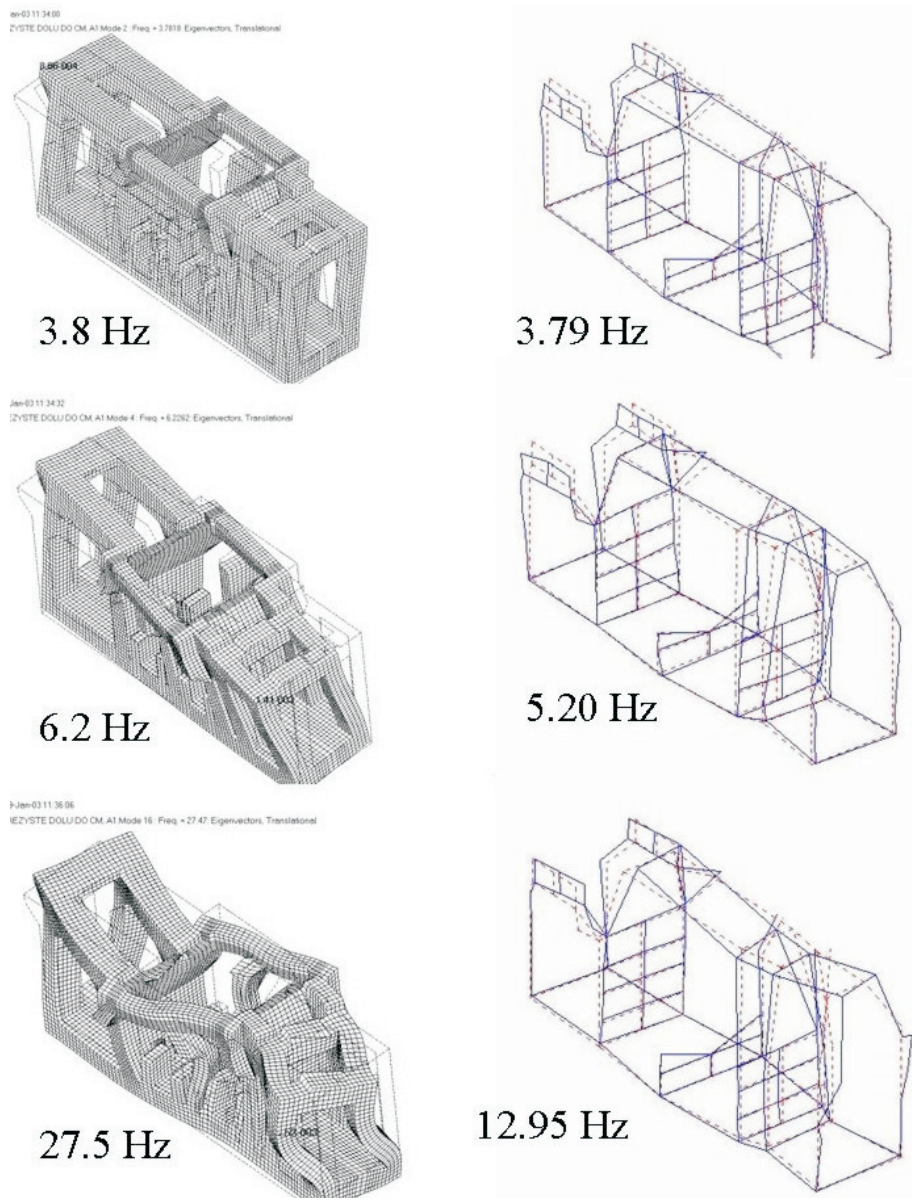
Przyjmijmy do badań dużą maszynę energetyczną opisaną już w rozdziale 3 (rys. 3.3 i 3.4) oraz w rozdziale 6 (rys. 6.20). Jest to turbozespół 13K215 o mocy 200 MW. Podstawowe dane geometryczne tej maszyny przedstawione zostały w podrozdziale 3.3.2.1. Konstrukcja podpierająca tej maszyny jest bardzo złożona i składa się z fundamentu, trzech korpusów i stojaków łożyskowych. Najbardziej newralgiczne pod względem dynamicznym łożyska nr 3,4 oraz 5,6 spoczywają na specjalnych gniazdach korpusu niskoprężnego NP (rys. 7.1). Stąd też, aby wyznaczyć przebiegi sztywności dynamicznej w tych właśnie miejscach, musimy przeprowadzić jednoczesną analizę zarówno fundamentu jak i samego korpusu.

Wyznaczenie macierzy podatności dynamicznej całej konstrukcji podpierającej (z uwzględnieniem pozostałych łożysk) jest zadaniem bardzo trudnym. Z tego też powodu przedstawimy analizę tylko tych elementów, które wydają się mieć największy wpływ. Będzie to fundament oraz korpus NP turbiny, co oznacza, że wyznaczymy charakterystyki dynamiczne tylko podparć łożysk 3,4 oraz 5,6. Tym samym pominiemy oddziaływania pozostałych korpusów (WP, SP) i stojaków łożysk nr 1,2 oraz 7. Jest to oczywiście duże założenie upraszczające. Autorowi niniejszej monografii nie są jednakże znane prace, które w kompleksowy sposób określają potrzebne charakterystyki. Spowodowane to jest niewątpliwie złożonością zagadnienia i dużymi kosztami.

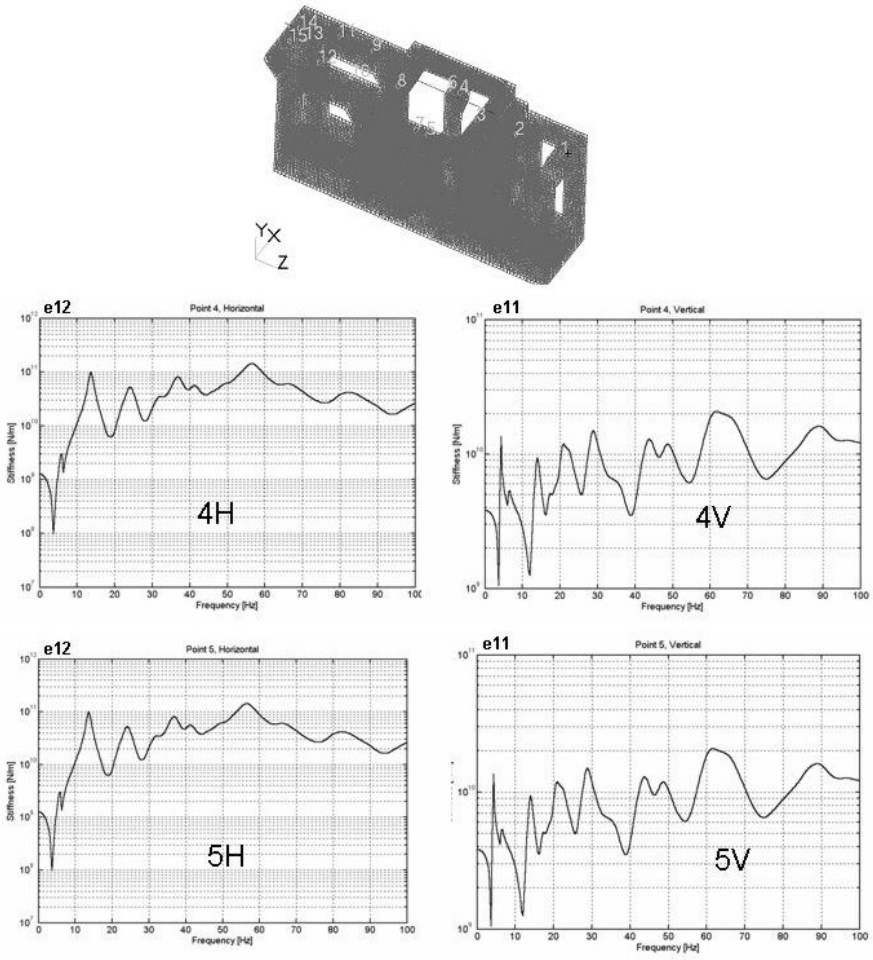
8.3.1 Charakterystyki dynamiczne fundamentu

Przedstawimy tu wybrane fragmenty badań ośrodka krakowskiego (zespół prof. T. Uhla) przeprowadzonych w ramach Projektu Badawczego Zamawianego PBZ K015/T10/2001 i opublikowanych w pracy [8.1]. Przeprowadzona tu została teoretyczna i eksploatacyjna analiza modalna fundamentu turbiny 13K215 oraz analiza teoretyczna charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych obiektu, w efekcie czego zbudowane zostały przebiegi sztywności w funkcji częstotliwości wzbudzania. Rysunek 8.36 przedstawia kilka pierwszych form drgań własnych fundamentu w zestawieniu z wynikami pomiarów eksperymentalnych jako wynik przeprowadzonej analizy modalnej, natomiast rys. 8.37 przedstawia przykładowe przebiegi sztywności w punktach posadowienia korpusu NP. Zwraca tu uwagę dobra zgodność dwóch pierwszych form i częstości drgań (rys. 8.36).

Uzyskane w ten sposób wyniki stanowiły warunki brzegowe dla prac związanych z określeniem charakterystyk dynamicznych korpusu NP i w efekcie charakterystyk podparć łożysk nr 3 i 4 oraz 5 i 6, co jest naszym celem głównym.



Rys. 8.36. Wybrane formy i częstości drgań własnych fundamentu turbozespołu 13K215. Lewa strona – wyniki symulacji komputerowej, prawa strona – wyniki pomiarów (eksploatacyjna analiza modalna). Wyniki prac ośrodka krakowskiego – zespołu prof. T. Uhla [8.1]

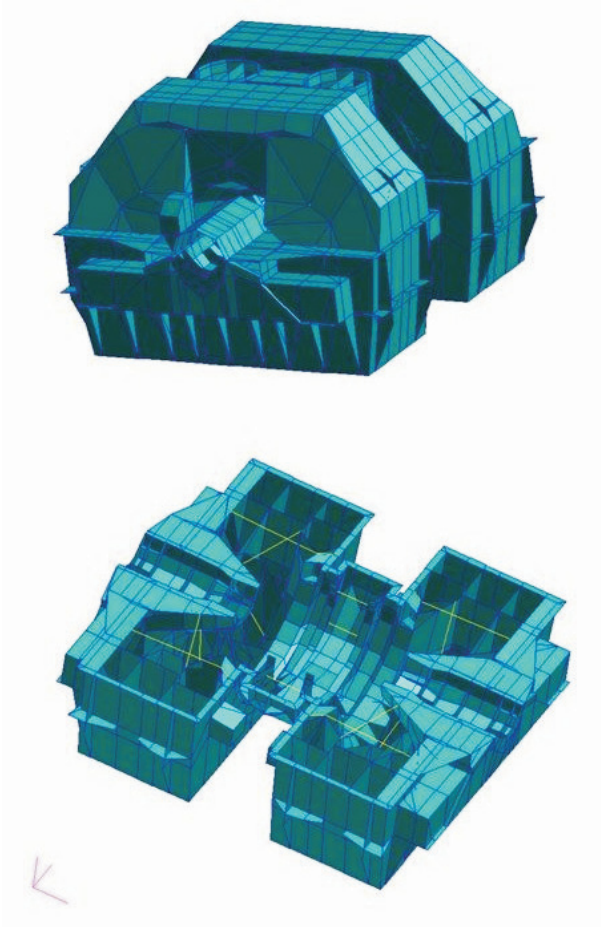


Rys. 8.37. Przebiegi sztywności fundamentu w funkcji częstotliwości wzbudzania w wybranych punktach 4 i 5 (rysunek górny). Lewa strona – kierunek poziomy, prawa strona – kierunek pionowy. Wyniki prac ośrodka krakowskiego – zespołu prof. T. Uhla [8.1]

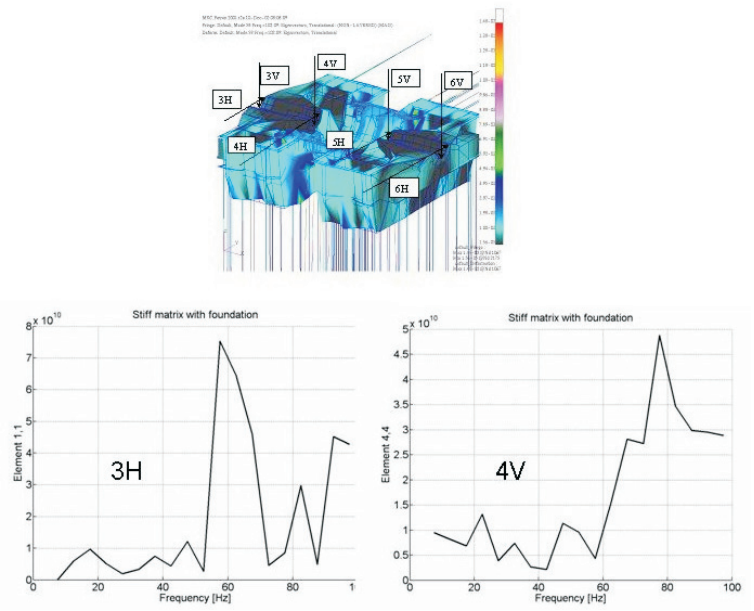
8.3.2 Charakterystyki dynamiczne korpusu NP. Przedziały adekwatności

Obliczenia korpusu NP z uwzględnieniem charakterystyk fundamentu (rys. 8.36 – 8.37) przeprowadzone zostały w ośrodku gdańskim (zespół prof. W. Ostachowicza) w ramach tego samego Projektu Badawczego Zamawianego PBZ K015/T10/2001. Wyniki te opublikowane zostały w [8.1].

Rysunek 8.38 przedstawia siatkę MES korpusu NP a rys. 8.39 przebiegi sztywności w miejscach posadowienia łożysk 3,4 oraz 5,6 wyznaczone dwupunktową metodą transformacji charakterystyk podatnościowych z przedziałem co 5 Hz (rozdział 1.4.2).



Rys. 8.38. Siatka MES korpusu NP turbozespołu 13K215 (powłokowe, izoparametryczne elementy skończone, 41000 stopni swobody). Wyniki prac zespołu prof. W. Ostachowicza [8.1]



Rys. 8.39. Przebiegi sztywności w punktach podparć łożysk oznaczonych jako 3H (kierunek poziomy) i 4V (kierunek pionowy) – na górnym rysunku. Przebiegi wyznaczone zostały za pomocą dwupunktowej metody transformacji charakterystyk podatnościowych z przedziałem co 5 Hz. Wyniki prac zespołu prof. W. Ostachowicza [8.1]

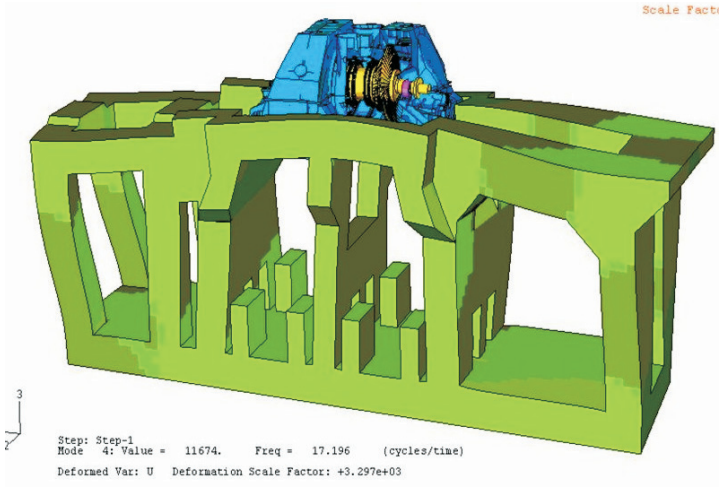
Tabela 8.4 Macierz sztywności dla częstotliwości z zakresu 45 do 50 [Hz]

1.217e+010	1.741e+010	-4.590e+009	4.890e+009	-2.174e+009	-2.796e+009	-4.234e+009	4.293e+009
-1.340e+010	2.392e+010	-1.305e+009	-9.162e+009	5.089e+008	3.292e+009	-1.194e+008	-6.090e+009
-5.701e+009	-3.112e+008	5.497e+009	-1.358e+009	-1.358e+009	-2.020e+008	-5.485e+008	5.040e+008
-2.952e+009	-8.741e+009	-2.813e+008	1.136e+010	8.824e+007	1.821e+009	2.191e+007	-2.120e+009
-4.245e+008	7.276e+009	-1.774e+009	8.454e+008	1.205e+010	-2.576e+009	-6.221e+009	-1.126e+010
2.884e+009	3.035e+009	8.520e+007	1.917e+009	3.102e+008	1.404e+010	5.370e+008	-1.740e+010
-5.134e+009	-9.801e+009	-1.658e+008	-3.174e+009	-5.731e+009	4.588e+009	1.932e+010	3.217e+009
4.681e+009	-5.754e+009	1.206e+009	-1.890e+009	-4.704e+008	-1.695e+010	2.934e+009	8.073e+010

Tabela 8.5. Macierz sztywności dla częstotliwości z zakresu 95 do 100 [Hz]

4.274e+010	-1.687e+010	-2.273e+010	6.293e+010	-5.279e+008	-1.462e+010	-2.813e+010	-4.630e+009
-7.418e+009	1.034e+010	7.585e+009	-3.316e+009	-2.293e+009	2.547e+009	9.070e+009	1.821e+009
-2.277e+010	8.160e+009	2.755e+010	-7.293e+008	1.162e+009	3.932e+009	6.285e+009	3.809e+009
-1.823e+009	1.309e+009	1.026e+009	2.885e+010	2.886e+008	8.824e+009	-7.535e+008	-2.593e+009
1.310e+009	-9.172e+007	5.055e+008	-3.224e+008	1.512e+010	-3.124e+009	5.634e+010	1.244e+010
5.642e+008	5.018e+009	-3.229e+008	8.752e+009	5.323e+008	3.679e+010	-3.218e+008	4.790e+009
-3.206e+010	-4.027e+009	8.733e+009	1.775e+009	5.190e+010	2.434e+010	1.175e+011	-3.526e+010
-1.355e+009	1.704e+009	4.893e+008	-3.038e+009	-8.935e+007	5.250e+009	1.126e+009	1.433e+010

Przykłady pełnej postaci macierzy sztywności dynamicznej przedstawiają tabela nr 8.4 dla przedziałów bliskich 50 Hz (nominalna częstotliwość pracy turbozespołu) oraz tabela nr 8.5 dla przedziałów bliskich 100 Hz (częstotliwość wymu-



Rys. 8.40. Przyszłościowa koncepcja budowy modeli kompleksowych (spójna siatka MES fundamentu, korpusu i wirnika) i oceny tą drogą charakterystyk dynamicznych układu. Prace studialne zespołu prof. R. Rządkowskiego

szeń magnetycznych w generatorze). Tabele zawierają pełne macierze o wymiarach $8 \cdot 8$ dla czterech łożysk (3 i 4 oraz 5 i 6) w kierunku poziomym oraz pionowym. Przekątna tych macierzy zawiera współczynniki główne C_{33}, C_{44} itd. a pozostałe elementy sztywności przeniesione. Macierze te, poprzez uwzględnienie w modelu MES korpusu odpowiednich warunków brzegowych, uwzględniają też charakterystyki fundamentu, o których wspominaliśmy w poprzednim podrozdziale. Tym samym stanowią one końcowy etap procesu identyfikacji charakterystyk dynamicznych konstrukcji podpierającej w miejscach posadowienia wirnika drogą symulacji komputerowej. Pozostaje jednak pytanie, na ile w ten sposób określone charakterystyki dynamiczne konstrukcji podpierającej są wiarygodne? Wyznaczone one zostały w oparciu o daleko idące założenia upraszczające dotyczące samego obiektu (pominięcie wpływu korpusów WP i SP oraz stojaków łożysk nr 1,2 i 7, pominięcie wpływu podłoża fundamentu) jak i modelu MES (uproszczona z konieczności dyskretyzacja, trudności z opisem połączeń w miejscach kontaktu korpusu i fundamentu). Ponadto przyjęta została koncepcja integracji charakterystyk dynamicznych korpusu z fundamentem poprzez warunki brzegowe, co jest rozwiązaniem gorszym w stosunku do koncepcji jednolitego modelu MES obu tych podukładów. Niestety taki model nie został jeszcze opracowany w kraju (i nie tylko), chociaż prace w tym kierunku trwają, o czym świadczy chociażby przykład zamieszczony na rys. 8.40.

Pierwsze testy z wykorzystaniem danych zamieszczonych w tabelach 8.4 i 8.5 i na rys. 8.39 do analizy stanu dynamicznego turbozespołu za pomocą programów serii NLDW dały wyniki w zasadzie negatywne. Trajektorie drgań podpór łożyskowych (drgania bezwzględne panwi) były rzędu 1-2 μm, co absolutnie przeczy

pomiarom eksperymentalnym. Oznacza to, że wyliczone sztywności dynamiczne podpór są zbyt duże. Jest to niewątpliwie efekt uproszczeń modelowych o których mówiliśmy wcześniej.

Pozostaje zatem tylko jedna możliwość, a mianowicie badania eksperymentalne na obiekcie rzeczywistym. Na zlecenie koncernu ABB Zamach w Elblągu w IMP PAN w Gdańsku opracowany został wzbudnik drgań dużej mocy [8.25]. Urządzenie to zostało następnie wykorzystane do badań charakterystyk podatnościowych podparć łożyskowych turbozespołu 13K215 w Elektrowni „Kozienice". Wyniki te zostały skonfrontowane z wynikami pomiarów innych ekip (raport Kowalova) oraz z wynikami pomiarów drgań fundamentów przeprowadzonych przez badaczy ukraińskich [8.24]. W rezultacie tych działań opracowany został zestaw danych eksperymentalnych przedstawiony w tabelach 8.6 i 8.7. Tabele te przedstawiają wartości głównych współczynników sztywności podparć łożyskowych (wartości na przekątnej macierzy). Podobnie jak w przypadku wirnika laboratoryjnego, pomierzone sztywności przeniesione (pozostałe elementy macierzy) zostały pominięte ze względu na zbyt słaby efekt sprzężeń dynamicznych podpór łożyskowych. Niestety, z uwagi na koszt i czas dostępu do obiektu, tabele 8.6 i 8.7 zawierają dane tylko dla wymuszeń 50 Hz i 100 Hz.

Tabela 8.6. Pomierzone współczynniki sztywności podpór dla wymuszeń 50 Hz

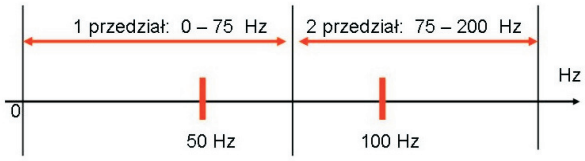
Nr podpory	1	2	3	4	5	6	7
$\mathbf{C}_{xx}$ [N/m]$\cdot 10^9$	3,1	4,7	4,7	1,9	2,5	3,1	5,0
$\mathbf{C}_{yy}$ [N/m]$\cdot 10^9$	1,7	5,5	3,1	4,5	0,9	3,2	5,0

Tabela 8.7. Pomierzone współczynniki sztywności podpór dla wymuszeń 100 Hz

Nr podpory	1	2	3	4	5	6	7
$\mathbf{C}_{xx}$ [N/m]$\cdot 10^9$	3,1	4,7	4,7	2,1	1,0	1,1	5,0
$\mathbf{C}_{yy}$ [N/m]$\cdot 10^9$	1,7	5,5	3,1	5,9	5,6	2,3	5,0

Testy obliczeniowe z wykorzystaniem danych zawartych w tabelach 8.6 i 8.7 wykazały zdecydowanie większą zgodność amplitud przemieszczeń dynamicznych podpór łożyskowych z pomiarami eksploatacyjnymi za pomocą systemu DT-200. Przyjęte one zatem zostały jako dane ustalone w procesie strojenia modelu do obiektu i w procesie budowy przypadku referencyjnego/bazowego (rozdział 3.3.3). Przyjmiemy je też do dalszych rozważań w niniejszym rozdziale.

Dysponując ograniczonymi danymi eksperymentalnymi (dla wymuszeń 50 Hz i 100 Hz) zawartymi w tabelach 8.6 i 8.7 zbudować możemy jedynie dwa przedziały adekwatności. Propozycję taką przedstawia rys. 8.41.



Rys. 8.41. Przedziały adekwatności konstrukcji podpierającej przyjęte na podstawie dostępnych pomiarów eksperymentalnych dla wymuszeń 50 Hz i 100 Hz

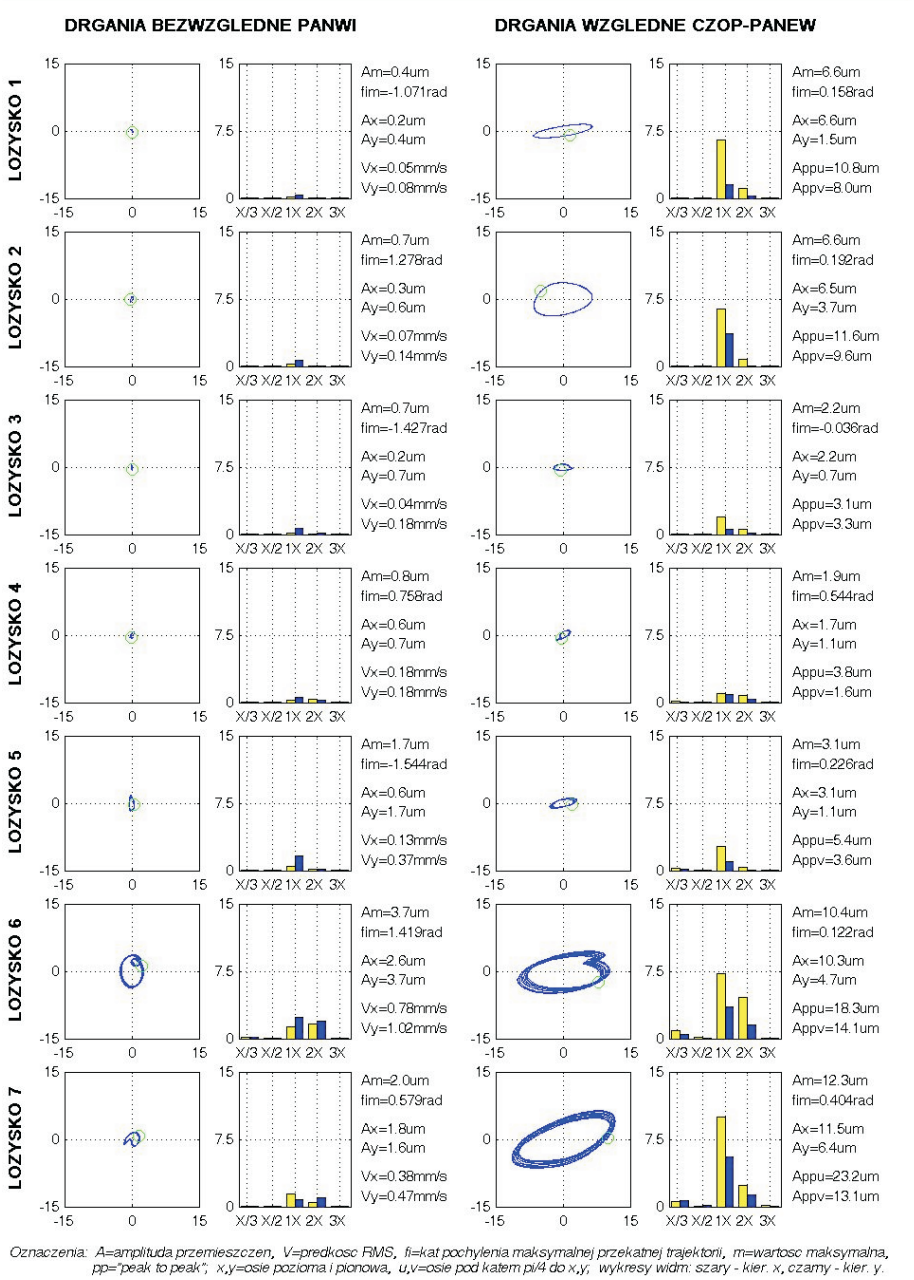
8.3.3 Przykład zastosowania metody funkcji wagowych

Zgodnie z dyskusją przeprowadzoną w poprzednim rozdziale, do dalszych rozważań przyjmiemy przypadek referencyjny/bazowy turbozespołu 13K215 przedstawiony w rozdziale 3.3.3. Oznacza to, że model obiektu został dostrojony do wzorcowych danych eksploatacyjnych pomierzonych na obiekcie rzeczywistym, biorąc za punkt wyjścia zestaw danych przedstawiony w tabeli 8.7 (wymuszenia 100 Hz). Wynik tego dostrojenia przedstawiają rys. 3.53 i rys. 3.54. Przyjmiemy też dwa przedziały adekwatności określone na rys. 8.41 i odpowiadające im wartości sztywności dynamicznych przedstawione w tabelach 8.6 i 8.7.

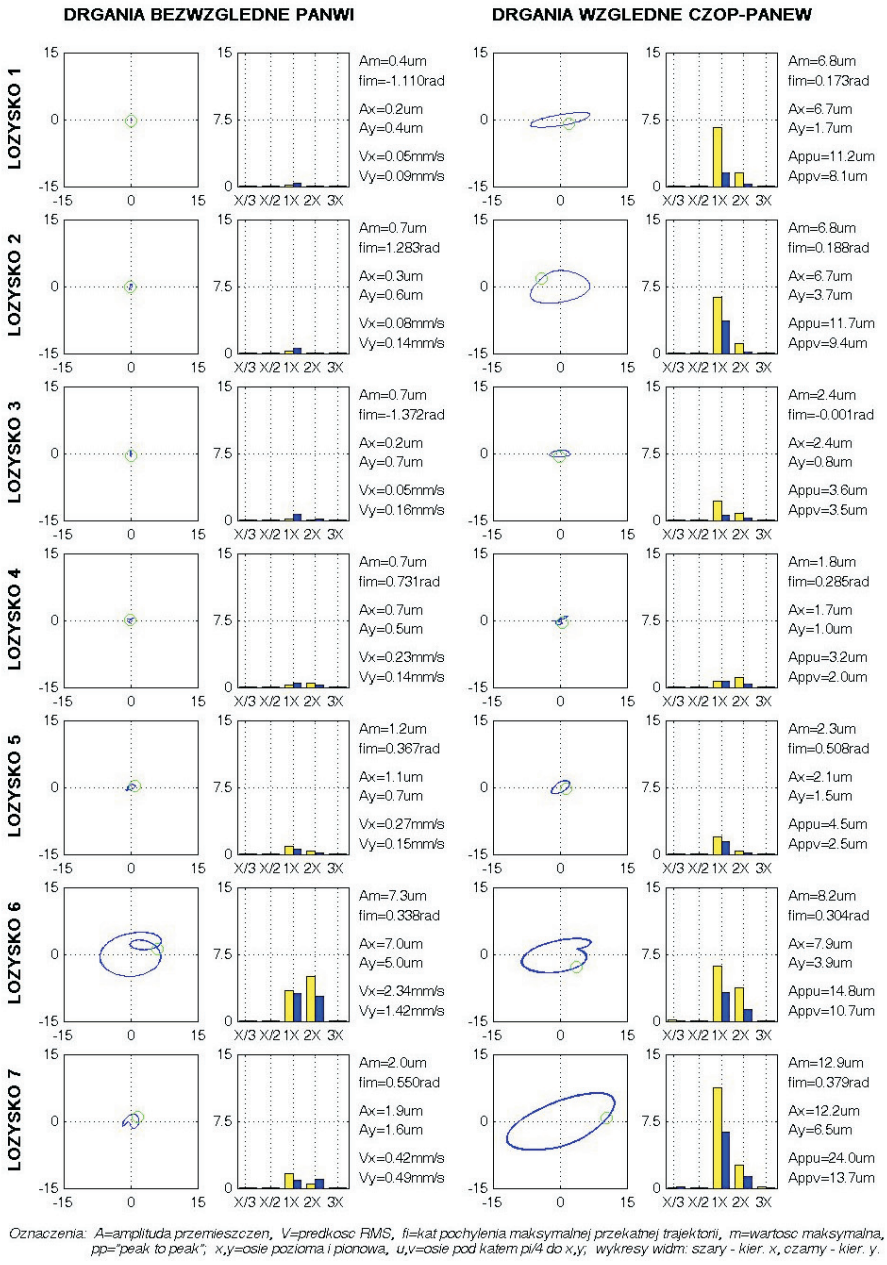
Podobnie jak w przypadku wirnika laboratoryjnego bardzo ważne jest, aby w analizowanych przypadkach składowe widm drgań podpór łożyskowych zawierały się w obu tak wyznaczonych przedziałach adekwatności. Ponieważ przypadek referencyjny opisany w rozdziale 3.3.3 odnosi się do wartości sztywności dynamicznych pozyskanych dla wymuszeń 100 Hz (tabela 8.7), to dla celów związanych z oceną wpływu funkcji wagowych konieczne staje się określenie nowego przypadku referencyjnego dla wymuszeń 50 Hz (a więc dla wartości z tabeli 8.6). Wyniki stosownych obliczeń przedstawione zostały na rys. 8.42 i 8.43.

Procedura „ważenia", stosownie do koncepcji przedstawionej w rozdziale 1.5.1, przeprowadzona została w oparciu o program NLDW-WAGI [8.7]. Wynik tego postępowania przedstawia rys. 8.44. Jak widać, porównując rys. 8.42÷8.44, wpływ funkcji wagowych jest niewielki. Trzeba jednak zauważyć, że różnice pomiędzy rys. 8.42 i 8.43 również są niewielkie, a wyniki obliczeń zamieszczone na tych rysunkach stanowiły przecież dane wejściowe w procesie „ważenia". Nic więc dziwnego, że wpływ funkcji wagowych w tym przypadku jest mały. Poza tym analizowaliśmy przypadek maszyny w idealnym stanie dynamicznym.

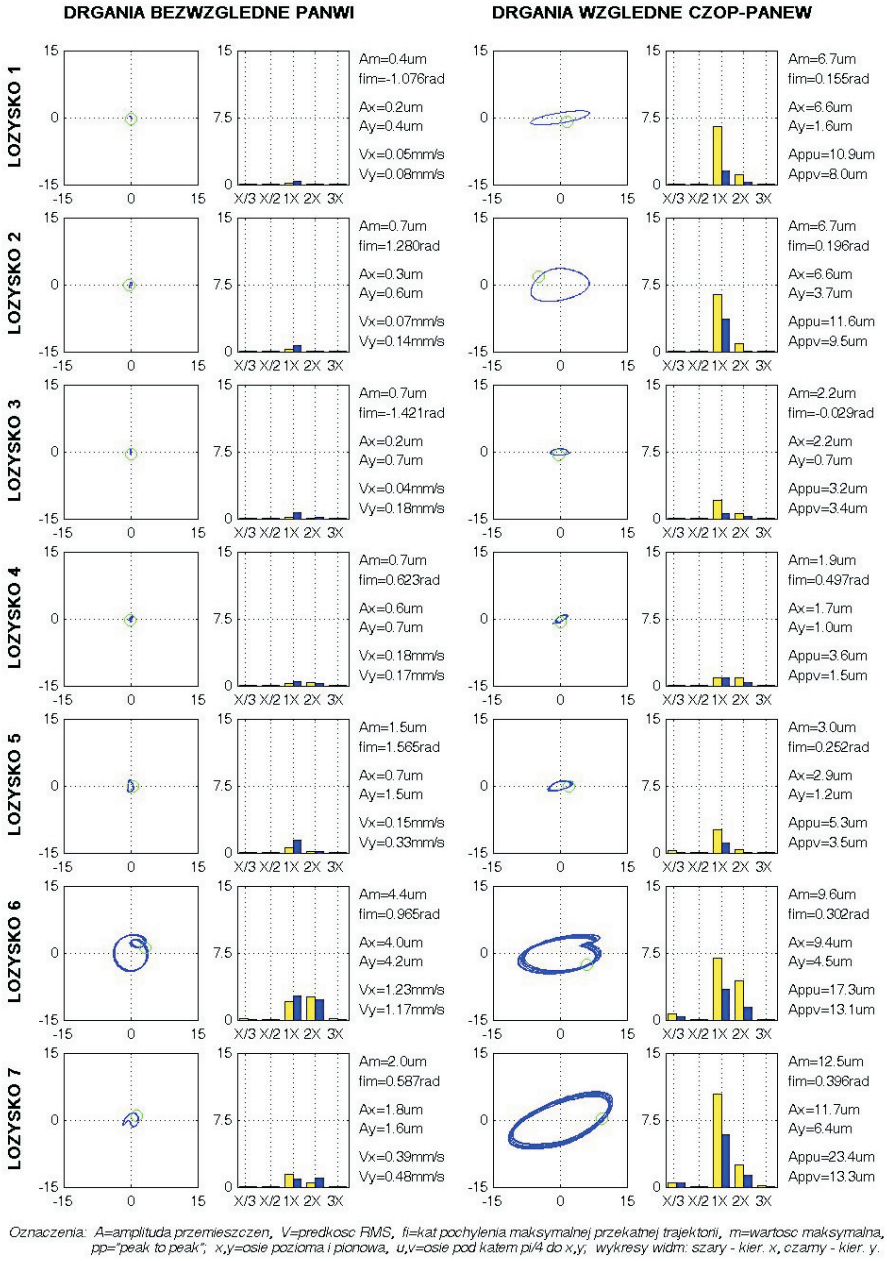
Większego wpływu można się spodziewać w przypadkach, dla których maszyna odbiega znacząco od idealnego stanu dynamicznego. Taki stan można wywołać wprowadzając do układu defekt np. w postaci pęknięcia wirnika. Na podstawie analizy przypadków opisanych w rozdziale 6.4, wybrany został do dalszych badań przypadek turbozespołu z pękniętym wirnikiem generatora, przy czym pęknięcie to, o głębokości 30%, umiejscowione zostało w środku generatora (oznaczone jako CR2) z położeniem w kierunku obwodowym równym $\alpha_p = 0$. Obiekt ten przedstawia rys. 8.45.



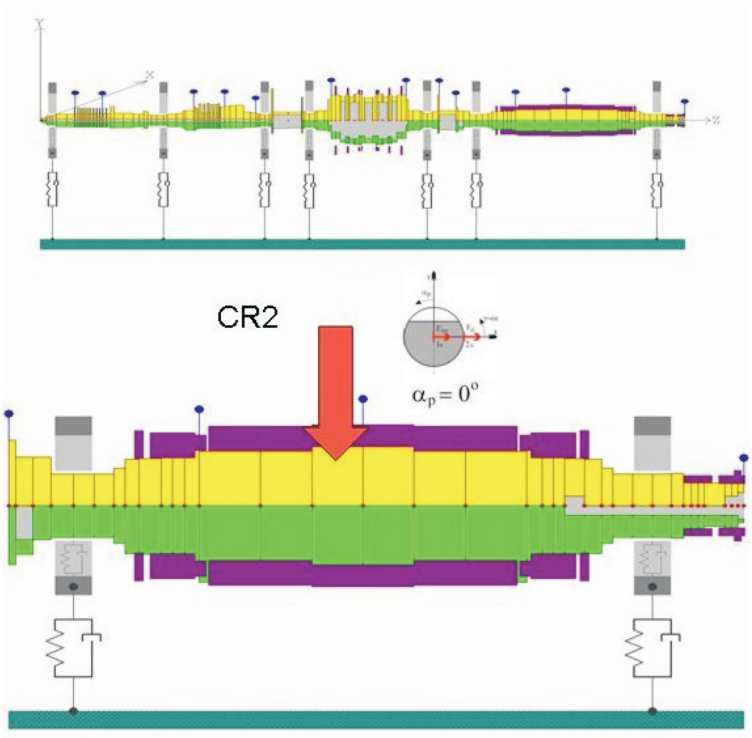
Rys. 8.42. Karta diagnostyczna turbozespołu 13K215 – przypadek referencyjny obliczony dla zestawu współczynników sztywności podparć łożyskowych podanych w tabeli 8.6 (dla wymuszeń 50 Hz) [8.4]



Rys. 8.43. Karta diagnostyczna turbozespołu 13K215 – przypadek referencyjny obliczony dla zestawu współczynników sztywności podparć łożyskowych podanych w tabeli 8.7 (dla wymuszeń 100 Hz) [8.4]



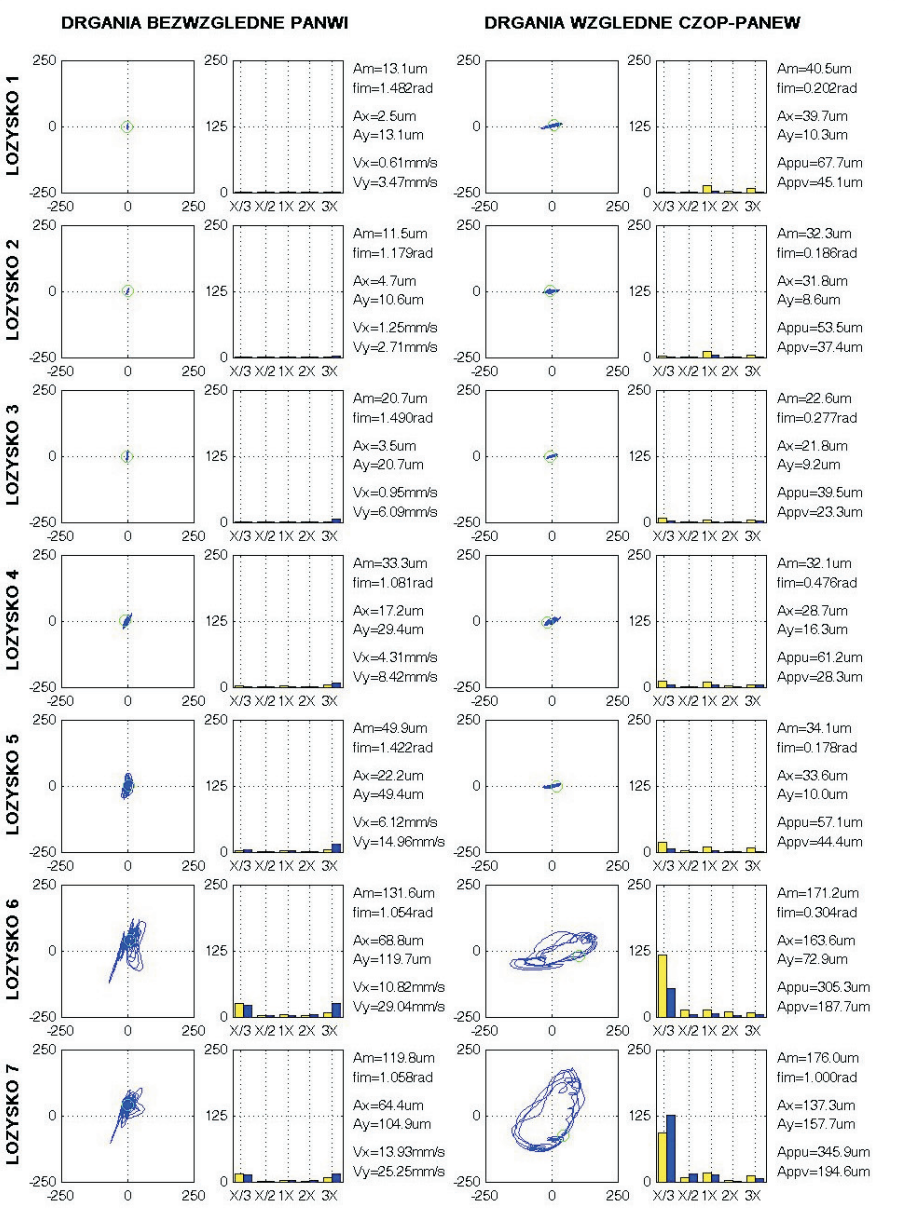
Rys. 8.44. Karta diagnostyczna turbozespołu 13K215 – przypadek referencyjny obliczony przy zastosowaniu metody funkcji wagowych [8.4]



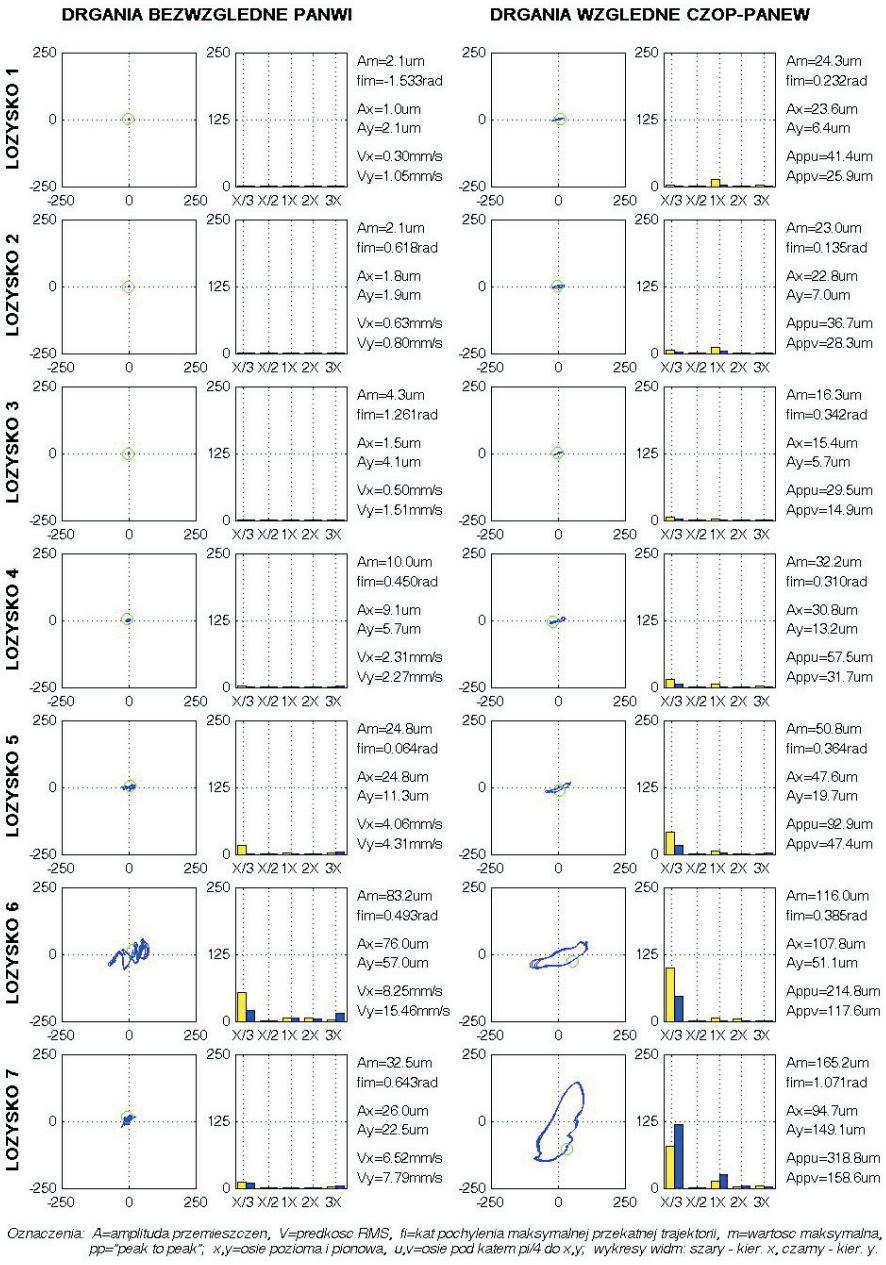
Rys. 8.45. Przyjęty obiekt do badań – turbozespół 13K215 z pękniętym wirnikiem generatora. CR2 – usytuowanie pęknięcia, $\alpha_p = 0$ – położenie pęknięcia w kierunku obwodowym. Głębokość pęknięcia – 30%

Dla przypadku z pękniętym wirnikiem, dla celów umożliwiających porównania, obliczone zostały karty diagnostyczne dla dwóch zestawów danych przedstawionych w tabelach 8.6 i 8.7 oraz dla przypadku uwzględniającego funkcje wagowe z wykorzystaniem programu NLDW-WAGI. Wyniki obliczeń przedstawione zostały na rys. 8.46÷8.48.

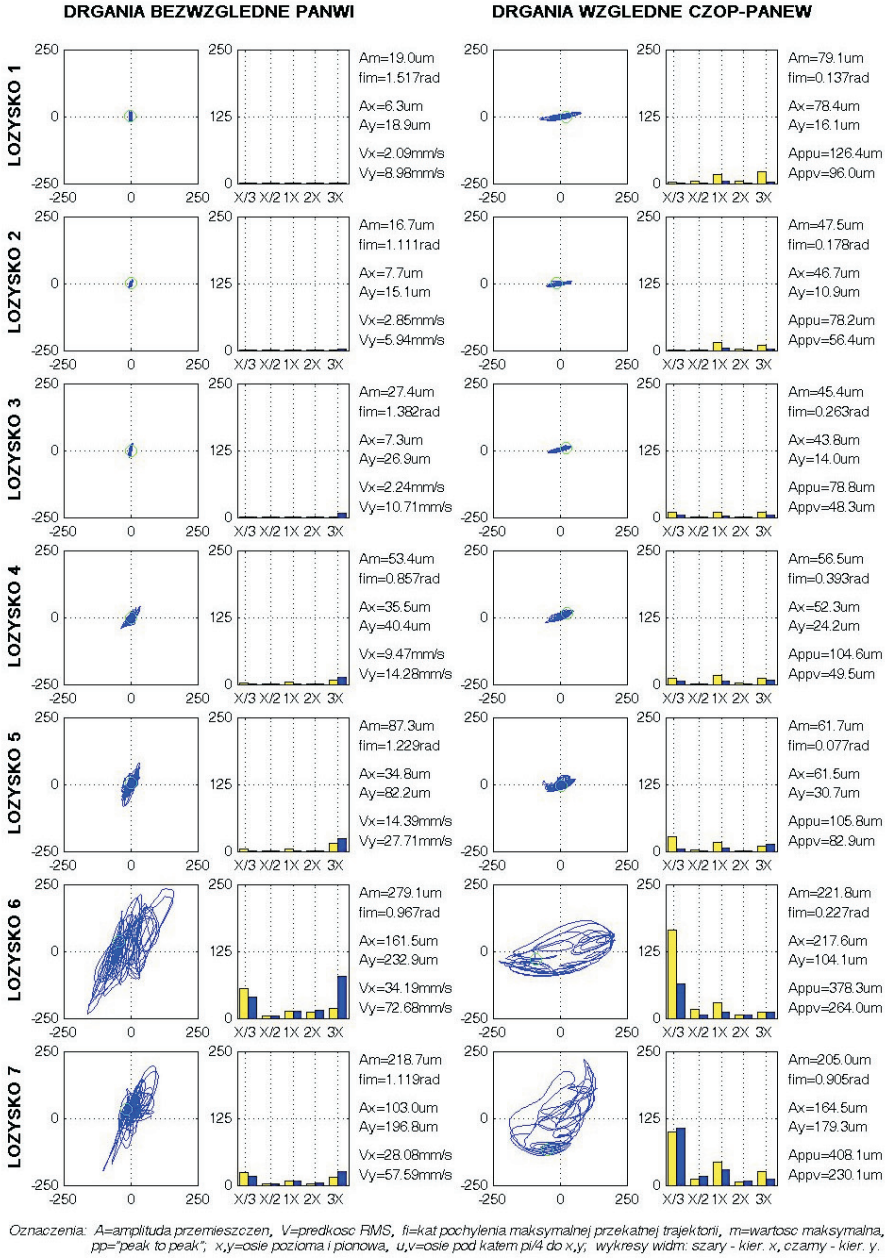
Tym razem, jak wynika to z analizy rys. 8.46÷8.48, wnioski są odmienne. Pęknięcie o tej głębokości i takim usytuowaniu jak na rys. 8.45 spowodowało, że w widmach drgań, zwłaszcza łożysk nr 6 i 7 pojawiły się silne składowe subharmoniczne świadczące o niestabilności układu. W takiej sytuacji wyniki przedstawione na rys. 8.48 (uwzględniające funkcje wagowe) są mniej korzystne niż na rys. 8.46 czy 8.48. Oznaczać to może sytuację dość niebezpieczną, w której wyniki oparte na klasycznym opisie (bez funkcji wagowych) mogą być w pewnym sensie zbyt uspokajające jeśli chodzi o stan dynamiczny obiektu. Są to więc wnioski zasadniczo różne w porównaniu z wynikami analizy dotyczącymi wirnika laboratoryjnego.



Rys. 8.46. Karta diagnostyczna turbozespołu 13K215 – przypadek z pęknięciem wg rys. 8.45 obliczony dla zestawu współczynników sztywności podparć łożyskowych podanych w tabeli 8.6 (dla wymuszeń 50 Hz) [8.4]



Rys. 8.47. Karta diagnostyczna turbozespołu 13K215 – przypadek z pęknięciem wg rys. 8.45 obliczony dla zestawu współczynników sztywności podparć łożyskowych podanych w tabeli 8.7 (dla wymuszeń 100 Hz) [8.4]



Rys. 8.48. Karta diagnostyczna turbozespołu 13K215 – przypadek z pęknięciem wg rys. 8.45 obliczony przy zastosowaniu metody funkcji wagowych [8.4]

Bibliografia do rozdziału 8

[8.1] *Modelowanie i diagnostyka oddziaływań mechanicznych, aerodynamicznych i magnetycznych w turbozespołach energetycznych*, praca zbiorowa pod redakcją Jana Kicińskiego, PAN Wydział IV Nauk Technicznych, Wydawnictwa IMP PAN, Gdańsk 2005, 1326 stron.

[8.2] Kiciński J.: *Identyfikacja modeli konstrukcji podpierających maszyn wirnikowych*, Opr. wewn. IMP PAN nr arch. 655/2000.

[8.3] Kiciński J., Prońska A.: *Badanie porównawcze zastosowania metody funkcji wagowych w analizie stanu dynamicznego trójpodporowego wirnika laboratoryjnego z pęknięciem*, Opr. wewn. IMP PAN, Gdańsk 2005.

[8.4] Kiciński J., Prońska A.: *Analiza przedziałów adekwatności i testowanie koncepcji „ważenia" dla przypadku dużej maszyny energetycznej*, Opr. wew. IMP PAN, Gdańsk 2005.

[8.5] Kiciński J., Prońska A., Banaszek S.: *Adaptacja narzędzi badawczych do nieliniowej identyfikacji konstrukcji podpierającej*, Opr. wewn. IMP PAN nr arch. 3085/2003.

[8.6] Prońska A., Kiciński J., Banaszek S.: *Metoda funkcji wagowych. Badanie przypadków o szczególnej postaci widma drgań dla wirnika trójpodporowego*, Opr. wewn. IMP PAN nr arch. 3303/2003.

[8.7] Prońska A., Kiciński J.: *Opis programu NLDW-WAGI do nieliniowej dynamiki wirników z uwzględnieniem koncepcji funkcji wagowych*, Opr. wewn. IMP PAN 3783/2003.

[8.8] Rybczyński J.: *Eksperymentalna identyfikacja charakterystyk podparcia łożysk stanowiska badawczego dynamiki wirników*, Opr. wewn. IMP PAN, nr arch 5274/2005.

[8.9] Kiciński J., Rybczyński J., Banaszek S.: *Eksperymentalne i symulacyjne określenie wartości współczynników podatności konstrukcji podpierającej*, Opr. wewn. IMP PAN, nr arch. 767/2000.

[8.10] Rybczyński J., Banaszek S.: *Analiza eksperymentalnych i symulacyjnych macierzy podatności konstrukcji podpierającej wirnika laboratoryjnego*, Opr. wewn. IMP PAN, nr arch. 1199/2001.

[8.11] Rybczyński J.: *Stanowisko do badań dynamiki wirników i łożysk ślizgowych*, Zeszyty Naukowe IMP PAN, 429/1394/94, Gdańsk 1994.

[8.12] Rybczyński J., Banaszek S., Łuczak M., Markiewicz-Kicińska A.: *Porównanie wyników pomiarów dynamiki wirnika doświadczalnego na stanowisku badawczym dynamiki wirników z wynikami obliczeń komputerowych programem NLDW*, Opr. wewn. IMP PAN, nr arch. 20/2000.

[8.13] Gerlach T.: *Analiza wyników eksperymentalnych badań własności drganiowych nośnych konstrukcji maszyn*, Opr.wewn IMP PAN, nr arch. 376/1997.

[8.14] Banaszek S.: *Eksperymentalne i teoretyczne badania własności ramy fundamentowej wirnika laboratoryjnego*, Opr. wewn. IMP PAN nr arch. 317/2000.

[8.15] Banaszek S.: *Model modalny wielopodporowej konstrukcji podpierającej wirnika laboratoryjnego*, V Szkoła Analizy Modalnej, Kraków, 12-14 grudnia 2000.

[8.16] Banaszek S.: *Numeryczna analiza konstrukcji podpierającej w odniesieniu do modelowego układu wirnik-łożyska*, praca doktorska, IMP PAN, 2002.

[8.17] Łuczak M.: *Experimental modal analysis of support structure incorporating a three-support rotor by means of impact test*, Transactions of the IFFM PASci, Gdańsk 2003.

[8.18] Sokołowski J.,Rządkowski R., Soliński M.: *Analiza drgań własnych nietłumionych układu rama – wał wirnikowy – tarcze*, Opr. wewn. IMP PAN, nr arch. 3566/2003.

[8.19] Rybczyński J., Łuczak M.: *Badania układu wirnik-fundament metodą eksperymentalnej analizy modalnej i porównanie wyników z analizą teoretyczną MES*, VIII Szkoła Analizy Modalnej, Kraków, 1-2.12.2003.

[8.20] Łuczak M.:*Experimental and teoretical modal analysis of three support rotor test rig using LMS CADA_X and ABAQUS*, KTAM Book of Abstracts and CD_ROM Proc. SM25L 11273, IPPT PAN Warszawa 2004.

[8.21] Łuczak M.: *Experimental modal analysis of support structure incorporating a three – support rotor by means of impact test*, LMS User Conference for Physical and Virtual Prototyping, Munich 03.2004.

[8.22] Łuczak M., Drewczyński M.: *Dostrajanie modelu teoretycznego MES układu wirnik-podpory-fundament przy pomocy wyników eksperymentalnej analizy modalnej*, Opr. wewn., IMP PAN, Gdańsk 2004.

[8.23] Uhl T.: *Komputerowo wspomagana identyfikacja modeli konstrukcji mechanicznych*, WNT, Warszawa 1997.

[8.24] Sulzenko N., Worobiew J.: *Czisliennyj analiz kolebanij. Systemy turboagregat-fundament*, Akademia Nauk Ukrainy, Kijów, 1991.

[8.25] Gerlach T.: *Wzbudnik drgań WZB-2.1*, opracow. zewn. IMP PAN nr 152/1997.

ROZDZIAŁ 9

PRZYKŁADY CHARAKTERYSTYK ŁOŻYSK

- ŁOŻYSKO LABORATORYJNE
- ŁOŻYSKO TURBINOWE

Przedstawimy w niniejszym rozdziale przykładowe wyniki obliczeń charakterystyk statycznych i dynamicznych łożysk pracujących w rzeczywistych obiektach. Będzie to łożysko o średnicy czopa $D = 0,1$ m pracujące w wielkogabarytowym stanowisku do badania dynamiki wirników w laboratorium wibrodiagnostyki IMP PAN (rozdział 3.3.1), zwane dalej łożyskiem laboratoryjnym oraz dwie wersje jednego z łożysk dużej maszyny energetycznej (turbozespołu o mocy 200 MW – rozdział 3.3.2) o średnicy czopa $D = 0,45$ m, zwane dalej łożyskiem turbinowym. Obliczenia przeprowadzone zostały w oparciu o diatermiczny model cieplny i program DIADEF, stanowiący część systemu MESWIR – rozdział 3. Zamieszczone wyniki pozwolą Czytelnikowi na szybką orientację co do rzędu wielkości i charakteru zmian podstawowych wielkości opisujących charakterystyki łożyska.

9.1 Łożysko laboratoryjne

Szkic konstrukcyjny tego łożyska przedstawia rys. 9.1. Jest to łożysko z luzem kołowo-cylindrycznym i dwiema kieszeniami smarnymi usytuowanymi w płaszczyźnie podziału panwi. Podstawowe parametry geometryczne przedstawiają się następująco:

- średnia czopa: $D = 0,1$ m;
- średnica panwi (obliczeniowa): $D_z = 0,15$ m;
- szerokość panwi: $L = 0,05$ m;
- stosunek $L/D : 0,5$;
- luz promieniowy bezwzględny: $\Delta R = 90.35 \cdot 10^{-6}$ m;

- rodzaj luzu: kołowo-cylindryczny $C_{VH} = l$;
- kąty określające usytuowanie
  kieszeni smarnych: $\Psi_1 = 10^{\circ}\mathrm{C}$, $\Psi_2 = 170^{\circ}\mathrm{C}$, $\Psi_3 = 190^{\circ}\mathrm{C}$, $\Psi_4 = 350^{\circ}\mathrm{C}$;
- szerokość kieszeni smarnych: $L_K = 0,0375$ m.

Ponadto przyjęto:

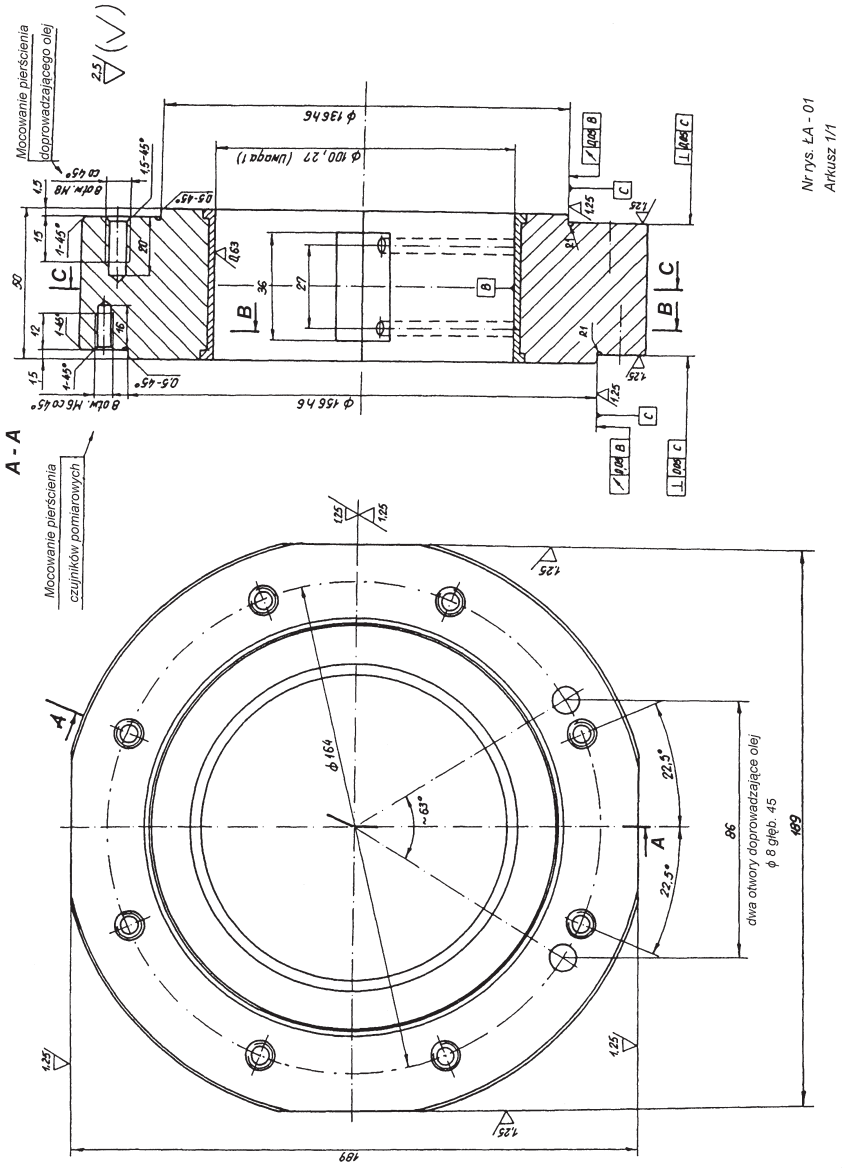
- współczynnik przewodzenia ciepła w materiale panwi:
  $K_p = 50$ kg $\cdot$ m /(s$^3\cdot{}^{\circ}$C);
- współczynnik przejmowania ciepła przy swobodnej konwekcji:
  $\alpha_{ot} = 80$ kg /(s$^3\cdot{}^{\circ}$C);
- olej maszynowy Z-26;
- temperatura oleju zasilającego: $t_o = 31^{\circ}\mathrm{C}$;
- ciśnienie zasilania: $p_o = 0,1$ MPa;
- lepkość oleju w temperaturze zasilania $t_o = 31^{\circ}\mathrm{C}$: $\mu_o = 0,075$ Pa·s;
- ciepło właściwe oleju: $c = 2000$ m^2/(s$^2\cdot{}^{\circ}$C);
- współczynnik przewodzenia ciepła w oleju:
  $K_{ol} = 0,135$ kg·m/s$^3\cdot{}^{\circ}$C);
- gęstość oleju: $\rho = 900$ kg/m^3;
- temperatura otoczenia: $t_z = 20^{\circ}\mathrm{C}$.

Obliczenia przeprowadzono przy założeniu, że na łożysko działa statyczna, pionowa siła obciążająca P_{st} przyjmująca różne wartości z przedziału $0 \div 50$ kN, lecz zachowująca ciągle ten sam kierunek działania (tzn. pionowo w dół). Do analizy przyjęto trzy prędkości obrotowe czopa: $n = 1000$, 3000 i 5000 obr/min. Przyjęty zatem zakres obciążeń $P_{st} = 0 \div 50$ kN (co odpowiada średnim obciążeniom jednostkowym $p_{śr} = 0 \div 10$ MPa) i prędkości obrotowych łożyska odpowiada znacznej ilości przypadków, z którymi możemy mieć do czynienia w praktyce dla tej klasy łożysk. Definicje podstawowych parametrów i układy współrzędnych zostały podane w rozdziale 2.2 a podstawowe równania dynamiki w rozdziale 2.3 niniejszej monografii.

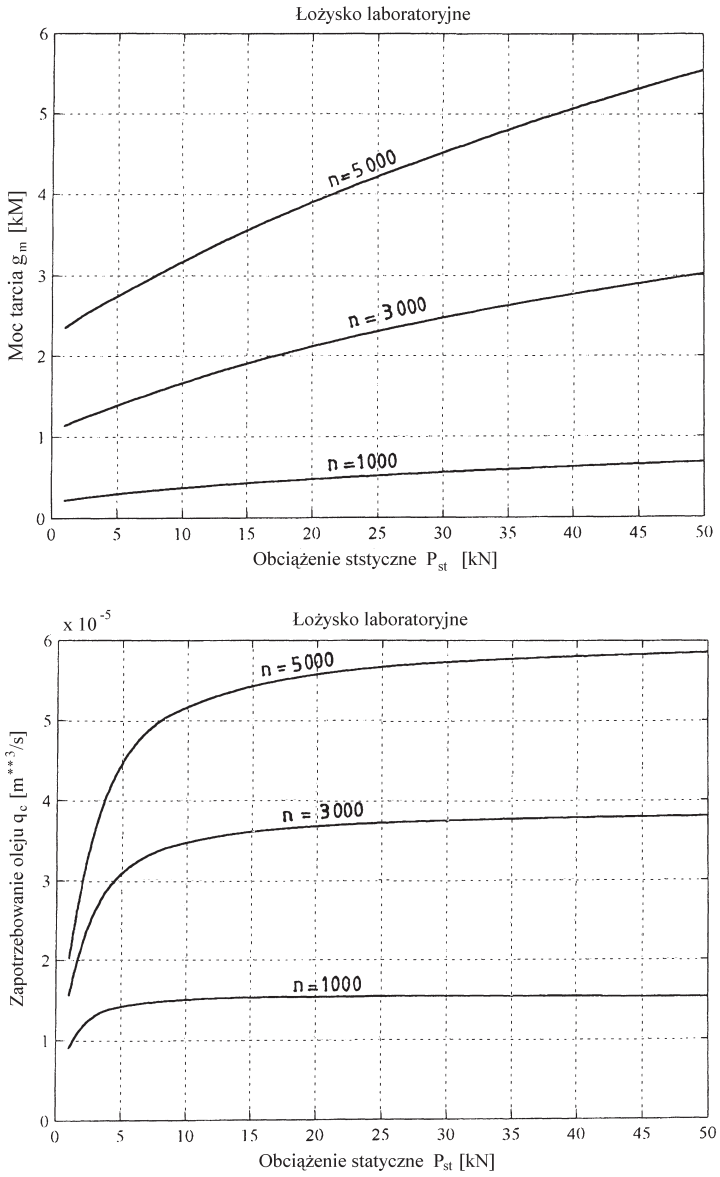
Wyniki obliczeń przedstawiają tabele 9.l i 9.2 oraz rysunki 9.2 ÷9.5.

Zwraca uwagę fakt, iż wpływ obciążenia i prędkości obrotowej na podstawowe charakterystyki statyczne łożyska jest zróżnicowany. O ile na przebiegi mocy tarcia, zapotrzebowania oleju czy maksymalnej temperatury panwi zdecydowanie większy wpływ ma prędkość obrotowa czopa, to na przebieg, np. minimalnej grubości filmu olejowego większy wpływ ma obciążenie statyczne.

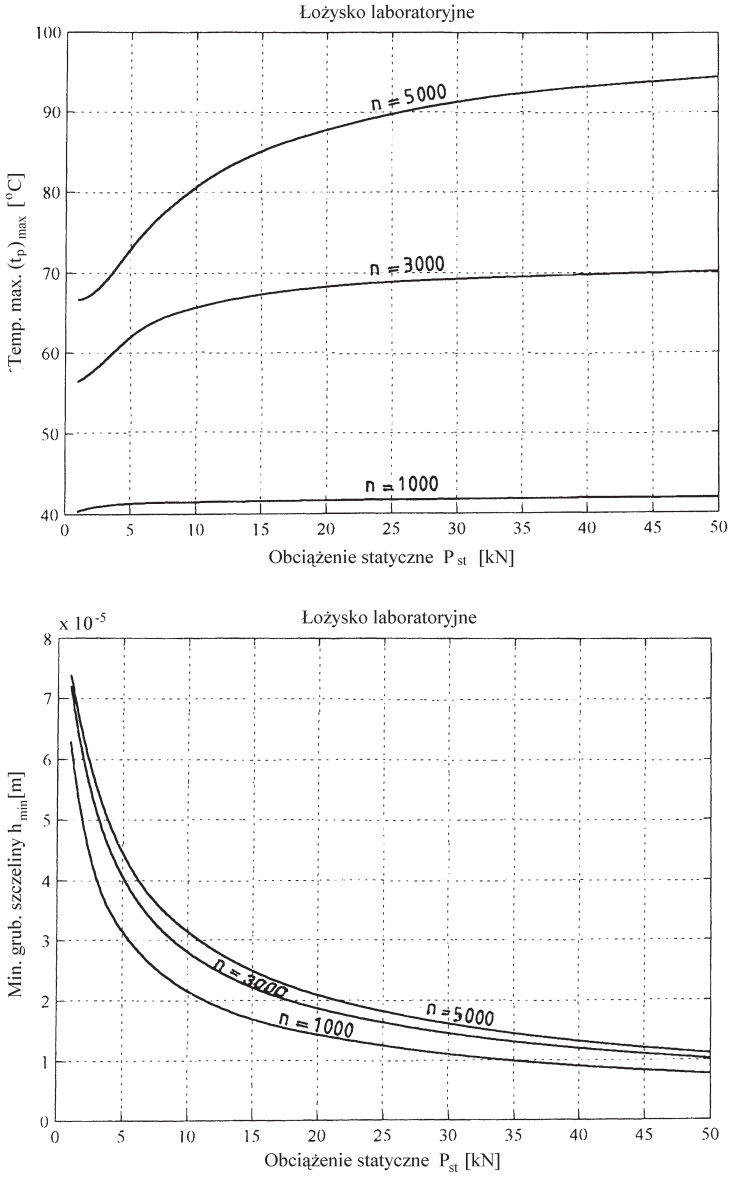
Jeśli chodzi o charakterystyki dynamiczne, to warto odnotować, iż wpływ prędkości obrotowej łożyska jest wyraźnie większy na przebieg współczynników tłumienia, niż na przebieg współczynników sztywności.



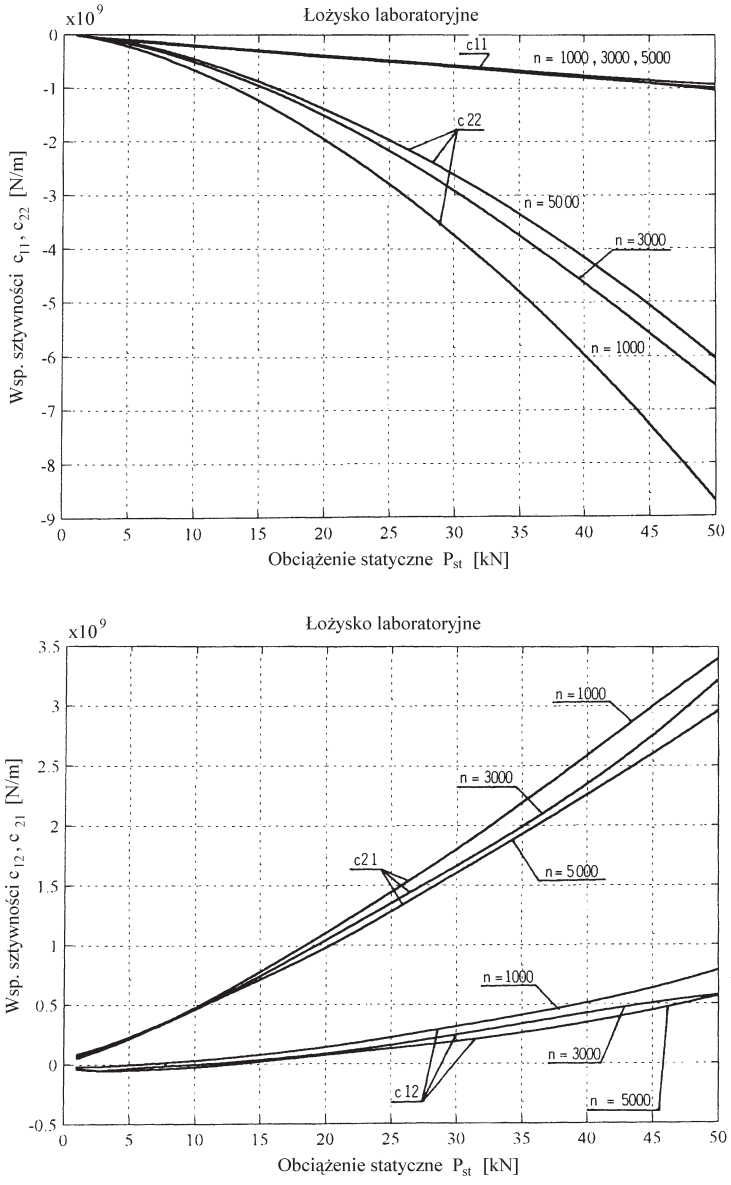
Rys. 9.1. Szkic konstrukcyjny łożyska laboratoryjnego o średnicy czopa $D = 0,1$ m, pracującego w laboratorium wibrodiagnostyki IMP PAN w Gdańsku



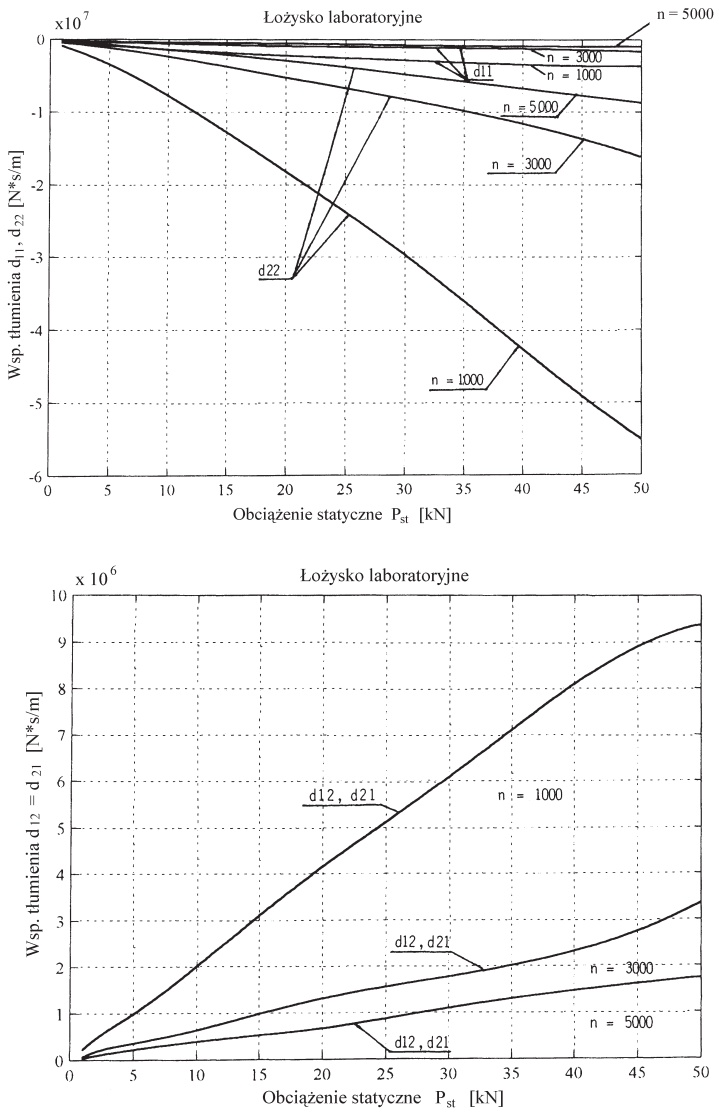
Rys. 9.2. Charakterystyki statyczne łożyska laboratoryjnego. Przebiegi mocy tarcia g_m i zapotrzebowania oleju q_c w funkcji obciążenia statycznego P_{st}



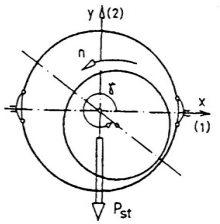
Rys. 9.3. Charakterystyki statyczne łożyska laboratoryjnego. Przebiegi maksymalnej temperatury $(t_p)_{max}$ i minimalnej grubości szczeliny h_{min} w funkcji obciążenia statycznego



Rys. 9.4. Charakterystyki dynamiczne łożyska laboratoryjnego. Przebiegi współczynników sztywności filmu olejowego: głównych – c_{11}, c_{22} oraz „skośnych" – c_{12}, c_{21} w funkcji obciążenia statycznego P_{st}



Rys. 9.5. Charakterystyki dynamiczne łożyska laboratoryjnego. Przebiegi współczynników tłumienia filmu olejowego: głównych – d_{11}, d_{22} oraz „skośnych" – d_{12}, d_{21} w funkcji obciążenia statycznego P_{st}



ŁOŻYSKO LABORATORYJNE

Charakterystyki statyczne

D = 0.1 C_{VH} = 1

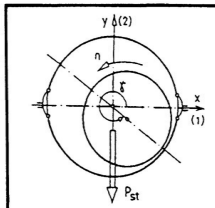
L/D = 0.5 $\Delta R = 90.35 \times 10^{-6}$ m

Olej maszynowy Z - 26 (AN 46)

DIADEF

P_{st} [kN]	$P_{śr}$ [Mpa]	n [obr/min]	ε [—]	γ [stop]	g_m [kW]	q_c [m^3/s]	$(t_p)_{max}$ [° C]	t_{wyl} [° C]	p_{max} [N/m^2]	h_{min} [m]
1	0.2	1000	0.3044	336.26	0.2192	0.9051×10^{-5}	40.37	37.07	$0.4098 \times 10^{+6}$	0.6286×10^{-4}
		3000	0.2034	346.37	1.1360	0.1561×10^{-4}	56.42	47.80	$0.3906 \times 10^{+6}$	0.7197×10^{-4}
		5000	0.1817	348.89	2.3410	0.2021×10^{-4}	66.63	54.06	$0.3929 \times 10^{+6}$	0.7393×10^{-4}
5	1	1000	0.6522	313.13	0.2983	0.1418×10^{-4}	41.32	36.32	$0.2870 \times 10^{+7}$	0.3144×10^{-4}
		3000	0.5503	322.99	1.3810	0.3078×10^{-4}	61.91	45.31	$0.2497 \times 10^{+7}$	0.4063×10^{-4}
		5000	0.5063	327.58	2.7350	0.4449×10^{-4}	72.91	50.41	$0.2369 \times 10^{+7}$	0.4461×10^{-4}
10	2	1000	0.7616	305.00	0.3717	0.1503×10^{-4}	41.51	36.20	$0.6715 \times 10^{+7}$	0.2155×10^{-4}
		3000	0.6897	312.95	1.6590	0.3469×10^{-4}	65.65	45.28	$0.5769 \times 10^{+7}$	0.2805×10^{-4}
		5000	0.6528	315.92	3.1680	0.5164×10^{-4}	80.63	50.64	$0.5334 \times 10^{+7}$	0.3137×10^{-4}
20	4	1000	0.8427	298.42	0.4771	0.1535×10^{-4}	41.66	36.15	$0.1597 \times 10^{+8}$	0.1425×10^{-4}
		3000	0.7939	304.61	2.1110	0.3670×10^{-4}	68.22	45.35	$0.1352 \times 10^{+8}$	0.1862×10^{-4}
		5000	0.7694	306.93	3.8990	0.5575×10^{-4}	87.71	51.17	$0.1289 \times 10^{+8}$	0.2085×10^{-4}
50	10	1000	0.9145	291.42	0.6823	0.1535×10^{-4}	41.93	36.21	$0.5027 \times 10^{+8}$	0.7748×10^{-5}
		3000	0.8870	295.80	3.0190	0.3798×10^{-4}	70.15	45.55	$0.4338 \times 10^{+8}$	0.1022×10^{-4}
		5000	0.8766	297.71	5.5440	0.5855×10^{-4}	94.48	51.75	$0.4081 \times 10^{+8}$	0.1117×10^{-4}

Tabela 9.1. Charakterystyki statyczne łożyska laboratoryjnego : ε - mimośrodowość względna, γ - kąt linii środków, g_m - moc tarcia, q_c - zapotrzebowanie oleju, $(t_p)_{max}$ - maksymalna temperatura na powierzchni wewnętrznej panwi, t_{wyl} - średnia temperatura oleju wylotowego, p_{max} - maksymalne ciśnienie w filmie smarnym, h_{min} - minimalna grubość szczeliny smarnej



ŁOŻYSKO LABORATORYJNE

Charakterystyki dynamiczne

D = 0.1 C_{VH} = 1

L/D = 0.5 $\Delta R = 90.35 \times 10^{-6}$ m

Olej maszynowy Z - 26 (AN 46)

DIADEF

P_{st} [kN]	$P_{śr}$ [Mpa]	n [obr/min]	C_{11} [N/m]	C_{21} [N/m]	C_{12} [N/m]	C_{22} [N/m]	d_{11} [N.s/m]	d_{21} [N.s/m]	d_{12} [N.s/m]	d_{22} [N.s/m]
1	0.2	1000	$-0.218\times10^{+8}$	$0.495\times10^{+8}$	$-0.210\times10^{+8}$	$-0.193\times10^{+8}$	$-0.470\times10^{+6}$	$0.228\times10^{+6}$	$0.228\times10^{+6}$	$-0.894\times10^{+6}$
		3000	$-0.209\times10^{+8}$	$0.691\times10^{+8}$	$-0.315\times10^{+8}$	$-0.189\times10^{+8}$	$-0.215\times10^{+6}$	$0.649\times10^{+5}$	$0.649\times10^{+5}$	$-0.427\times10^{+6}$
		5000	$-0.210\times10^{+8}$	$0.846\times10^{+8}$	$-0.390\times10^{+8}$	$-0.199\times10^{+8}$	$-0.155\times10^{+6}$	$0.368\times10^{+5}$	$0.367\times10^{+5}$	$-0.314\times10^{+6}$
5	1	1000	$-0.984\times10^{+8}$	$0.213\times10^{+9}$	$-0.611\times10^{+7}$	$-0.226\times10^{+9}$	$-0.894\times10^{+6}$	$0.982\times10^{+6}$	$0.983\times10^{+6}$	$-0.349\times10^{+7}$
		3000	$-0.109\times10^{+9}$	$0.218\times10^{+9}$	$-0.365\times10^{+8}$	$-0.167\times10^{+9}$	$-0.440\times10^{+6}$	$0.360\times10^{+6}$	$0.359\times10^{+6}$	$-0.120\times10^{+7}$
		5000	$-0.116\times10^{+9}$	$0.227\times10^{+9}$	$-0.524\times10^{+8}$	$-0.149\times10^{+9}$	$-0.311\times10^{+6}$	$0.222\times10^{+6}$	$0.222\times10^{+6}$	$-0.757\times10^{+6}$
10	2	1000	$-0.193\times10^{+9}$	$0.473\times10^{+9}$	$0.290\times10^{+8}$	$-0.660\times10^{+9}$	$-0.140\times10^{+7}$	$0.201\times10^{+7}$	$0.201\times10^{+7}$	$-0.777\times10^{+7}$
		3000	$-0.207\times10^{+9}$	$0.458\times10^{+9}$	$-0.373\times10^{+7}$	$-0.508\times10^{+9}$	$-0.585\times10^{+6}$	$0.643\times10^{+6}$	$0.644\times10^{+6}$	$-0.240\times10^{+7}$
		5000	$-0.216\times10^{+9}$	$0.461\times10^{+9}$	$-0.265\times10^{+8}$	$-0.453\times10^{+9}$	$-0.408\times10^{+6}$	$0.395\times10^{+6}$	$0.394\times10^{+6}$	$-0.146\times10^{+7}$
20	4	1000	$-0.385\times10^{+9}$	$0.110\times10^{+10}$	$0.142\times10^{+9}$	$-0.195\times10^{+10}$	$-0.226\times10^{+7}$	$0.414\times10^{+7}$	$0.416\times10^{+7}$	$-0.182\times10^{+8}$
		3000	$-0.412\times10^{+9}$	$0.104\times10^{+10}$	$0.873\times10^{+8}$	$-0.151\times10^{+10}$	$-0.909\times10^{+6}$	$0.130\times10^{+7}$	$0.130\times10^{+7}$	$-0.527\times10^{+7}$
		5000	$-0.394\times10^{+9}$	$0.976\times10^{+9}$	$0.747\times10^{+8}$	$-0.139\times10^{+10}$	$-0.583\times10^{+6}$	$0.673\times10^{+6}$	$0.674\times10^{+6}$	$-0.295\times10^{+7}$
50	10	1000	$-0.933\times10^{+9}$	$0.340\times10^{+10}$	$0.782\times10^{+9}$	$-0.871\times10^{+10}$	$-0.370\times10^{+7}$	$0.937\times10^{+7}$	$0.940\times10^{+7}$	$-0.551\times10^{+8}$
		3000	$-0.104\times10^{+10}$	$0.322\times10^{+10}$	$0.571\times10^{+9}$	$-0.655\times10^{+10}$	$-0.168\times10^{+7}$	$0.335\times10^{+7}$	$0.336\times10^{+7}$	$-0.162\times10^{+8}$
		5000	$-0.997\times10^{+9}$	$0.296\times10^{+10}$	$0.564\times10^{+8}$	$-0.605\times10^{+10}$	$-0.974\times10^{+6}$	$0.174\times10^{+7}$	$0.174\times10^{+7}$	$-0.872\times10^{+7}$

Tabela 9.2. Współczynniki sztywności $C_{i,k}$ oraz tłumienia $d_{i,k}$ filmu olejowego łożyska laboratoryjnego

9.2 Łożysko turbinowe

Szkic konstrukcyjny łożyska przedstawia rys. 9.6. Łożyska tego typu stosowane są w krajowych blokach energetycznych o mocy 200 MW. W omawianym przypadku, stosując numerację łożysk przyjętą w turbinie 13K215, jest to łożysko nośne nr 5 – patrz rozdział 3.3.2. Łożyska turbinowe dużej mocy z reguły są łożyskami z luzem soczewkowym i dwiema kieszeniami smarnymi w płaszczyźnie podziału. W zależności od przemieszczeń panwi w stojakach, spowodowanych odkształceniem termicznym całej konstrukcji podpierającej lub warunkami montażu „zimnego", łożysko to przenosić może obciążenie statyczne w granicach od kilkunastu do $\sim 30 \div 40$ ton. Nawet tak duże obciążenia bezwzględne odpowiadają umiarkowanym wartościom średnich nacisków jednostkowych $p_{gr} = 1,8 \div 3$ MPa, co jest typowe dla łożysk wielkogabarytowych.

Rozpatrzmy dwie wersje konstrukcyjne tego łożyska, a mianowicie:

- wersja z luzem soczewkowym normalnym, nazwijmy ją wersją A;
- wersja z luzem soczewkowym powiększonym i mniejszą szerokością panwi, nazwijmy ją wersją B.

Parametry geometryczne są następujące:

Wersja A
- luz promieniowy poziomy (maksymalny): $(\Delta R)_{max} = 7,6 \cdot 10^{-4}$m,
- stosunek luzu pionowego do poziomego: $C_{VH} = 0,3322$,
  (stopień „soczewkowatości" – 66,8 %),
- stosunek szerokości panwi do średnicy czopa: $L/D = 0,795$;

Wersja B
- luz promieniowy poziomy (maksymalny): $(\Delta R)_{max} = 9.5 \cdot 10^{-4}$m,
- stosunek luzu pionowego do poziomego: $C_{VH} = 0,526$,
- (stopień „soczewkowatości" – 47%),
- stosunek szerokości panwi do średnicy czopa: $L/D = 0,644$.

Pozostałe parametry geometryczne wspólne dla obu wersji:
- średnica czopa: $D = 0,45$ m,
- średnica zewnętrzna panwi (obliczeniowa) $D_z = 0,67$ m,
- kąty określające usytuowanie kieszeni smarnych $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4$: 15°C , 165°C , 195°C , 345°C .

Do obliczeń przyjęto olej turbinowy TU-32 o lepkości $\mu_o = 0,02739$ Pa·s w temperaturze zasilania $t_o = 40^o$. Przyjęto ponadto temperaturę czopa $t_{cz} = 50^o$C C (z pomiarów), temperaturę otoczenia $t_z = 40^o$C i ciśnienie zasilania $p_o = 0,1$ MPa. Wartości współczynników materiałowych K_p, K_{ol}, α_{ot}, c, ρ przyjęto identyczne jak w przykładzie łożyska laboratoryjnego.

Obliczenia przeprowadzono (podobnie jak poprzednio) przy założeniu, że na łożysko działa statyczna, pionowa siła obciążająca P_{st} przyjmująca wartości z przedziału $0 \div 400$ kN. Przyjęto stałą prędkość obrotową czopa $n = 3000$ obr/min.

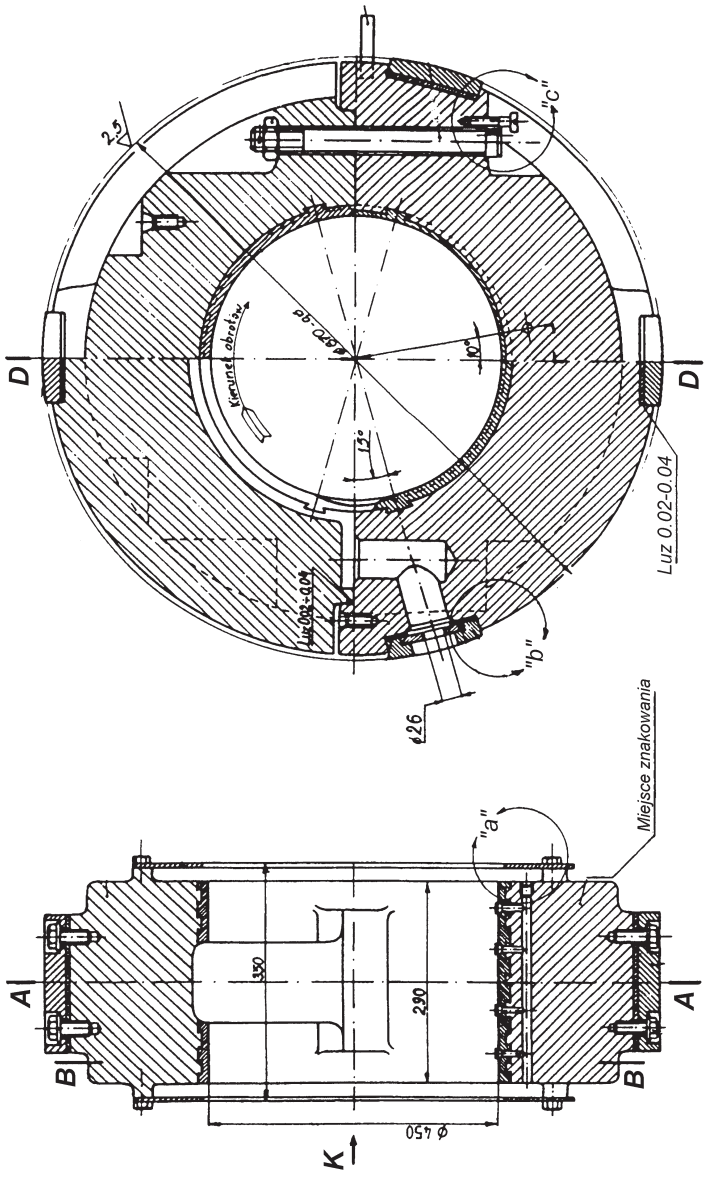
Wyniki obliczeń charakterystyk statycznych i dynamicznych za pomocą programu DIADEF przedstawiają tabele 9.3 i 9.4 oraz rys. 9.7÷9.10. Powyższe wyniki pozwalają oszacować wpływ obu wersji konstrukcyjnych A i B na przebiegi podstawowych charakterystyk łożyska. Można oczekiwać, iż powiększenie luzu i zmniejszenie szerokości panwi (wersja B) spowodują pracę łożyska przy większych mimośrodowościach względnych ε, co z jednej strony powinno poprawić własności dynamiczne a z drugiej strony może zmniejszyć zapas nośności statycznej (mniejsze h_{min}).

Uzyskane wyniki potwierdzają powyższe oczekiwania, chociaż wnioskowanie o własnościach dynamicznych łożyska na podstawie przebiegu samych współczynników sztywności i tłumienia filmu olejowego może być utrudnione, zwłaszcza, że ich tendencja zmian w zależności od obciążenia jest różna (rys. 9.9).

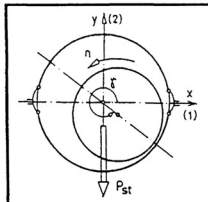
Aby interpretację własności dynamicznych obu wersji konstrukcyjnych łożyska uczynić bardziej jednoznaczną, przeprowadzono obliczenia drgań wymuszonych prostego układu składającego się z dwóch identycznych łożysk (właśnie tych analizowanych) i jednomasowego symetrycznego i sztywnego wirnika – patrz: rozdział 2.3. Założono, że obciążenia statyczne łożysk P_{st} (w potrzebnym zakresie) wynikają z masy wirnika. Założono też, iż na układ działa siła synchroniczna wymuszająca $q = r_B \cdot P_{st}$ przy czym r_B przyjęto równe 0,001 (szczegółowy opis parametrów – patrz załączony do monografii dysk CD). Założenie sztywnego wirnika pozwala nam uniezależnić wyniki od np. jego podatności i tym samym skoncentrować naszą uwagę wyłącznie na własnościach łożyska. Obliczenia przeprowadzono według algorytmu opisanego w rozdziale 2.3 wykorzystując obliczone współczynniki sztywności i tłumienia filmu olejowego.

Przebiegi amplitudy drgań (półosi dużej elipsy), w zależności od obciążenia dla obu wersji A i B przedstawia rys. 9.11.

Widać teraz wyraźnie, iż amplituda drgań wymuszonych dla wersji B z powiększonym luzem jest mniejsza w całym zakresie obciążenia, co oznacza poprawę własności dynamicznych w stosunku do wersji A. Poprawa ta nie jest jednakże zbyt duża, zwłaszcza jeśli uwzględni się fakt, iż została ona uzyskana kosztem pogorszenia zapasu nośności hydrodynamicznej (zmniejszenie wartości h_{min} przy tym samym obciążeniu), zwiększenia zapotrzebowania oleju q_c i maksymalnej temperatury panwi $(t_p)_{max}$ (dla średnich i większych obciążeń). Z drugiej strony wersja B zapewnia pracę łożyska przy zdecydowanie mniejszej mocy tarcia g_m, a ponadto można oczekiwać, iż będzie mniej wrażliwa na przemieszczenia panwi spowodowane odkształceniami cieplnymi konstrukcji podpierającej turbiny. Jest więc rzeczą konstruktora podjęcie decyzji, jaki wariant w konkretnej sytuacji może być optymalny.



Rys. 9.6. Szkic konstrukcyjny łożyska turbinowego o średnicy czopa $D = 0,45\ m$



ŁOŻYSKO TURBINOWE
Wersja A
Charakterystyki statyczne

D = 0.45 m C_{VH} = 0.3322
L/D = 0.795 $(\Delta R)_{max} = 7.6\times10^{-4}$m
n = 3000 obr/min
Olej turbinowy TU - 32

DIADEF

P_{st} [kN]	$P_{śr}$ [Mpa]	ε [—]	γ [stop]	g_m [kW]	q_c [m^3/s]	(t_p) max [° C]	t_{wyl} [° C]	p max [N/m^2]	h_{min} [m]
10	0.062	0.0353	358.64	120.3	0.5684×10^{-2}	68.27	46.33	$0.1622\times10^{+7}$	0.2511×10^{-3}
50	0.31	0.1597	357.39	124.2	0.6122×10^{-2}	69.77	46.09	$0.2003\times10^{+7}$	0.2329×10^{-3}
100	0.62	0.2634	355.13	132.6	0.6880×10^{-2}	73.53	45.79	$0.2741\times10^{+7}$	0.1988×10^{-3}
180	1.12	0.3481	351.34	146.4	0.7704×10^{-2}	80.47	45.69	$0.4286\times10^{+7}$	0.1534×10^{-3}
300	1.86	0.3947	345.95	164.9	0.8127×10^{-2}	90.23	45.77	$0.7129\times10^{+7}$	0.1111×10^{-3}
400	2.48	0.4050	341.66	179.2	0.8119×10^{-2}	97.20	45.93	$0.9796\times10^{+7}$	0.8872×10^{-4}

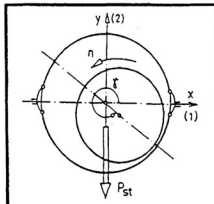
ŁOŻYSKO TURBINOWE
Wersja B
Charakterystyki statyczne

D = 0.45 m C_{VH} = 0.526
L/D = 0.644 $(\Delta R)_{max} = 9.5\times10^{-4}$m
n = 3000 obr/min
Olej turbinowy TU - 32

DIADEF

P_{st} [kN]	$P_{śr}$ [Mpa]	ε [—]	γ [stop]	g_m [kW]	q_c [m^3/s]	(t_p) max [° C]	t_{wyl} [° C]	p max [N/m^2]	h_{min} [m]
10	0.076	0.1860	367.63	57.09	0.8492×10^{-2}	53.85	43.67	$0.3764\times10^{+6}$	0.4450×10^{-3}
50	0.38	0.4360	352.45	67.75	0.1260×10^{-1}	58.63	43.38	$0.1143\times10^{+7}$	0.2994×10^{-3}
100	0.77	0.4940	338.41	79.80	0.1312×10^{-1}	70.20	43.26	$0.2617\times10^{+7}$	0.1894×10^{-3}
180	1.38	0.5160	325.97	98.31	0.1249×10^{-1}	84.26	43.35	$0.5432\times10^{+7}$	0.1193×10^{-3}
300	2.3	0.5275	317.09	122.1	0.1250×10^{-1}	98.41	43.73	$0.1031\times10^{+8}$	0.7756×10^{-4}
400	3.06	0.5350	313.24	141.0	0.1228×10^{-1}	108.10	44.17	$0.1528\times10^{+8}$	0.5865×10^{-4}

Tabela 9.3. Charakterystyki statyczne łożyska turbinowego. Oznaczenia symboli jak w tabeli 1.
Wersja A - luz normalny
Wersja B - luz powiększony



ŁOŻYSKO TURBINOWE
Wersja A
Charakterystyki dynamiczne

D = 0.45 m C_{VH} = 0.3322
L/D = 0.795 $(\Delta R)_{max} = 7.6\times10^{-4}$m
n = 3000 obr/min
Olej turbinowy TU - 32

DIADEF

P_{st} [kN]	$P_{śr}$ [Mpa]	C_{11} [N/m]	C_{21} [N/m]	C_{12} [N/m]	C_{22} [N/m]	d_{11} [N·s/m]	d_{21} [N·s/m]	d_{12} [N·s/m]	d_{22} [N·s/m]
10	0.062	$-0.470\times10^{+8}$	$0.298\times10^{+9}$	$-0.575\times10^{+9}$	$-0.113\times10^{+10}$	$-0.101\times10^{+7}$	$-0.174\times10^{+7}$	$-0.174\times10^{+7}$	$-0.484\times10^{+7}$
50	0.31	$-0.877\times10^{+8}$	$0.351\times10^{+9}$	$-0.583\times10^{+9}$	$-0.124\times10^{+10}$	$-0.112\times10^{+7}$	$-0.159\times10^{+7}$	$-0.159\times10^{+7}$	$-0.514\times10^{+7}$
100	0.62	$-0.174\times10^{+9}$	$0.529\times10^{+9}$	$-0.575\times10^{+9}$	$-0.153\times10^{+10}$	$-0.133\times10^{+7}$	$-0.125\times10^{+7}$	$-0.125\times10^{+7}$	$-0.607\times10^{+7}$
180	1.12	$-0.340\times10^{+9}$	$0.946\times10^{+9}$	$-0.467\times10^{+9}$	$-0.225\times10^{+10}$	$-0.157\times10^{+7}$	$-0.443\times10^{+6}$	$-0.437\times10^{+6}$	$-0.791\times10^{+7}$
300	1.86	$-0.602\times10^{+9}$	$0.185\times10^{+10}$	$-0.174\times10^{+9}$	$-0.391\times10^{+10}$	$-0.183\times10^{+7}$	$0.796\times10^{+6}$	$0.808\times10^{+6}$	$-0.117\times10^{+8}$
400	2.48	$-0.818\times10^{+9}$	$0.268\times10^{+10}$	$0.126\times10^{+9}$	$-0.586\times10^{+10}$	$-0.192\times10^{+7}$	$0.165\times10^{+7}$	$0.165\times10^{+7}$	$-0.152\times10^{+8}$

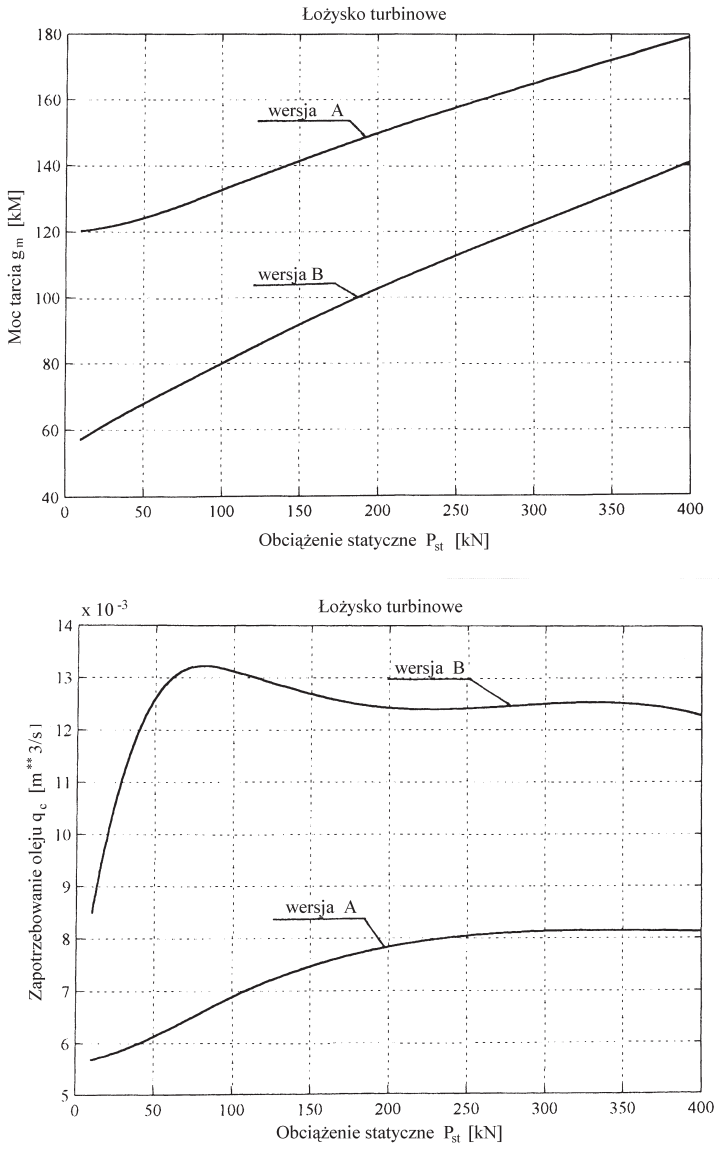
ŁOŻYSKO TURBINOWE
Wersja B
Charakterystyki dynamiczne

D = 0.45 m C_{VH} = 0.526
L/D = 0.644 $(\Delta R)_{max} = 9.5\times10^{-4}$m
n = 3000 obr/min
Olej turbinowy TU - 32

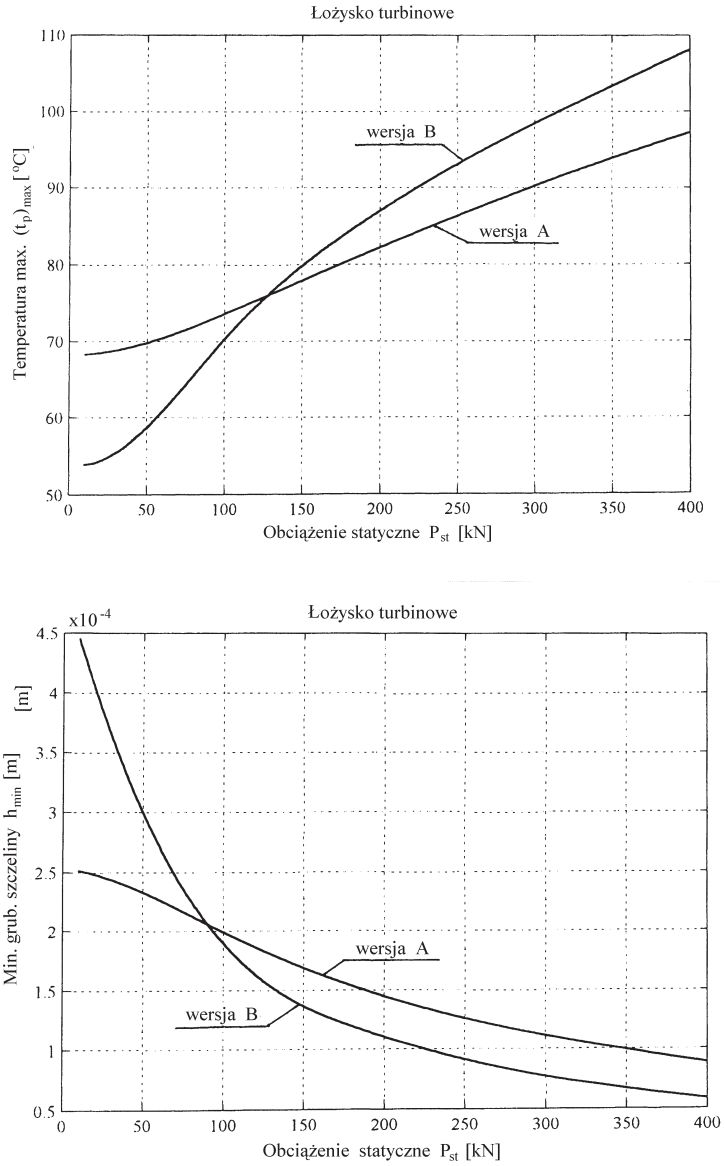
DIADEF

P_{st} [kN]	$P_{śr}$ [Mpa]	C_{11} [N/m]	C_{21} [N/m]	C_{12} [N/m]	C_{22} [N/m]	d_{11} [N·s/m]	d_{21} [N·s/m]	d_{12} [N·s/m]	d_{22} [N·s/m]
10	0.076	$-0.485\times10^{+5}$	$0.748\times10^{+8}$	$-0.769\times10^{+8}$	$-0.126\times10^{+9}$	$-0.239\times10^{+6}$	$-0.240\times10^{+6}$	$-0.240\times10^{+6}$	$-0.767\times10^{+6}$
50	0.38	$-0.750\times10^{+8}$	$0.201\times10^{+9}$	$-0.380\times10^{+8}$	$-0.259\times10^{+9}$	$-0.368\times10^{+6}$	$0.174\times10^{+6}$	$0.171\times10^{+6}$	$-0.127\times10^{+7}$
100	0.77	$-0.175\times10^{+9}$	$0.470\times10^{+9}$	$0.432\times10^{+8}$	$-0.698\times10^{+9}$	$-0.434\times10^{+6}$	$0.585\times10^{+6}$	$0.582\times10^{+6}$	$-0.253\times10^{+7}$
180	1.38	$-0.335\times10^{+9}$	$0.102\times10^{+10}$	$0.197\times10^{+9}$	$-0.192\times10^{+10}$	$-0.556\times10^{+6}$	$0.105\times10^{+7}$	$0.105\times10^{+7}$	$-0.510\times10^{+7}$
300	2.3	$-0.596\times10^{+9}$	$0.205\times10^{+10}$	$0.533\times10^{+9}$	$-0.471\times10^{+10}$	$-0.753\times10^{+6}$	$0.174\times10^{+7}$	$0.174\times10^{+7}$	$-0.947\times10^{+7}$
400	3.06	$-0.879\times10^{+9}$	$0.318\times10^{+10}$	$0.978\times10^{+9}$	$-0.801\times10^{+10}$	$-0.980\times10^{+6}$	$0.253\times10^{+7}$	$0.253\times10^{+7}$	$-0.138\times10^{+8}$

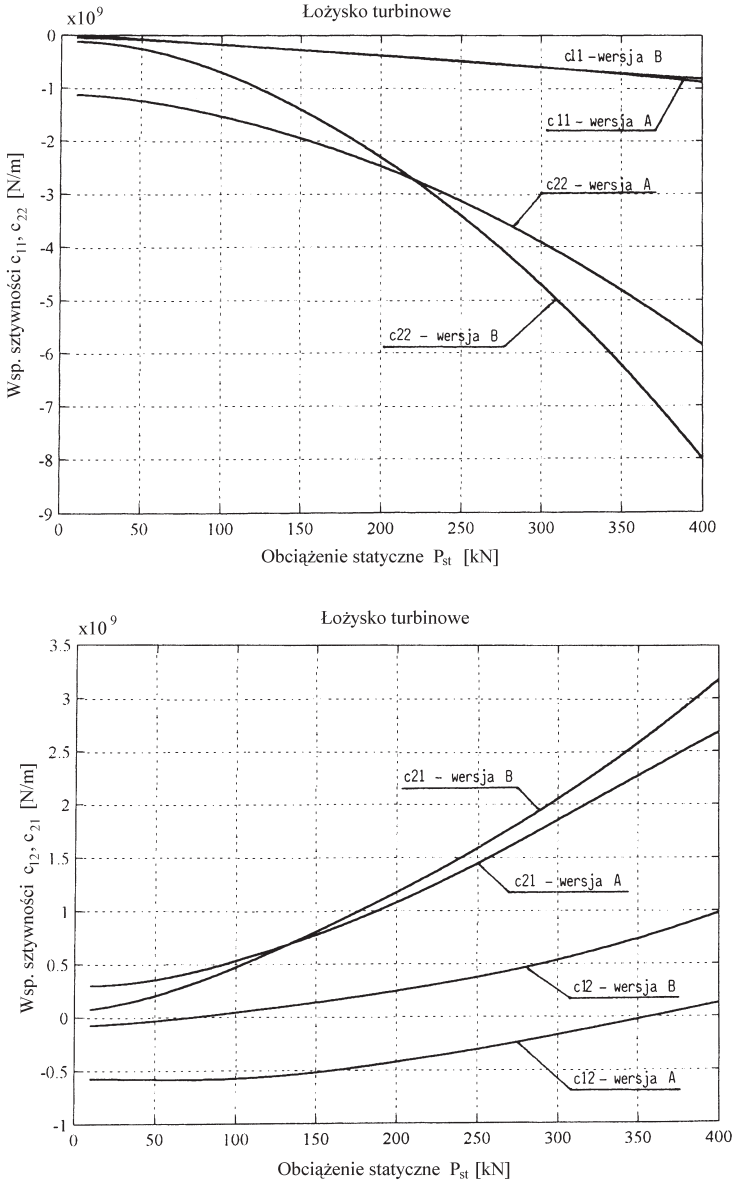
Tabela 9. 4. Charakterystyki dynamiczne łożyska turbinowego.
Wersja A - luz normalny, wersja B - luz powiększony.



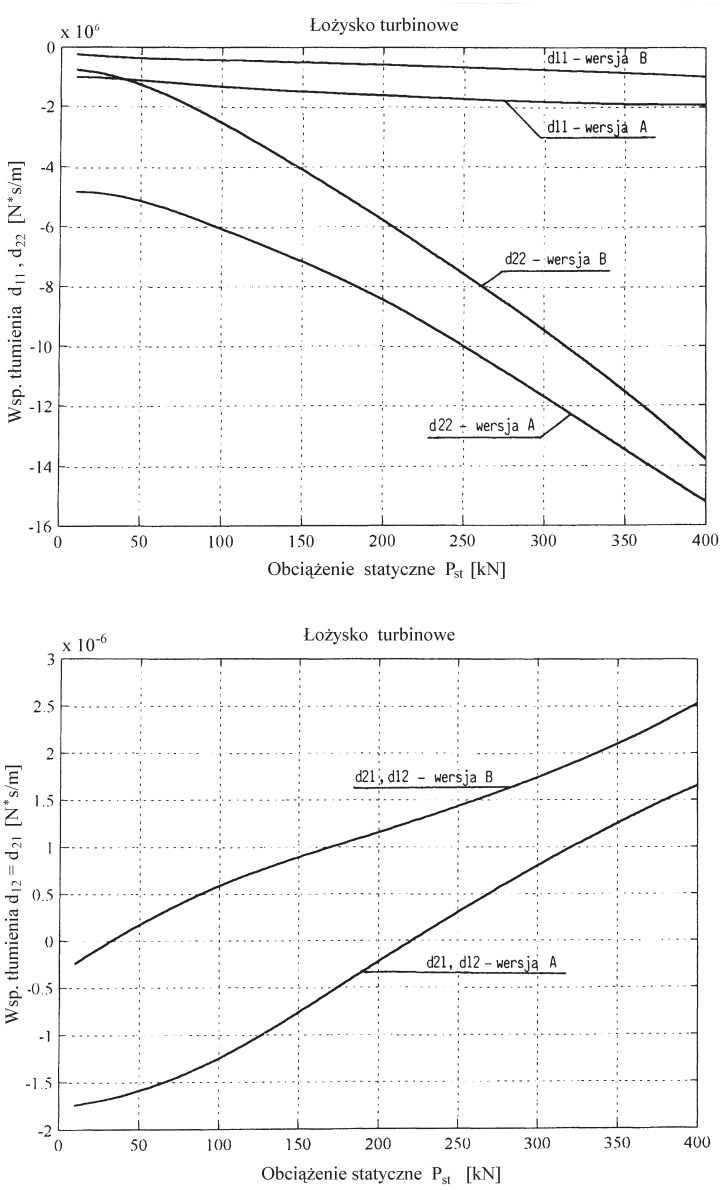
Rys. 9.7. Charakterystyki statyczne łożyska turbinowego (wersje A i B). Przebiegi mocy tarcia g_m i zapotrzebowania oleju q_c w funkcji obciążenia statycznego P_{st}



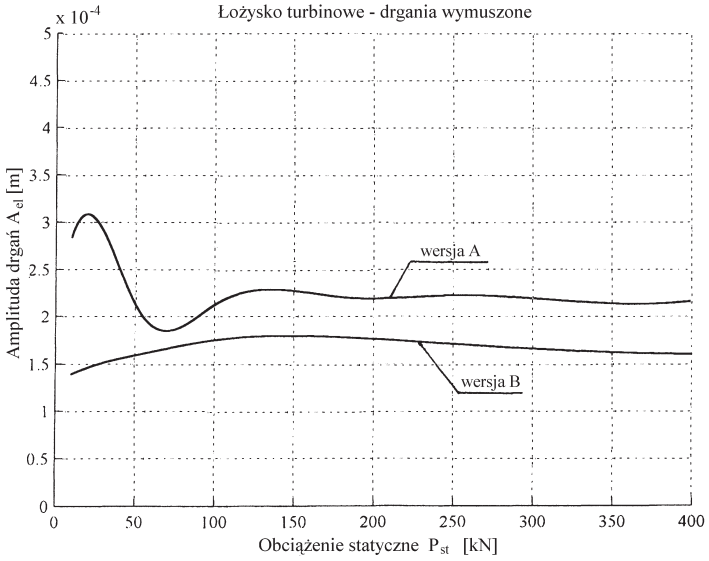
Rys. 9.8. Charakterystyki statyczne łożyska turbinowego (wersje A i B). Przebiegi maksymalnej temperatury $(t_p)_{max}$ i minimalnej grubości szczeliny h_{min} w funkcji obciążenia statycznego P_{st}



Rys. 9.9. Charakterystyki dynamiczne łożyska turbinowego (wersje A i B). Przebiegi współczynników sztywności filmu olejowego: głównych – c_{11}, c_{22} i „skośnych" – c_{12}, c_{21}



Rys. 9.10. Charakterystyki dynamiczne łożyska turbinowego (wersje A i B). Przebiegi współczynników tłumienia filmu olejowego: głównych – d_{11}, d_{22} oraz „skośnych" – d_{12}, d_{21}



Rys. 9.11. Przebieg amplitudy drgań wymuszonych (półosi dużej elipsy) łożyska turbinowego pracującego w prostym układzie wirnik-łożyska (wirnik symetryczny, jednomasowy, sztywny). Wymuszenie synchroniczne równe 0,001 wartości obciążenia P_{st}