

ROZDZIAŁ 8

PRZEDZIAŁY ADEKWATNOŚCI CHARAKTERYSTYK DYNAMICZNYCH KONSTRUKCJI PODPIERAJĄCEJ

- ZESPOLONA PODATNOŚĆ DYNAMICZNA – BADANIA EKSPERYMENTALNE I TEORETYCZNE
- TEORETYCZNA I EKSPERYMENTALNA ANALIZA MODALNA
- PRZEDZIAŁY ADEKWATNOŚCI I FUNKCJE WAGOWE – PRZYKŁADY ZASTOSOWANIA NOWEJ KONCEPCJI OBLICZEŃ NIELINIOWYCH

Przedstawiona w rozdziale 1 koncepcja, w myśl której charakterystyki dynamiczne podpór łożyskowych określane są w trakcie obliczeń na podstawie struktury widma drgań węzłów w miejscu posadowienia wirnika, jest pomysłem nowym i tym samym oryginalnym. Koncepcja ta umożliwia integrację modelu konstrukcji podpierającej (na ogół liniowego) z modelem linii wirników (z imperfekcjami) i łożysk ślizgowych, który z reguły jest nieliniowy, a w wielu przypadkach silnie nieliniowy. Tak zarysowana koncepcja obliczeń nieliniowych wymaga określenia przedziałów, dla których wyznaczone charakterystyki dynamiczne są właściwe (tzw. przedziałów adekwatności) i w granicach których dokonywana jest transformacja zespolonych charakterystyk podatnościowych na rzeczywiste charakterystyki masowo-tłumiąco-sztywnościowe. Rzeczywiste macierze mas, sztywności i tłumienia są z kolei niezbędne, jeśli chcemy opracowane narzędzia badawcze (system MESWIR) ukierunkować na potrzeby diagnostyki technicznej, a zwłaszcza diagnostyki według modelu. Taka właśnie „filozofia ukierunkowania” opracowanych narzędzi została przyjęta w niniejszej monografii.

Pierwszym krokiem w opisanym wyżej postępowaniu jest więc wyznaczenie zespolonych podatności dynamicznej konstrukcji podpierającej. W niniejszym rozdziale przedstawione zostały próby budowy takich charakterystyk zarówno metodą pomiarów eksperymentalnych jak i symulacji komputerowej. Obiekt badań stanowił wirnik

laboratoryjny (trójpodporowa maszyna wirnikowa) oraz turbozespół energetyczny dużej mocy. Porównanie charakterystyk podatnościowych otrzymanych drogą eksperymentalną i teoretyczną wykazało niestety duże rozbieżności. Nie jest to zresztą wynik zaskakujący, zwłaszcza w odniesieniu do tak złożonych obiektów, ponieważ podobne trudności są udziałem wielu innych badaczy.

Bardzo pomocną w doborze przedziałów adekwatności okazała się analiza modalna. Przeprowadzone zostały stosowne badania teoretyczne i eksperymentalne obu wyżej wymienionych obiektów z wykorzystaniem technik właściwych dla eksperymentalnej i eksploatacyjnej analizy modalnej. W tym przypadku rozbieżności pomiędzy analizą teoretyczną i eksperymentalną okazały się dużo mniejsze. W efekcie określone zostały zarówno przedziały adekwatności jak i charakterystyki dynamiczne konstrukcji podpierającej obu przyjętych do badań obiektów.

Możliwa teraz stała się ocena wpływu zaproponowanej metodologii obliczeń nieliniowych poprzez zastosowanie tzw. funkcji wagowych (rozdział 1.5.1) na stan dynamiczny obu obiektów. Wyniki obliczeń przedstawione zostały w formie kart diagnostycznych wygenerowanych zarówno dla przypadków referencyjnych (ułatwiających porównania) jak i przypadków uwzględniających funkcje wagowe. Okazało się, że w przypadku obiektów pracujących w warunkach, które można uznać za nominalne lub nawet wzorcowe, obraz drgań obiektu pozyskany metodą funkcji wagowych wypada bardziej bezpieczny, co wyraża się bardziej „stonowaną” strukturą widma drgań. Wpływ ten jednak można ocenić jako niewielki.

Sytuacja wygląda inaczej w przypadku, kiedy obiekt pracuje np. w warunkach rozwiniętej już niestabilności układu. Przykład dużej maszyny energetycznej z pękniętym wirnikiem pokazał, że tym razem wpływ funkcji wagowych jest znaczny i co ważniejsze idzie w kierunku pogorszenia i tak już złego obrazu stanu dynamicznego obiektu. Oznacza to, że sytuacja w rzeczywistości może być groźniejsza niż wskazują to tradycyjne metody opisu.

Generalnie możemy stwierdzić, że w sytuacji kiedy układ pracuje spokojnie i charakteryzuje się mało rozbudowaną strukturą widm drgań posadowień wirnika (np. jedna silna składowa synchroniczna), to możemy się spodziewać niewielkiego wpływu metody „ważenia” charakterystyk. Można ją wówczas pominąć. Natomiast w przypadkach „ostrej dynamiki” obiektu wyrażającej się złożoną strukturą widm drgań o wielu silnych składowych, wpływ ten będzie niewątpliwie zdecydowanie większy. Zastosowanie wówczas zaproponowanej metodologii obliczeń nieliniowych jest w pełni zasadne a nawet konieczne.

8.1 Uwagi wstępne

W rozdziale 1 niniejszej monografii przedstawiliśmy problem identyfikacji charakterystyk dynamicznych konstrukcji podpierającej, a zwłaszcza pomysł na integrację tego tak ważnego podukładu maszyny wirnikowej z innym podukładem, a mianowicie linią wirników i łożysk. Tego rodzaju integracja nie przedstawia większych problemów, jeśli linię wirników z łożyskami i uszczelnieniami labiryntowymi potraktujemy jako podukład liniowy (tak jak się to powszechnie zakłada w li-

teraturze). Jeśli jednak uwzględnimy w naszym modelu nieliniowy charakter linii wirników z imperfekcjami, a zwłaszcza silnie nieliniowe własności łożysk (co znacznie bardziej odpowiada rzeczywistości), a ponadto jeśli naszym celem głównym będzie ukierunkowanie modelu na potrzeby diagnostyki technicznej, to w takiej sytuacji integracja obu wspomnianych podukładów staje się zagadnieniem bardzo złożonym [8.2]. Konieczna staje się transformacja zespolonych charakterystyk dynamicznych konstrukcji podpierającej na charakterystyki rzeczywiste i wyznaczenie tzw. przedziałów adekwatności tych charakterystyk – rozdział 1.4. Z kolei przedziały te mogą być kojarzone z linią wirników i łożysk w różny sposób, m.in. poprzez wprowadzenie tzw. funkcji wagowych – rozdział 1.5.

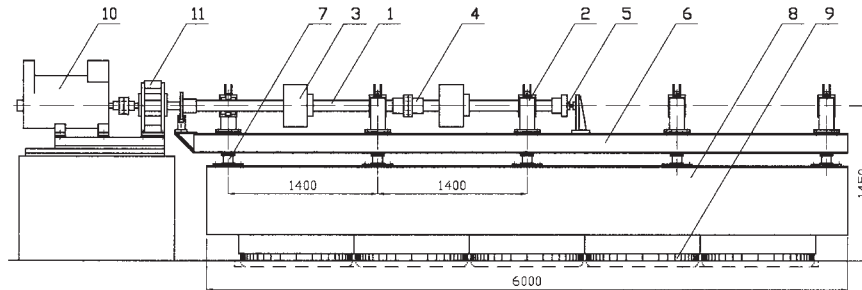
W niniejszym rozdziale przedstawimy konkretne przykłady zastosowania metodologii, której podstawy teoretyczne przedstawione zostały szczegółowo w rozdziale 1. Pozostaniemy przy obiektach rzeczywistych i ich modelach prezentowanych już wielokrotnie w niniejszej monografii, a mianowicie przy wielopodporowym wirniku laboratoryjnym i dużej maszynie energetycznej. Spróbujemy wyznaczyć wspomniane wyżej przedziały adekwatności zarówno metodą pomiarów eksperymentalnych jak i symulacji komputerowych a następnie spróbujemy ocenić jaki wpływ wywiera zaproponowana metodologia obliczeń nieliniowych (funkcji wagowych) na charakterystyki dynamiczne obu przyjętych do rozważań obiektów.

Pierwszym krokiem w procedurze określania przedziałów adekwatności jest zawsze budowa macierzy zespolonej podatności dynamicznej. Następnie, wykorzystując jedną z metod transformacji (rozdział 1.4) możemy zbudować wykresy modułów i faz zespolonej sztywności i tym samym spróbować przedziały takie zdefiniować. Bardzo użyteczna przy tego rodzaju postępowaniu jest analiza modalna. Wyznaczone w ten sposób częstości drgań własnych układu czasami dobrze korelują z rezonansami na tych wykresach lub też ułatwiają, w przypadkach bardziej skomplikowanych, podjęcie właściwych decyzji. Jak widać procedura określania przedziałów adekwatności nie zawsze musi być szybka i jednoznaczna.

8.2 Wirnik laboratoryjny

Obiekt ten został omówiony w rozdziale 3.3 a schemat stanowiska przedstawiony został na rys. 3.4. Dla naszych obecnych potrzeb przedstawmy ten schemat raz jeszcze uwypuklając potrzebne nam elementy – rys. 8.1.

Do stalowej ramy posadowionej na ciężkim bloku betonowym mocowanych jest 5 stojaków łożyskowych. W trzech spośród nich osadzone są łożyska ślizgowe podpierające wirnik składający się z dwóch odcinków wałów połączonych sprzęgłem sztywnym. Rozstaw sąsiednich łożysk wynosi 1,4 m. Blok betonowy o masie ok. 16 ton i długości 6 m pełni rolę fundamentu. Między blokiem fundamentowym a gruntem rozmieszczono pięć płasko ułożonych, pompowanych opon autobusowych, których zadaniem jest izolować pracujące stanowisko od drgań gruntu. Posadowienie to jest stosunkowo mało sztywne, a masa bloku duża, stąd częstość drgań własnych bloku jest niska. Ten fakt powoduje, że wpływ sztywności posadowienia konstrukcji podpierającej łożyska na dynamikę wirnika jest niestety znaczny.



Rys. 8.1. Stanowisko badawcze dynamiki wirników i łożysk. 1 – wał, 2 – stojak łożyskowy, 3 – dysk dociążający łożyska, 4 – sprzęgło, 5 – łożysko oporowe, 6 – rama, 7 – podpory rama, 8 – blok fundamentowy, 9 – amortyzatory pneumatyczne, 10 – silnik napędowy, 11 – przekładnia [8.11]

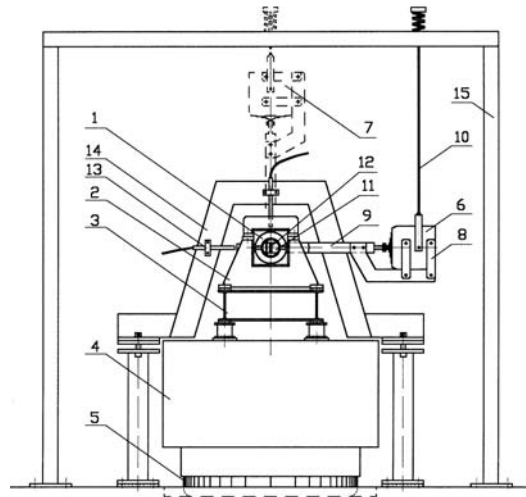
8.2.1 Zespolona podatność dynamiczna – badania eksperymentalne i teoretyczne

Zacznijmy nasze rozważania od wyznaczenia zespolonej podatności dynamicznej przyjętego obiektu metodą pomiarów eksperymentalnych. Metodologia postępowania została szczegółowo omówiona w rozdziale 1.3. Stosownie do jej założeń badaniom poddana została tylko sama konstrukcja podpierająca, czyli rama fundamentowa bez wirnika. Wirnik został zatem wymontowany, jednak zachowano wszystkie pozostałe elementy stanowiska, stanowiące o jego masie i mogące wpływać na sztywność, bądź masę konstrukcji.

W celu wyznaczenia współczynników zespolonej podatności dynamicznej rama fundamentowej zastosowano metodę wymuszeń harmoniczných w odniesieniu do każdej więzi konstrukcji podpierającej wirnik. Metoda wymuszeń harmoniczných polega na tym, że przykładana się harmoniczną siłę o znanej amplitudzie, wzbudzającą drgania, kolejno do wszystkich więzi układu i mierzy się ich odpowiedź w postaci przemieszczeń jednocześnie we wszystkich więziach. Przemieszczenia te muszą być pomierzone zarówno pod względem amplitudy, jak i przesunięcia fazowego w stosunku do przebiegu siły wymuszającej drgania. Harmoniczną siłę wzbudzającą generowano za pomocą elektrodynamicznego wzbudnika drgań przystosowanego w specjalny sposób do pracy bezwładnościowej. Stanowisko to pozwala na badanie dynamiki wirników w zakresie prędkości obrotowych do 5100 obr/min (85 Hz).

Sposób przystosowania wzbudnika do pracy bezwładnościowej, oraz sposób montowania wzbudnika do poszczególnych więzi łożyskowych przedstawiono na rys. 8.2.

Badania eksperymentalne przeprowadzono dla wirnika trójpodporowego. W każdej z sześciu więzi wirnika montowano kolejno wzbudnik i wymuszano drgania o maksymalnej możliwej amplitudzie, rejestrując przebieg siły wymuszającej i wywołane nią przemieszczenia we wszystkich więziach. Pomiaru przeprowadzono dla



Rys. 8.2. Oprzyrządowanie stanowiska do badań podatności metodą wymuszeń harmonicznnych. 1 – łożysko ślizgowe, 2 – stojak łożyskowy, 3 – rama, 4 – blok fundamentowy, 5 – amortyzatory pneumatyczne, 6 – wzbudnik drgań w pozycji poziomej, 7 – wzbudnik drgań w pozycji pionowej, 8 – konstrukcja przystosowująca wzbudnik do pracy bezwładnościowej, 9 – szelki do przeniesienia drgań, 10 – zawieszenie wzbudnika, 11 – zastępczy czop, 12 – dynamometr, 13 – wiroprowadowy czujnik przemieszczeń, 14 – rama do mocowania czujników, 15 – rama do zawieszenia wzbudnika [8.8, 8.9]

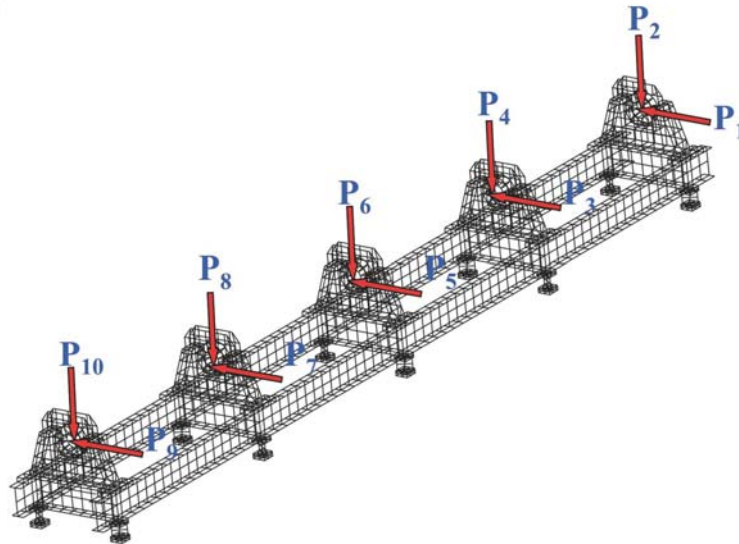
zakresu częstości siły wymuszającej $1 \div 180$ Hz z rozdzielczością 1 Hz. Na podstawie każdego z pomiarów wyznaczono amplitudę siły P wymuszającej drgania oraz amplitudy przemieszczeń A wywołanych nią w każdej więzi. Ponadto dla każdego doświadczenia obliczono względne przesunięcia fazowe Ψ przebiegów przemieszczeń względem przebiegów siły.

Przeprowadzone zostały także obliczenia macierzy podatności dynamicznej dla szerokiego pasma wzbudzeń według dokładnie tej samej procedury (rozdział 1.3). Siatkę MES ramy fundamentowej oraz miejsca przyłożenia wymuszeń harmonicznnych przedstawia rys. 8.3.

Ogółem w modelu wykorzystano 2066 elementów S8R5, 320 elementów C3D20 i 50 elementów STRI65, co dało 11 182 węzły, zaś zadanie opisywał układ 60 672 równań (według nomenklatury komercyjnego programu ABAQUS).

Niestety, w budowie dokładnego modelu matematycznego stanowiska przeszkodziły pewne ograniczenia wynikające z braku znajomości niektórych jego własności. Przede wszystkim:

1. Nie znana jest rzeczywista sztywność wibroizolatorów pneumatycznych w postaci płasko ułożonych opon autobusowych, na których spoczywa całe stanowisko (nie znaleziono w literaturze danych dotyczących własności dyna-



Rys. 8.3. Siatka MES ramy fundamentowej i miejsce przyłożenia wymuszeń harmonicznych $P_1 - P_{10}$ w kolejnych podporach łożysk [8.9, 8.10, 8.12], [8.14]÷[8.16]

micznych opon samochodowych pracujących w tak nietypowy sposób) [8.16].

2. Nie znana jest rzeczywista masa bloku betonowego. Blok ten w trakcie wykonywania był zbrojony stalą i dociążany złomem metalowym bez ważenia. W bloku tym zabetonowane są również metalowe wzdłużniki (rys. 8.2), do których przymocowana jest rama fundamentowa wirnika laboratoryjnego. Nie znana jest zatem ani rzeczywista masa bloku, ani jej rozkład [8.16].
3. Nie znane są właściwości powiązania wzdłużników z blokiem betonowym. Zakłada się, że na styku betonu i elementów metalowych nie występują żadne luzy. Oznacza to, że blok wraz ze wzdłużnikami stanowi monolit.
4. Nie znane są własności dynamiczne wzdłużników. Wynika to z założenia przedstawionego w punkcie 3. Oznacza to, że metalowe wzdłużniki nie mogą wykonywać żadnych ruchów i osobne określanie ich własności dynamicznych jest zbędne.
5. Nie znane są właściwości mechaniczne podkładek epoksydowych. Zostały one oszacowane na podstawie dostępnej literatury.

Analizując tak utworzony model należy – oprócz ograniczeń przedstawionych powyżej – brać pod uwagę pewne dodatkowe założenia. I tak:

1. Zakłada się nieskończoną sztywność połączeń śrubowych ramy fundamentowej z blokiem betonowym (a ściślej – ze wzdłużnikami).

2. Zakłada się brak dodatkowych sił w połączeniach śrubowych wynikających np.: z niedokładności na styku współpracujących powierzchni, nierównoległości tych powierzchni, wykrzywień śrub, itp.
3. Zakłada się, że połączenia spawane są jednolite i mają własności odpowiadające materiałowi macierzystemu łączonych elementów (stali).
4. Zakłada się, że kliny ustalające panwie łożyskowe względem stojaków nie powodują dodatkowych naprężeń oraz zmian kształtu i własności konstrukcji.
5. Zakłada się brak połączeń śrubowych pomiędzy stojakami łożyskowymi i ich pokrywami (elementy te stanowią „jedną całość”).

Należy zatem rozumieć, że model ten nie odzwierciedla w pełni rzeczywistych własności konstrukcji, a jedynie pewien stan idealny.

Rysunek 8.4÷8.7 przedstawiają wyniki pomiarów eksperymentalnych, rys. 8.8 i 8.9 wyniki symulacji komputerowej a rys. 8.10÷8.12 porównanie w jednej skali wyników teoretycznych i eksperymentalnych.

Wyniki pomiarów eksperymentalnych

Analizując wyniki pomiarów eksperymentalnych (rys. 8.4÷8.7) można wyróżnić trzy-cztery przedziały częstości wymuszeń, w których zachodzą poszczególne zjawiska [8.8]÷[8.10], [8.12]. W zakresie do ok. 20 Hz cały układ jest bardzo podatny. Przy ok. 5 ÷ 8 Hz występuje silny rezonans (moduły podatności są rzędu $10^{-6} \div 10^{-5}$ m/N). Należy sądzić, że rezonanse te są zdeterminowane wpływem znacznej masy bloku betonowego stanowiska i niską sztywnością podparcia.

W przedziale częstości wymuszeń 20÷40 Hz zauważamy silny antyrezonans (moduły podatności rzędu 10^{-10} m/N) wszystkich głównych współczynników podatności (o jednakowych indeksach l_{j-j}). Antyrezonans ten jest zdeterminowany zjawiskiem wygaszania się drgań. Otóż drganie z taką częstością można potraktować jako superpozycję dwóch drgań: jednego nadrezonansowego (sterowanego przez niższą z częstości rezonansowych) i drugiego podrezonansowego (sterowanego przez wyższą z częstości rezonansowych). Przebieg pierwszego z nich jest opóźniony w stosunku do siły wymuszającej o kąt zbliżający się do π (w miarę wzrostu częstości wymuszenia), przebieg drugiego zaś jest opóźniony w stosunku do siły wymuszającej o kąt bliski 0. Przebiegi te są zatem prawie w przeciwfazie i częściowo znoszą się wzajemnie powodując wygaszenie drgań [8.8]÷[8.10], [8.12]. Obserwowany tu antyrezonans drgań „głównych” przy częstościach ok. 30÷40 Hz jest zatem skutkiem wzajemnego znoszenia się drgań pochodzących od niskoczęstotliwościowego rezonansu bloku betonowego i opon (5÷8 Hz), oraz od rezonansu konstrukcji stanowiska występującego przy ok. 100 Hz. Owo wygaszenie się drgań powoduje, że energia przekazywana układowi przez wzbudnik nie znajduje w tym miejscu ujścia (bo dana więź nie może się przemieszczać). Wzbudza zatem drgania w pozostałych więziach układu. Tłumaczy to fakt obserwowania antyrezonansu przy częstościach wymuszeń rzędu 30÷40 Hz jedynie w więziach głównych.

W przedziale 40÷90 Hz drgania poziome pozostają praktycznie na stałym poziomie (przy wymuszeniach poziomych są one rzędu 10^{-8} m/N, przy wymusze-

niach pionowych $10^{-10} \div 10^{-9}$ m/N, a nawet mniejsze). Przy częstotliwości wymuszeń ok. $70 \div 72$ Hz występuje rezonans drgań pionowych bez względu na miejsce przyłożenia siły. Główne moduły podatności pionowej są rzędu 10^{-8} m/N w rezonansie i ok. dziesięciokrotnie mniejsze poza rezonansem. Powyżej 90 Hz we wszystkich więziach występują lokalne rezonanse i antyrezonanse. Ogólnie wydaje się, że podatność całej konstrukcji wzrasta. Wzrost ten nie jest jednak równomierny we wszystkich więziach; lepiej się uwidacznia w kierunku poziomym dla łożysk dalej oddalonych od środka ciężkości stanowiska.

Analiza wyników pomiarów podatności na podstawie wykresów zamieszczonych w [8.8]÷[8.10], [8.12] dostarcza ciekawych spostrzeżeń. Zwracają uwagę niezwykle chaotyczne przebiegi charakterystyk fazowych. Oznaczać to może występowanie w układzie licznych rezonansów lokalnych, lecz także może wynikać z niewystarczającej dokładności przyrządów pomiarowych (zwłaszcza tam, gdzie wartość kąta fazowego dla sąsiednich częstotliwości wymuszeń „skacze” od $-\pi$ do π). Występujące częste zmiany modułu podatności rzeczywiście mogą być lokalnymi rezonansami i antyrezonansami układu, ale mogą też wynikać z błędów przy pomiarze niewielkich amplitud drgań. Mogą też wreszcie wynikać z faktu, że rzeczywisty układ jest układem nieliniowym. Za tym ostatnim stwierdzeniem przemawia fakt, że nie wszystkie receptancje spełniają warunki symetrii układu (nie dotyczy to oczywiście receptancji „głównych”).

Wyniki symulacji komputerowej

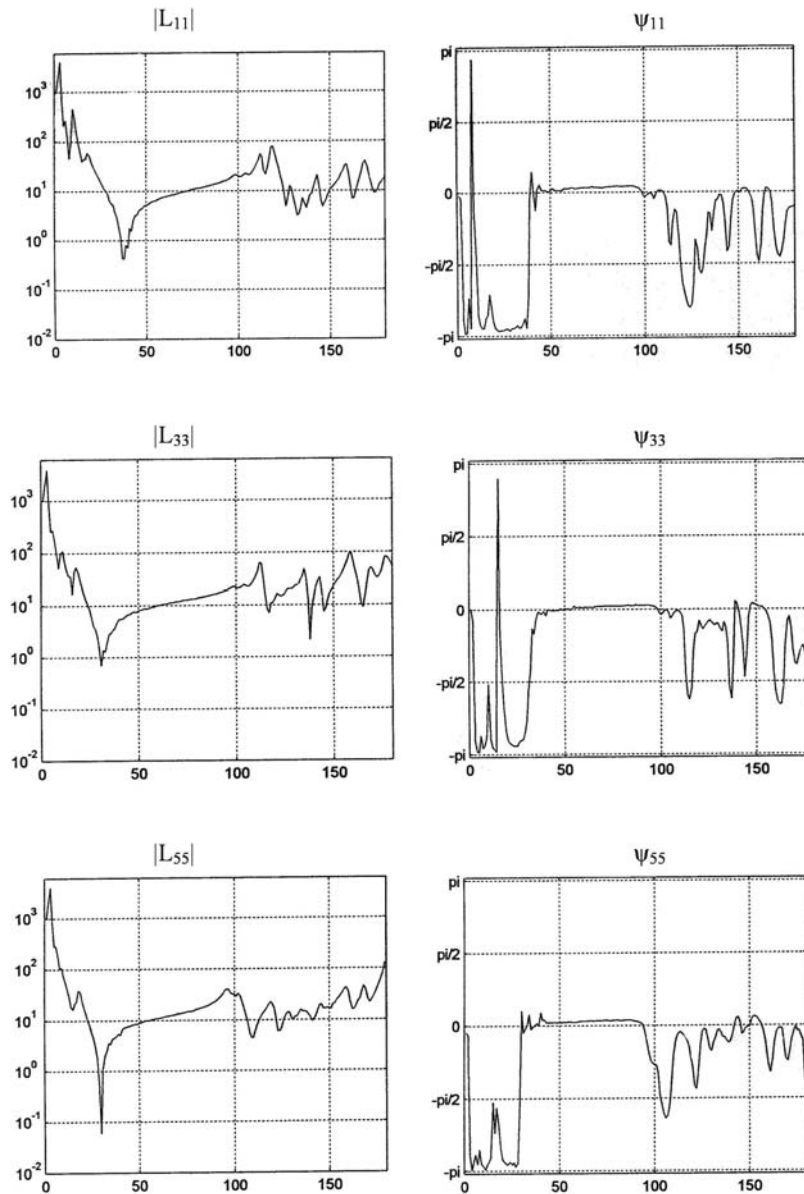
Wyniki symulacji komputerowej przedstawione zostały w formie wykresów charakterystyk podatnościowych i fazowych w funkcji częstotliwości wymuszeń na rys. 8.8 – 8.9 oraz na rys. 8.10 – 8.12 w zestawieniu z wynikami pomiarów [8.9, 8.10, 8.14, 8.15].

Pierwszym wnioskiem jaki się nasuwa to duża rozbieżność wyników pomiarów i wyników obliczeń. Przyczyną tego stanu rzeczy są niewątpliwie ograniczenia modelu i założenia upraszczające o których wspominaliśmy wcześniej. Model teoretyczny praktycznie został odizolowany od całego układu i skupiony na samej ramie fundamentowej. Jest to więc model czysty strukturalnie i pozbawiony wielu niekorzystnych oddziaływań jakie zawiera obiekt rzeczywisty.

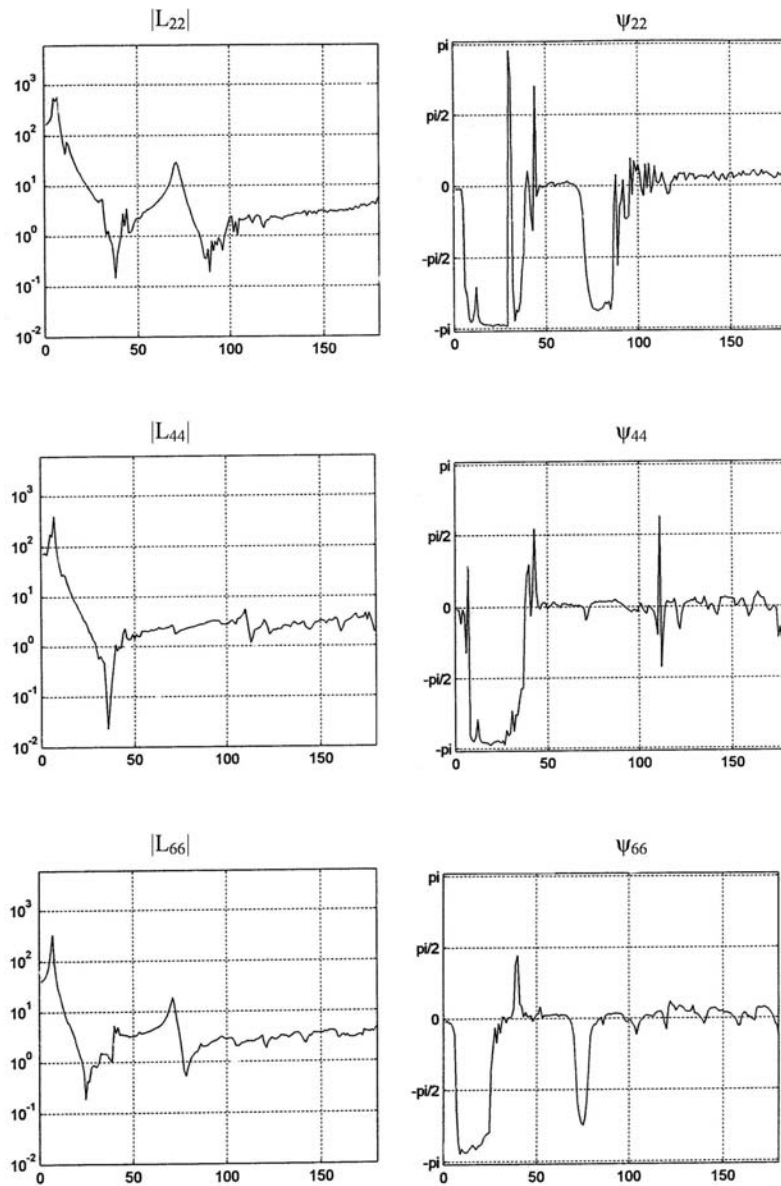
Drugi wniosek to drastycznie różny przebieg symulacyjnych wykresów podatnościowych w kierunku poziomym i pionowym. Ten fakt również wynika z przyjętych ograniczeń modelu. Według obliczeń cała konstrukcja ramy fundamentowej wykazuje dużą podatność w kierunku poziomym. W I rezonansie (ok. 64,0 Hz) możemy zaobserwować ok. dziesięciokrotny wzrost podatności (do ok. 10^{-7} m/N). Współczynniki poziome główne (l_{j-j} , indeksy nieparzyste) wykazują też antyrezonans w ok. $85 \div 90$ Hz.

Zupełnie inaczej wyglądają charakterystyki podatności pionowej konstrukcji (rys. 8.9). W badanym zakresie częstotliwości wymuszeń konstrukcja nie wykazuje żadnego rezonansu drgań pionowych przy wymuszeniach pionowych. Zwraca uwagę niska podatność pionowa układu (a więc duża sztywność) – główne moduły podatności pionowej osiągają wartości rzędu $10^{-11} \div 10^{-10}$ m/N.

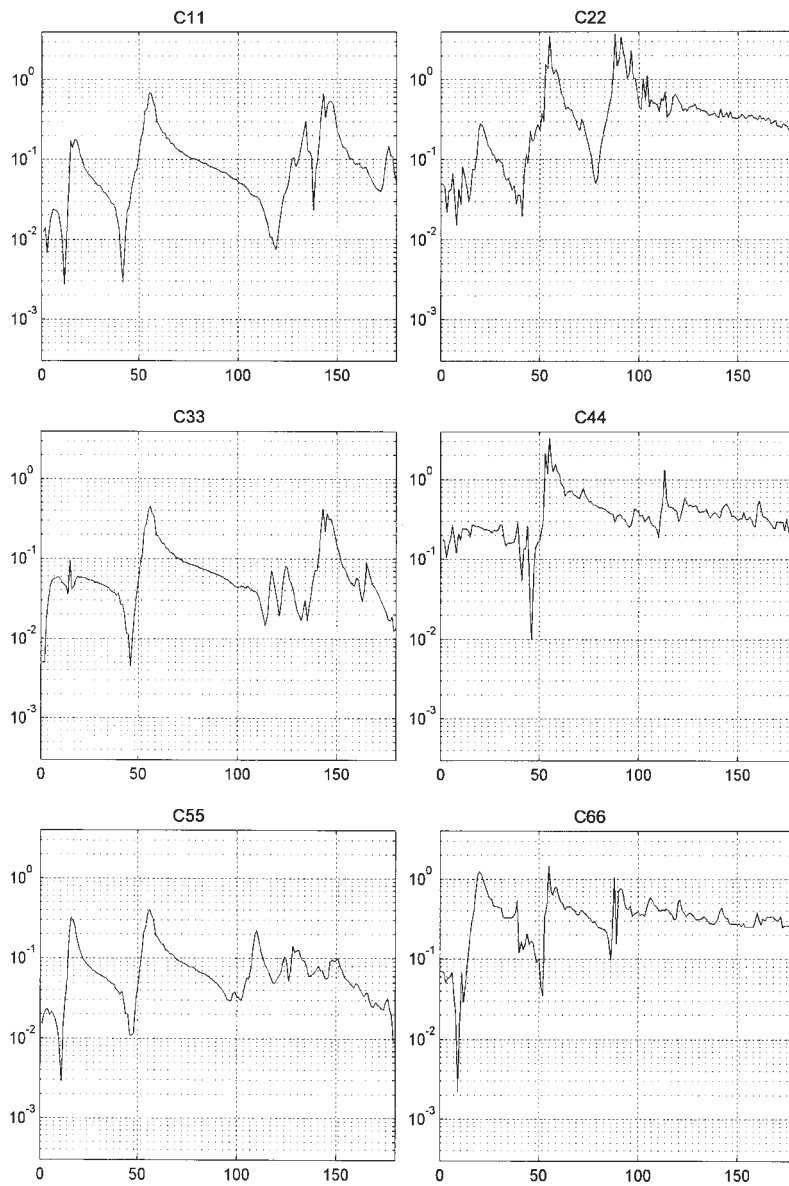
Trzeba jednak stwierdzić, że zarówno pomiary jak i obliczenia charakterystyk



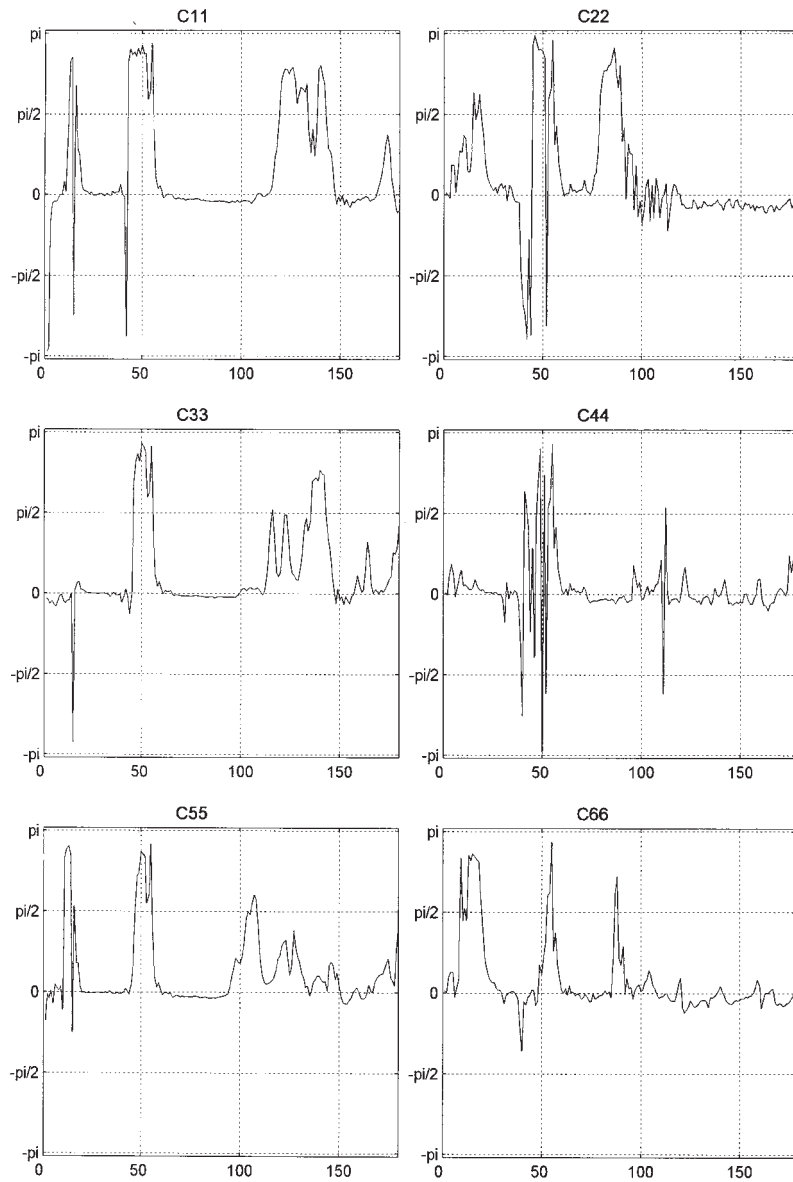
Rys. 8.4. Eksperymentalne charakterystyki podatnościowo-fazowe drgań poziomych – tylko dla współczynników głównych. $|L_{mn}|$ – moduł zespolonej podatności dynamicznej (oś X: częstość wymuszeń [Hz]; oś Y: moduł podatności $[\mu\text{m}/\text{kN}]$), ψ_{mn} – kąt fazowy (oś X: częstość wymuszeń [Hz]; oś Y: kąt fazowy [rad] [8.8]÷[8.10])



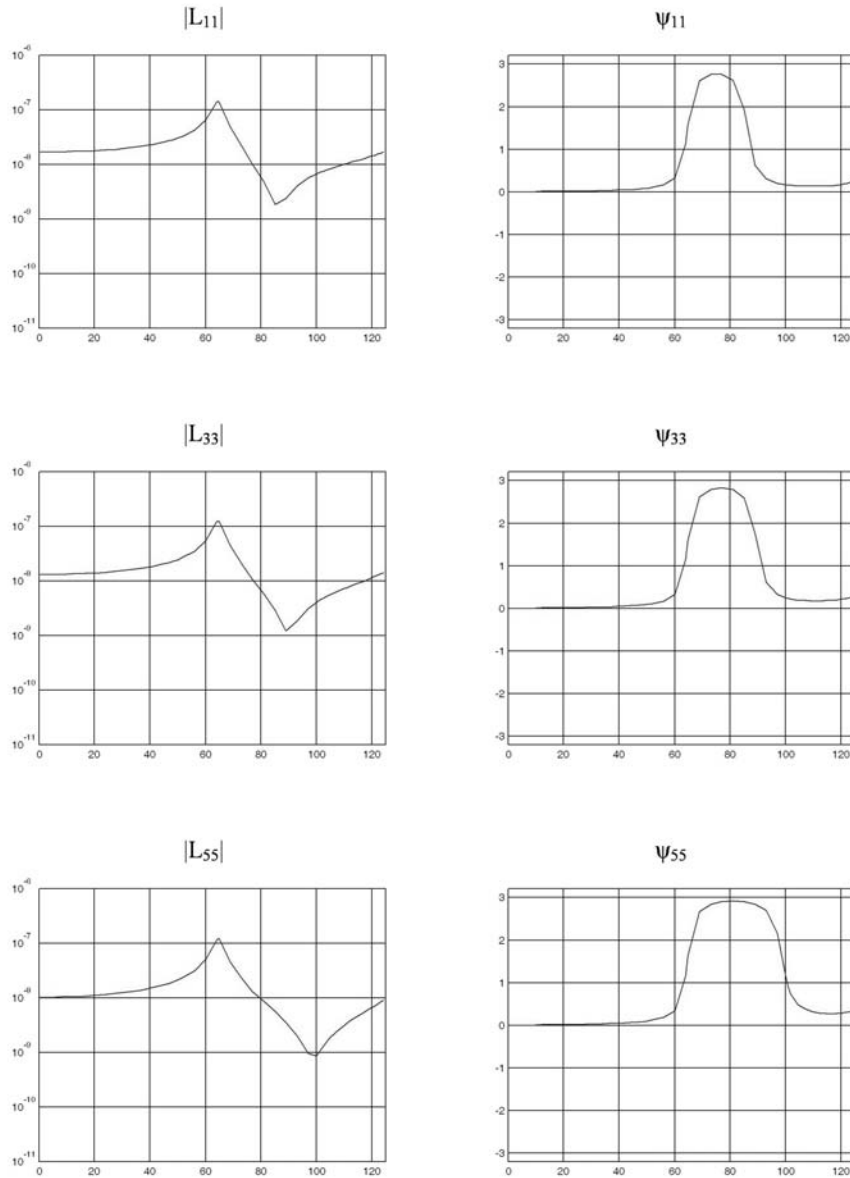
Rys. 8.5. Eksperymentalne charakterystyki podatnościowo-fazowe drgań pionowych – tylko dla współczynników głównych. $|L_{mn}|$ – moduł zespolonej podatności dynamicznej (oś X: częstość wymuszeń [Hz]; oś Y: moduł podatności [$\mu\text{m}/\text{kN}$]), ψ_{mn} – kąt fazowy (oś X: częstość wymuszeń [Hz]; oś Y: kąt fazowy [rad] [8.8]÷[8.10])



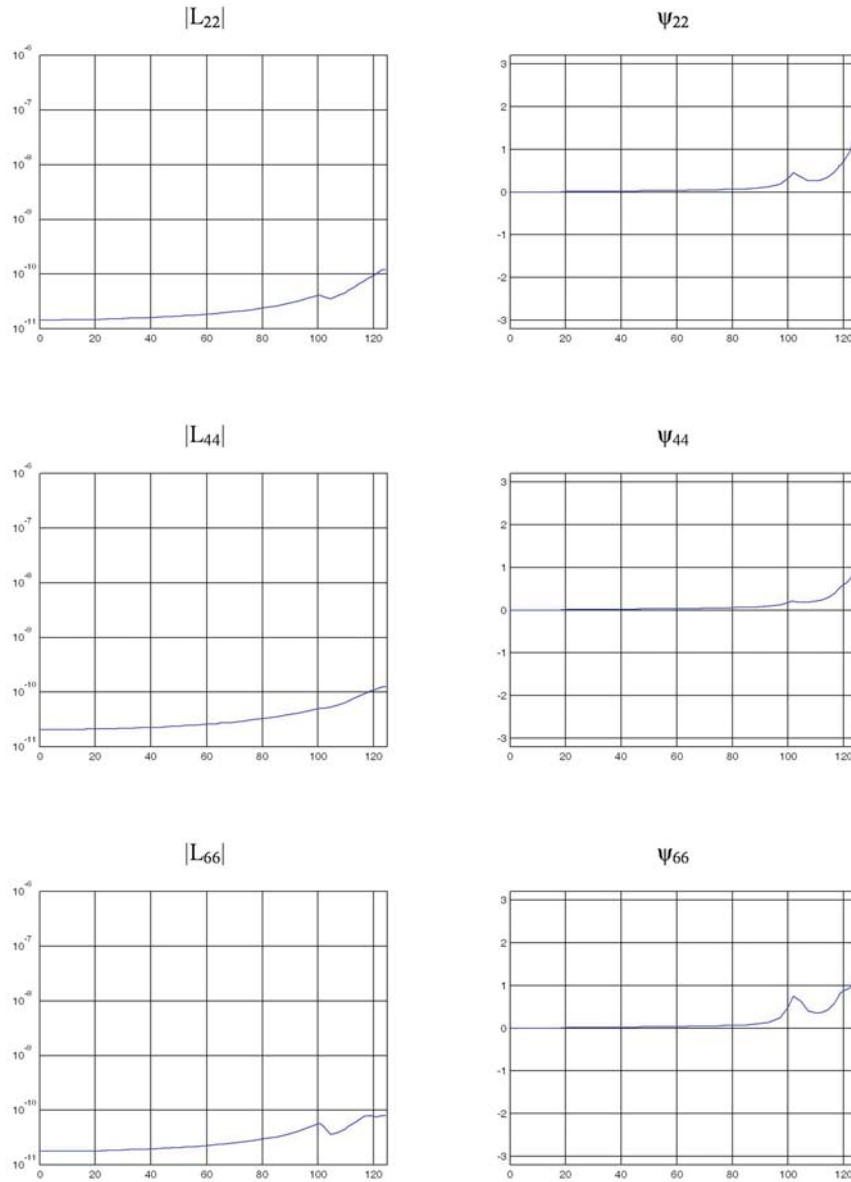
Rys. 8.6. Eksperymentalne wykresy modułów zespolonej sztywności – współczynniki główne. Oś pionowa: moduł sztywności $|c|$ [kN/ μ m], oś pozioma: częstotliwość f [Hz] [8.8]÷[8.10]



Rys. 8.7. Eksperymentalne wykresy fazy zespolonej sztywności – współczynniki główne. Osie pionowe: fazy sztywności $|\psi|$ [rad], osie poziome: częstotliwość f [Hz] [8.8]÷[8.10]

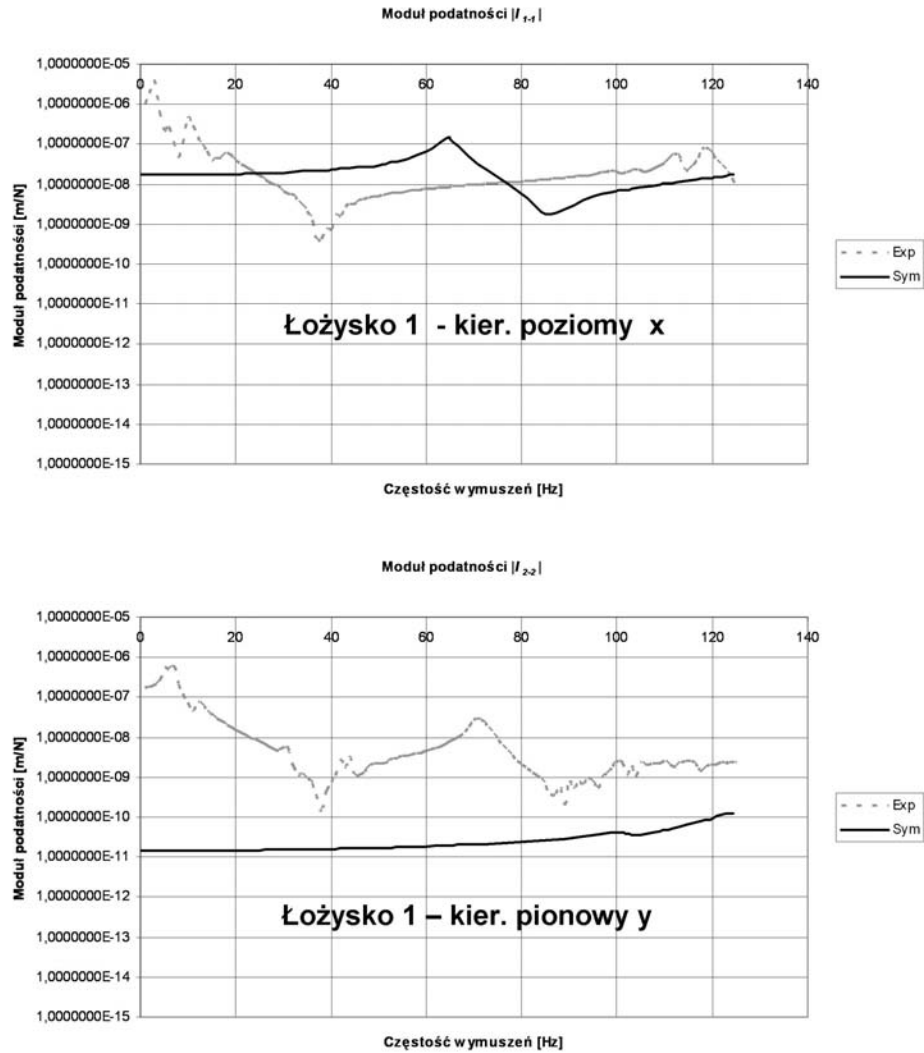


Rys. 8.8. Symulacyjne charakterystyki podatnościowo-fazowe drgań poziomych – tylko dla współczynników głównych. $|L_{mn}|$ – moduł zespolonej podatności dynamicznej (oś X: częstość wymuszeń [Hz]; oś Y: moduł podatności [m/N]), ψ_{mn} – kąt fazowy (oś X: częstość wymuszeń [Hz]; oś Y: kąt fazowy [rad] [8.9, 8.14, 8.15])



Rys. 8.9. Symulacyjne charakterystyki podatnościowo-fazowe drgań pionowych – tylko dla współczynników głównych. $|L_{mn}|$ – moduł zespolonej podatności dynamicznej (oś X: częstość wymuszeń [Hz]; oś Y: moduł podatności [m/N]), ψ_{mn} – kąt fazowy (oś X: częstość wymuszeń [Hz]; oś Y: kąt fazowy [rad] [8.9, 8.14, 8.15]

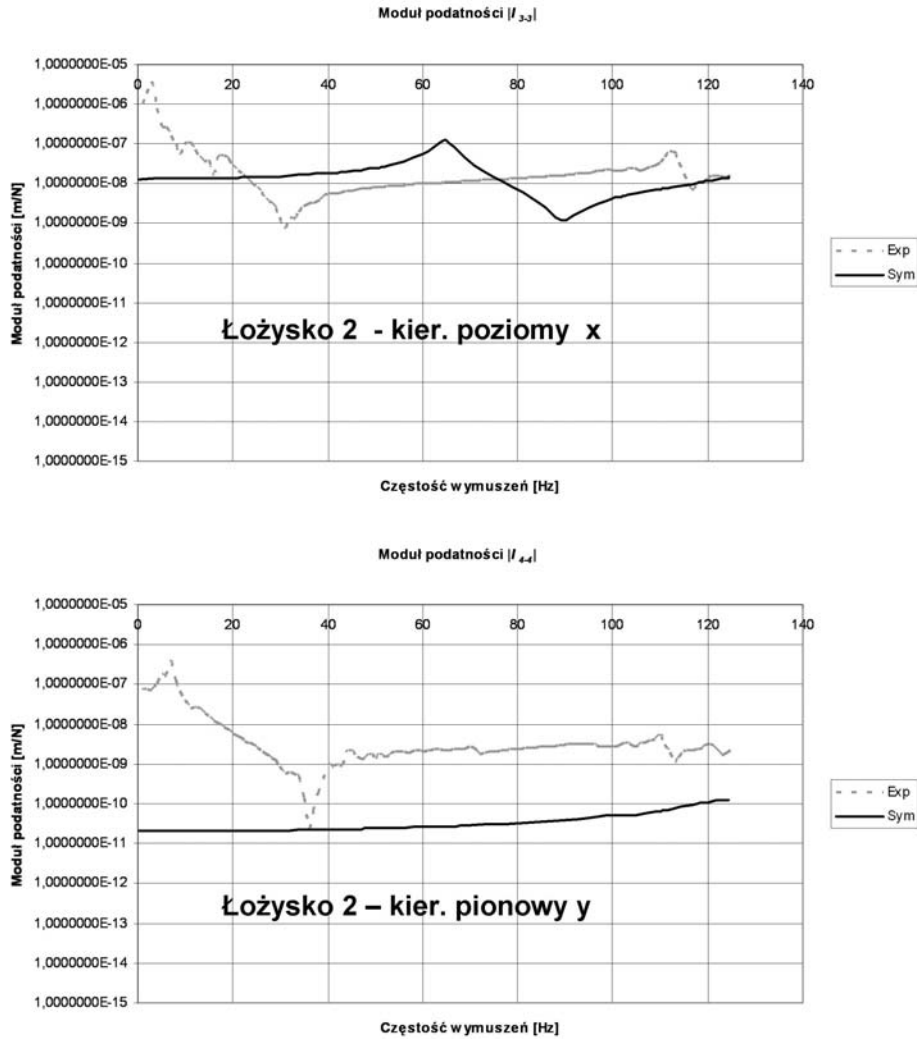
zespolonej podatności dynamicznej konstrukcji podpierającej należą do najtrudniejszych zagadnień w dynamice wirników i z reguły wyróżniają się dużą rozbieżnością wyników eksperymentalnych i teoretycznych.



Rys. 8.10. Porównanie modułów zespolonej podatności dynamicznej pomierzonych i obliczonych dla podpory łożyska 1 [8.9, 8.14, 8.15]

Analizując wyniki przedstawione na rys. 8.4 – 8.12 z punktu widzenia możliwości transformacji charakterystyk i zdefiniowania przedziałów adekwatności konstrukcji podpierającej (rozdział 1.4), musimy stwierdzić, iż procedura ta nie będzie

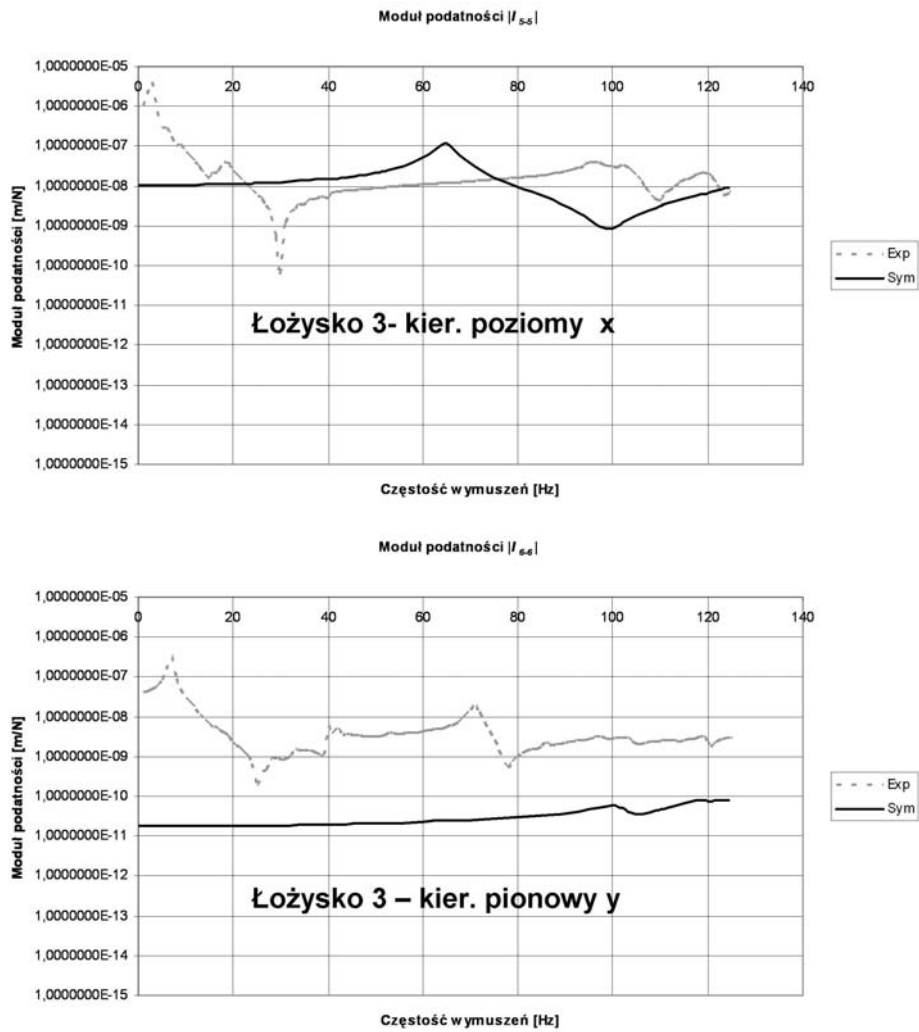
łatwa i jednoznaczna. Pomocna tu okazać się może analiza modalna.



Rys. 8.11. Porównanie modułów zespolonej podatności dynamicznej pomierzonych i obliczonych dla podpory łożyska 2 [8.9, 8.14, 8.15]

8.2.2 Teoretyczna i eksperymentalna analiza modalna

Model modalny ramy fundamentowej ułatwić może identyfikację przedziałów adekwatności charakterystyk masowo-szywnościowo-tłumiących, które można otrzymać w wyniku transformacji zespolonych charakterystyk podatnościowych (roz-

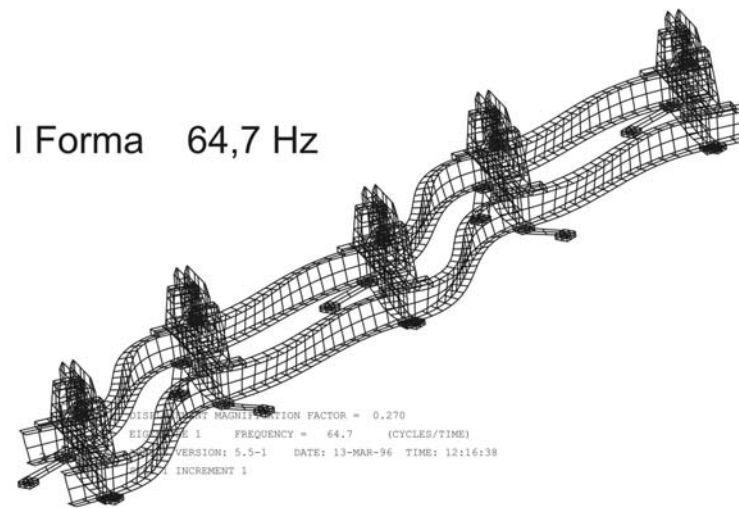


Rys. 8.12. Porównanie modułów zespolonej podatności dynamicznej pomierzonych i obliczonych dla podpory łożyska 3 [8.9, 8.14, 8.15]

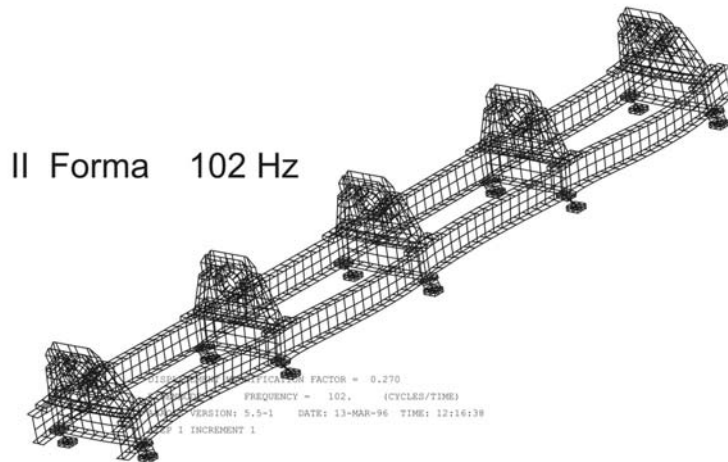
dział 1.4). Przeprowadźmy zatem taką analizę zanim przejdziemy do zagadnienia wyznaczania przedziałów adekwatności.

Dla modelu MES jak na rys. 8.3, przy zachowaniu wszystkich ograniczeń i założeń upraszczających jak w poprzednim podrozdziale, obliczone zostały częstotliwości i formy drgań własnych przedstawione na rys. 8.13÷8.17 i w tabeli 8.1.

Ograniczono się do pierwszych pięciu częstotliwości własnych leżących w zakresie do ok. 125 Hz, co wobec zakresu bezpiecznej pracy stanowiska (do ok. 85 Hz) wydaje



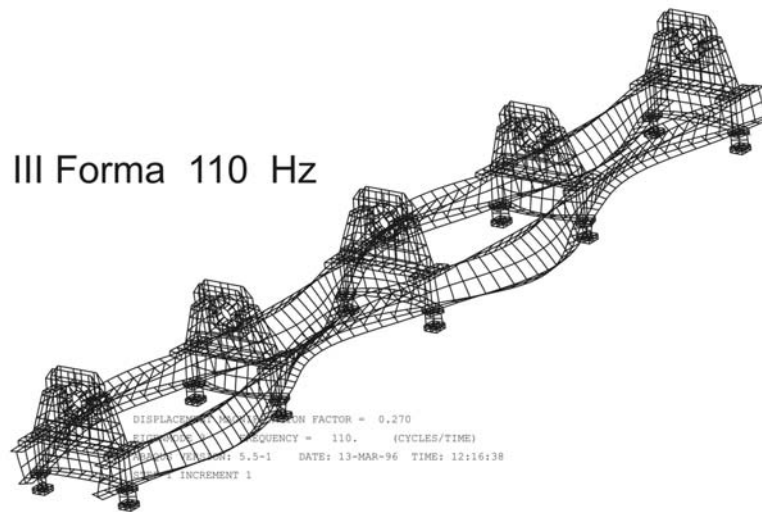
Rys. 8.13. Teoretyczna analiza modalna ramy fundamentowej – I forma drgań własnych [8.14, 8.15]



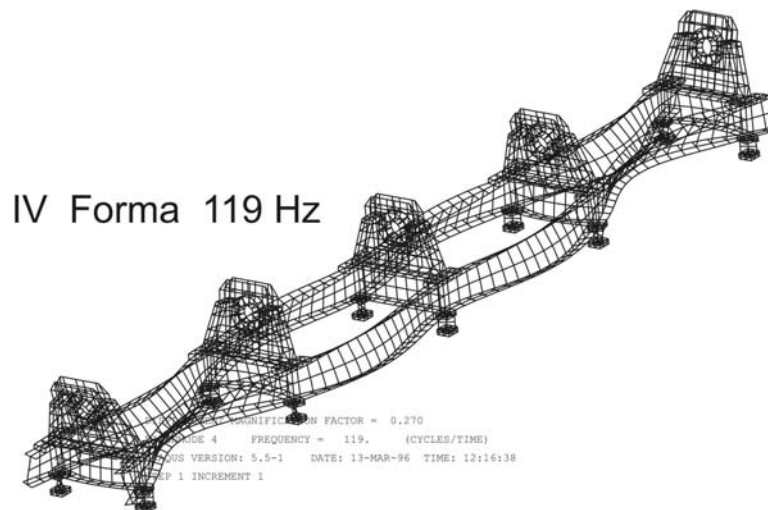
Rys. 8.14. Teoretyczna analiza modalna ramy fundamentowej – II forma drgań własnych [8.14, 8.15]

się być wystarczające. Poza tym z reguły najniższe formy własne są „najsilniejsze” i mają największy udział w drganiach konstrukcji. Wyższe formy własne (dla wyższych częstotliwości) są zazwyczaj „słabsze”.

Na szczególną uwagę zasługuje I częstość własna konstrukcji ramy fundamen-

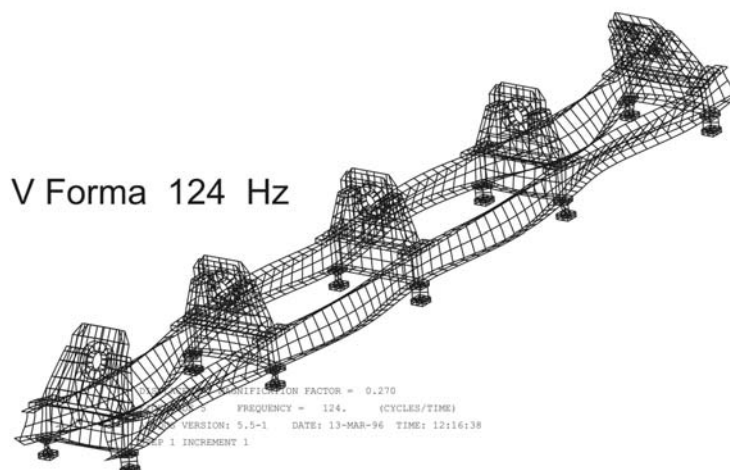


Rys. 8.15. Teoretyczna analiza modalna ramy fundamentowej – III forma drgań własnych [8.14, 8.15]



Rys. 8.16. Teoretyczna analiza modalna ramy fundamentowej – IV forma drgań własnych [8.14, 8.15]

towej, występująca przy 64,7 Hz, a więc w zakresie częstości pracy stanowiska. Odpowiadająca jej forma drgań to poziome wychylenia stojaków łożysk w płasz-



Rys. 8.17. Teoretyczna analiza modalna ramy fundamentowej – V forma drgań własnych [8.14, 8.15]

Tabela 8.1. Drgania własne ramy fundamentowej

Nr formy własnej	Częstość [Hz]	Opis
I	64,7	drżania poprzeczne stojaków łożysk
II	102	drżania wzdłużne całej ramy
III	110	drżania podłużnic ramy
IV	119	drżania podłużnic ramy połączone ze wzdłużnym „kiwaniem się” stojaków łożysk
V	124	jak wyżej, lecz w innej fazie

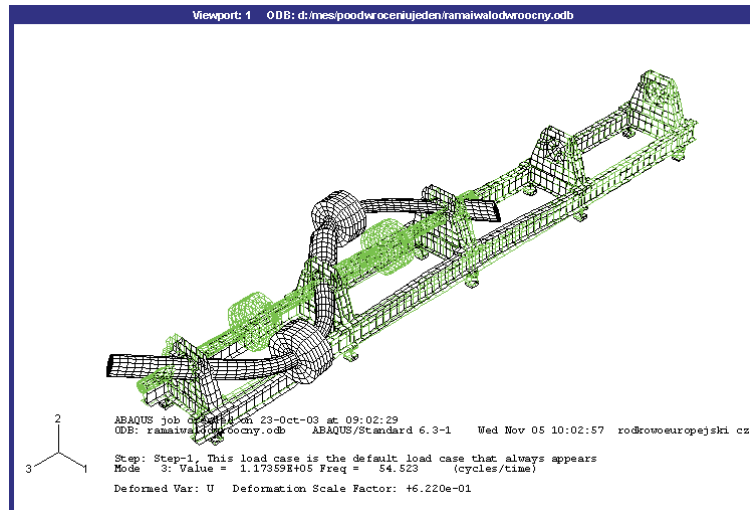
czyżnie prostopadłej do osi wirnika, połączone z ich obracaniem i zginaniem belek wzdłużnych ramy. Spodziewać się zatem należy dużej podatności łożysk w płaszczyźnie poziomej, co jak wiemy znalazło potwierdzenie w rozważaniach dotyczących symulacyjnego wyznaczania charakterystyk podatności dynamicznej (patrz: poprzedni rozdział).

Teoretyczna analiza modalna ramy z uwzględnieniem wirnika

W dotychczasowych rozważaniach analizowaliśmy ramę fundamentową bez wirnika. Jest to postępowanie zgodne z zależnościami wyprowadzonymi w rozdziale 1. Z drugiej jednak strony obecność wirnika zwiększa masę elementów drgających układu i w pewien sposób wpływa na model modalny samej ramy. Celem oszacowania tego rodzaju błędów przeprowadzone zostały stosowne obliczenia, przy czym

pominięty został wpływ filmu olejowego a panwie łożyskowe zostały przytwierdzone sztywno do ramy w kilku punktach na obwodzie. Wyniki obliczeń wybranych postaci modalnych przedstawiają rys. 8.18÷8.22.

Zwraca uwagę znacznie większa ilość postaci modalnych oraz formy i częstotliwości związane głównie z wirnikiem. Niemniej jednak można zauważyć tu podobieństwo I formy drgań samej ramy o częstotliwości 64,7 Hz – rys. 8.13 z V formą drgań ramy z wirnikiem o częstotliwości 58,5 Hz – rys. 8.19, podobnie jak III formy z rys. 8.15 z IX formą z rys. 8.21. Jak widać, różnice w częstotliwościach drgań własnych odpowiadających sobie postaci w obu przypadkach są niewielkie.

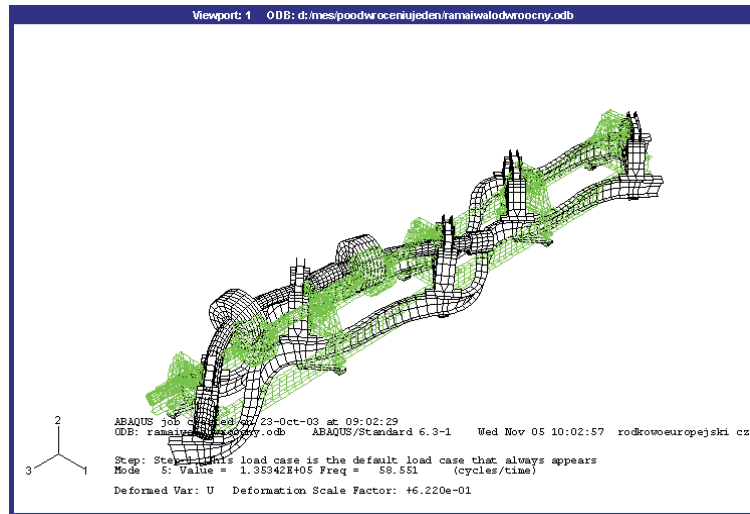


Rys. 8.18. Teoretyczna analiza modalna ramy fundamentowej z wirnikiem. III forma drgań własnych o częstotliwości 54,5 Hz [8.18, 8.22]

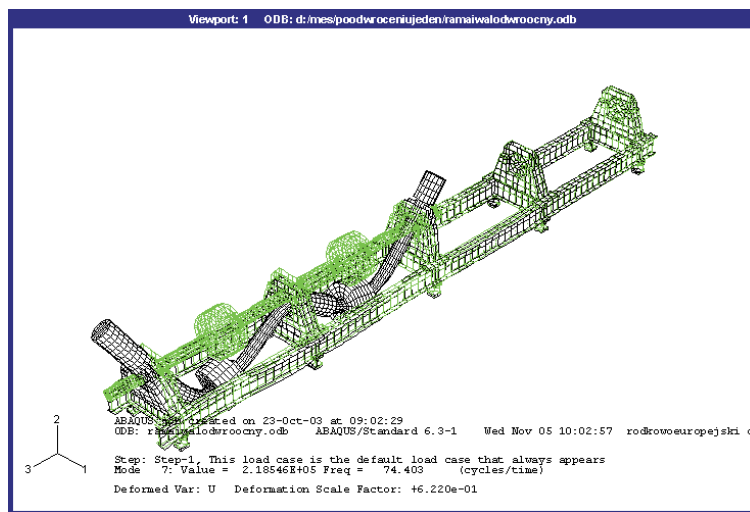
Eksperymentalna analiza modalna ramy fundamentowej z wirnikiem

Badania polegały na wykonaniu testu impulsowego przy wykorzystaniu dwóch trójosiowych piezoelektrycznych czujników drgań i analizatora SCADAS-III firmy LMS. Wyniki pomiarów zostały opracowane przy pomocy nowego oprogramowania Test.Lab PolyMAX Modal Analysis. Oprogramowanie, to podobnie jak jego poprzednik CADA-X, posiada architekturę modułową i można do głównego programu dołączać specjalizowane moduły służące określonym celom. Jednym z nich jest wymieniony PolyMAX realizujący estymację parametrów modelu modalnego w dziedzinie częstotliwości. Oprogramowanie Test.Lab umożliwia wykorzystanie danych pomiarowych zgromadzonych podczas testu w płaszczyźnie poziomej i pionowej jako jednego zestawu danych do dalszej analizy.

Dla tak określonych wartości częstotliwości drgań własnych i odpowiadającym im



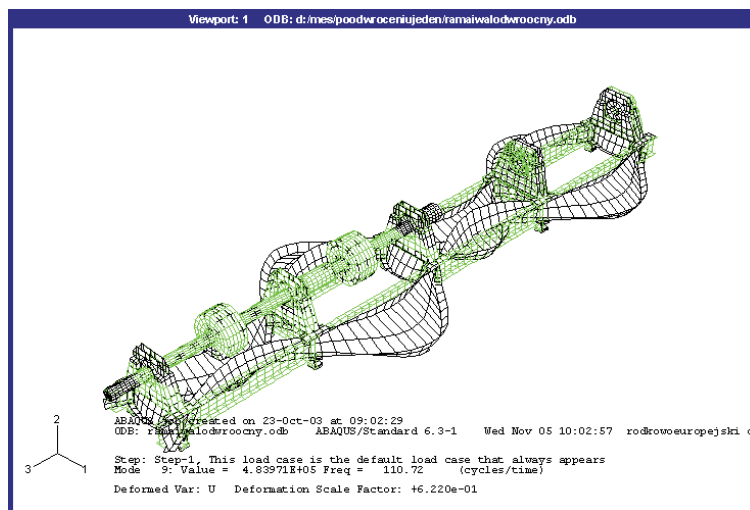
Rys. 8.19. Teoretyczna analiza modalna ramy fundamentowej z wirnikiem. V forma drgań własnych o częstotliwości 58,5 Hz [8.18, 8.22]



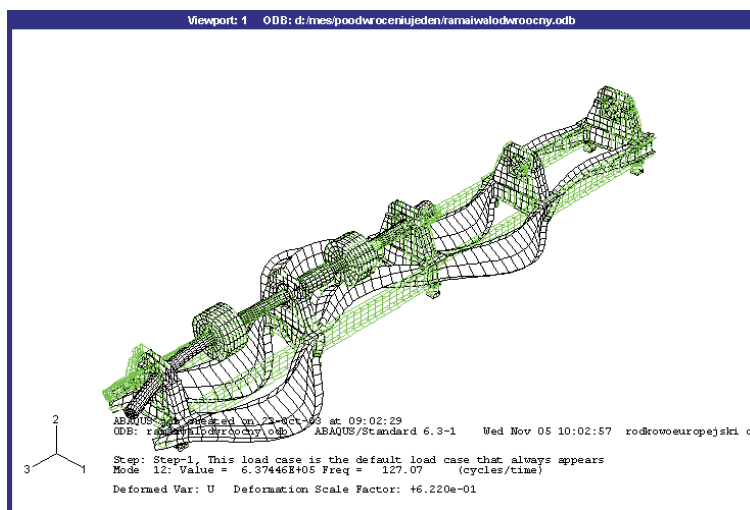
Rys. 8.20. Teoretyczna analiza modalna ramy fundamentowej z wirnikiem. VII forma drgań własnych o częstotliwości 74,4 Hz [8.18, 8.22]

wartości tłumienia sporządzono wykresy form drgań własnych. Form tych otrzymano bardzo dużo, co jest uzasadnione złożonością obiektu rzeczywistego. Niektóre z tych wykresów przedstawiają rys. 8.23÷8.28.

Również i w tym przypadku łatwo możemy się dopatrzeć zgodności odpowia-

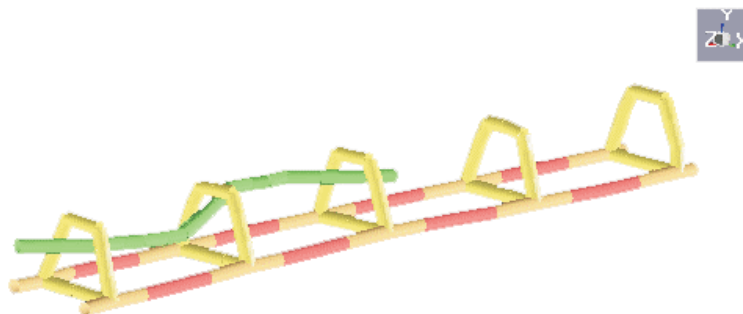


Rys. 8.21. Teoretyczna analiza modalna ramy fundamentowej z wirnikiem. IX forma drgań własnych o częstotliwości 110,7 Hz [8.18, 8.22]



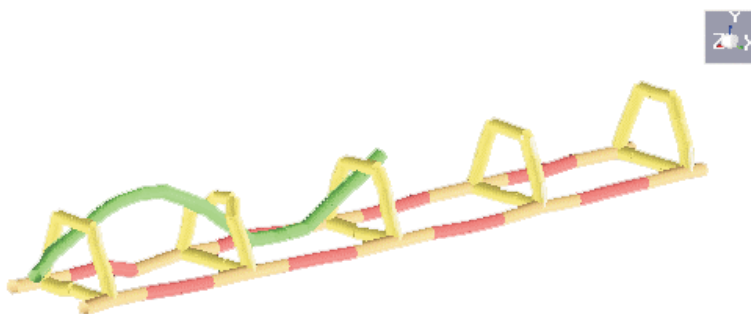
Rys. 8.22. Teoretyczna analiza modalna ramy fundamentowej z wirnikiem. III forma drgań własnych o częstotliwości 127 Hz [8.18, 8.22]

dających sobie form porównując np. obliczoną formę drgań z rys. 8.18 o częstotliwości 54,5 Hz z formą pomierzoną z rys. 8.23 o częstotliwości 53,2 Hz lub z rys. 8.24 o częstotliwości 57 Hz. Podobieństw tych jest więcej. Badania eksperymentalne potwierdziły więc z wystarczającą dokładnością wyniki analizy teoretycznej.



Mode 1 : 53.2226 Hz, 2.08 %

Rys. 8.23. Eksperymentalna analiza modalna. I postać drgań własnych o częstotliwości 53,2 Hz [8.20]÷[8.22]

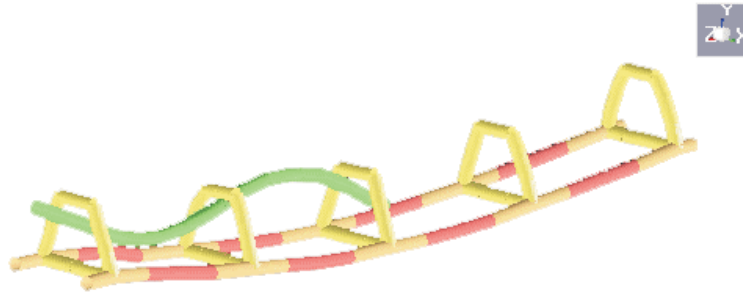


Mode 2 : 57.9951 Hz, 1.60 %

Rys. 8.24. Eksperymentalna analiza modalna. II postać drgań własnych o częstotliwości 58 Hz [8.20]÷[8.22]

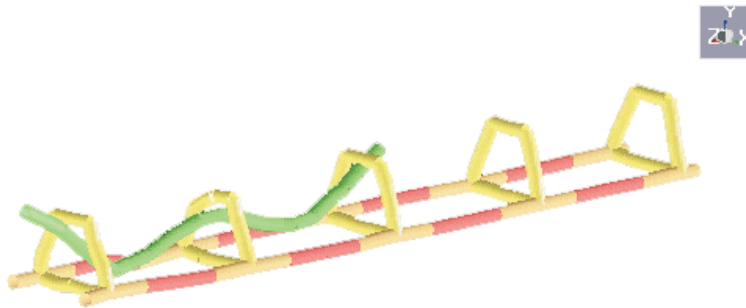
Generalnie można stwierdzić, że różnice pomiędzy pomiarami i obliczeniami teoretycznymi, jeśli chodzi o określenie częstotliwości drgań własnych odpowiadających sobie głównych form układu, są zdecydowanie mniejsze niż w przypadku budowy wykresów podatności dynamicznej.

Podsumowując dotychczasowe rozważania dotyczące analizy modalnej ramy fundamentowej, z uwagi na niewielką rozbieżność częstotliwości drgań własnych policzonych dla układu bez wirnika i z wirnikiem oraz pomierzonych eksperymentalnie, do dalszych rozważań przyjęte zostaną częstotliwości teoretyczne określone dla ramy bez wirnika, czyli zgodne z rys. 8.13÷8.17 i tabelą 8.1.



Mode 4 : 73.0180 Hz, 2.05 %

Rys. 8.25. Eksperymentalna analiza modalna. IV postać drgań własnych o częstotliwości 73 Hz [8.20]÷[8.22]



Mode 5 : 76.5116 Hz, 1.92 %

Rys. 8.26. Eksperymentalna analiza modalna. V postać drgań własnych o częstotliwości 76,5 Hz [8.20]÷[8.22]

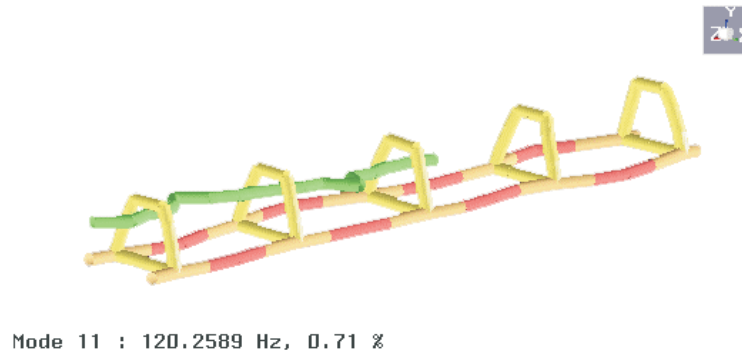
8.2.3 Określenie przedziałów adekwatności

Zgodnie z rozważaniami w rozdziale 1 w wyniku odwrócenia macierzy zespolonej podatności dynamicznej $\mathbf{L}(\omega)$ otrzymujemy macierz zespolonej sztywności dynamicznej $\mathbf{K}(\omega)$. Stanowi ona liniową, zespoloną kombinację rzeczywistych charakterystyk masowo-sztywnościowo-tłumiących. Rozwikłanie tej kombinacji do postaci charakterystyk rzeczywistych niezbędnych w systemie MESWIR wymaga zastosowania jednej z metod transformacji (rozdział 1.4), a to oznacza uprzednie zdefiniowanie przedziałów częstotliwości (początkowej ω_{pocz} i końcowej ω_{konc}) dla których transformacja taka będzie przeprowadzana. Przedziały takie określiliśmy mianem przedziałów adekwatności.

Pierwszą zasadniczą kwestią jaką musimy rozstrzygnąć jest przyjęcie charak-



Rys. 8.27. Eksperymentalna analiza modalna. IX postać drgań własnych o częstotliwości 113,5 Hz [8.20]÷[8.22]



Rys. 8.28. Eksperymentalna analiza modalna. XI postać drgań własnych o częstotliwości 120,2 Hz [8.20]÷[8.22]

terystyk $L(\omega)$ właściwych do dalszych badań. W naszym przypadku chodzi tu o decyzję, czy punktem wyjścia mają być charakterystyki eksperymentalne czy też obliczone drogą analizy komputerowej. Jak pamiętamy, rozbieżności wyników w obu tych przypadkach były znaczne (rys. 8.10÷8.12). Wyjaśniliśmy też przyczyny tych rozbieżności.

Dla dalszych rozważań związanych z oceną wpływu nowej, zaproponowanej w tej monografii metodologii obliczeń nieliniowych (rozdział 1.5), a zwłaszcza koncepcji funkcji wagowych opartej na przedziałach adekwatności, przyjęcie modelu „czystego strukturalnie” o bardziej prostych i jednoznacznych charakterystykach podatnościowych wydaje się być uzasadnione. Zbyt duża ilość rezonansów i antyrezonansów występujących w charakterystykach uzyskanych drogą eksperymentalną niewątpliwie utrudnia proces oceny wpływu nowej metodologii obliczeń. Załóżmy

zatem, że naszym celem głównym pozostanie na razie tego typu ocena, co oznacza, że model teoretyczny samej ramy fundamentowej, odizolowanej od reszty stanowiska, stanowi wystarczającą podstawę do dalszych rozważań.

Przyjęcie powyższego założenia oznacza, że przedziały adekwatności określać będziemy głównie w oparciu o wyniki analizy komputerowej przedstawione na rys. 8.8÷8.17. Przebiegi eksperymentalne stanowią tu będą jedynie przesłankę pomocniczą (rys. 8.10÷8.12).

Najbardziej naturalną procedurą w określaniu przedziałów adekwatności jest ich dobór na podstawie występujących rezonansów i antyrezonansów w charakterystykach podatnościowych oraz na podstawie częstości drgań własnych uzyskanych drogą analizy modalnej. Przyjmując taki sposób postępowania oraz analizując przebiegi na rys. 8.8÷8.17 zaproponowane zostały przedziały adekwatności dla każdego kierunku (poziomy: indeksy kierunku nieparzyste, pionowy: indeksy kierunków parzyste. Dla tak określonych przedziałów, przyjmując metodę transformacji charakterystyk dla dwóch częstości wzbudzenia (rozdział 1.4.2), obliczone zostały rzeczywiste wartości mas i sztywności dla każdego kierunku. Wyniki obliczeń przedstawia tabela 8.2 i rys. 8.29. Dla każdego przedziału wartości mas i sztywności są stałe. Jak łatwo można zauważyć, różnice w zakresach tych przedziałów dla poszczególnych kierunków są niewielkie. Oznacza to możliwość ich ujednoczenia. Propozycję taką przedstawia rys. 8.30. Tabela 8.3 przedstawia wartości współczynników sztywności dla trzech podpór łożyskowych (dla kierunku poziomego i pionowego) dla ujednoczonych przedziałów adekwatności.

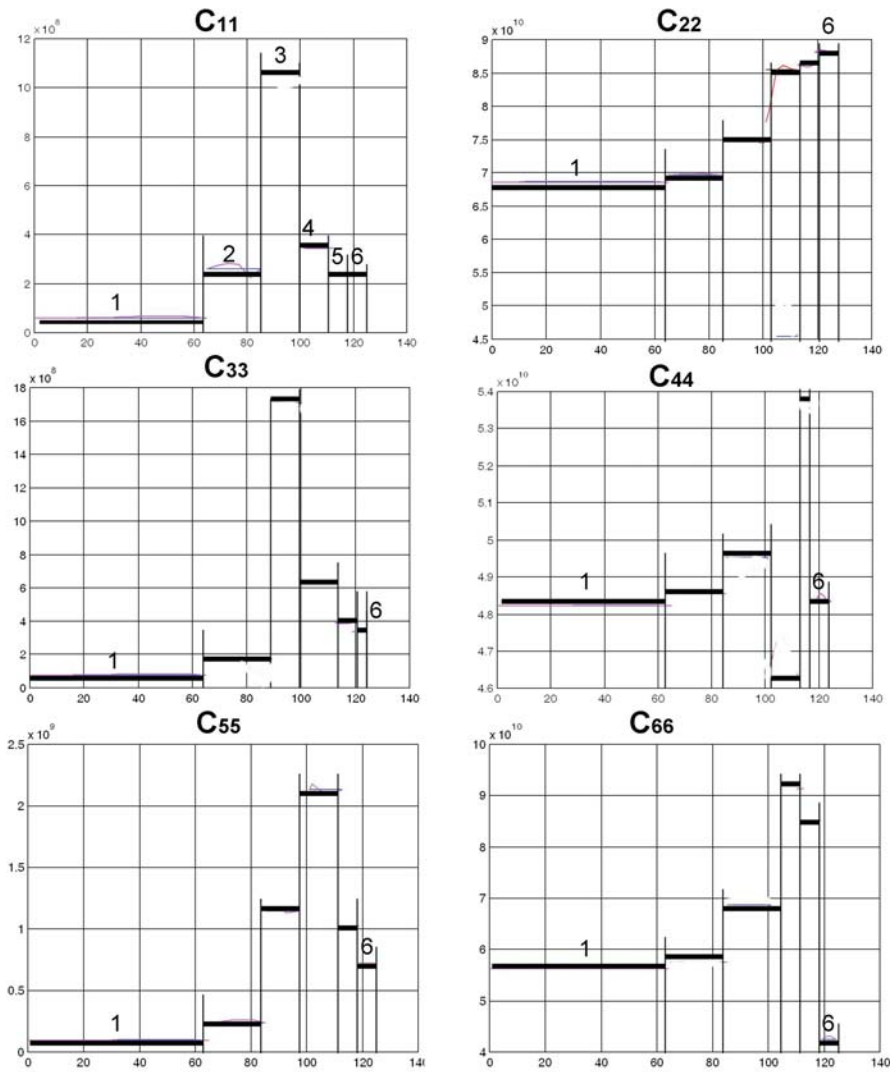
Wyniki zamieszczone na rys. 8.30 i w tabeli 8.3 stanowią mogą końcowy rezultat identyfikacji konstrukcji podpierającej przyjętego obiektu.

Tabela 8.2. Przedziały adekwatności oraz odpowiadające im wartości mas i sztywności [8.14]÷[8.16]

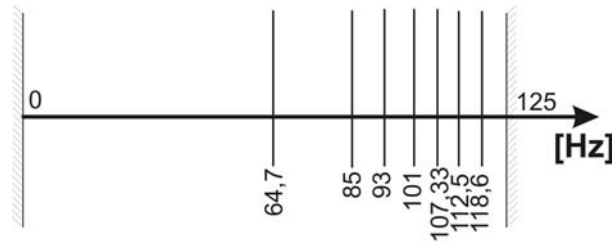
Przedział 1					
nr kier.	ω_{pocz} [Hz]	ω_{konc} [Hz]	M_{mn} [kg]	C_{mn} [N/m]	Nr łożyska
11	0,2	64,75	$3,5218 \cdot 10^2$	$5,8751 \cdot 10^7$	Ł1
22	0,2	64,75	$1,0514 \cdot 10^5$	$6,8643 \cdot 10^{10}$	Ł1
33	0,2	64,75	$4,5420 \cdot 10^2$	$7,5591 \cdot 10^7$	Ł2
44	0,2	64,75	$6,9497 \cdot 10^4$	$4,8223 \cdot 10^{10}$	Ł2
55	0,2	64,75	$5,8207 \cdot 10^2$	$9,6584 \cdot 10^7$	Ł3
66	0,2	64,75	$8,7519 \cdot 10^4$	$5,6184 \cdot 10^{10}$	Ł3

Przedział 2					
nr kier	ω_{pocz} [Hz]	ω_{konc} [Hz]	M_{mn} [kg]	C_{mn} [N/m]	
11	64,75	85	$1,5654 \cdot 10^3$	$2,5956 \cdot 10^8$	Ł1
22	64,75	85	$1,1157 \cdot 10^5$	$6,9707 \cdot 10^{10}$	Ł1
33	64,75	89	$1,0608 \cdot 10^3$	$1,7600 \cdot 10^8$	Ł2
44	64,75	85	$7,1453 \cdot 10^4$	$4,8546 \cdot 10^{10}$	Ł2
55	64,75	85	$1,4423 \cdot 10^3$	$2,3896 \cdot 10^8$	Ł3
66	6475	85	$9,5898 \cdot 10^4$	$5,7571 \cdot 10^{10}$	Ł3
Przedział 3					
nr kier	ω_{pocz} [Hz]	ω_{konc} [Hz]	M_{mn} [kg]	C_{mn} [N/m]	Nr łożyska
11	89	101	$2,2489 \cdot 10^3$	$1,0451 \cdot 10^9$	Ł1
22	85	101	$1,3040 \cdot 10^5$	$7,5079 \cdot 10^{10}$	Ł1
33	93	101	$3,6866 \cdot 10^3$	$1,7060 \cdot 10^9$	Ł2
44	85	101	$7,4898 \cdot 10^4$	$4,9529 \cdot 10^{10}$	Ł2
55	85	97	$4,6278 \cdot 10^3$	$1,1476 \cdot 10^9$	Ł3
66	85	101	$1,3471 \cdot 10^5$	$6,8641 \cdot 10^{10}$	Ł3
Przedział 4					
nr kier	ω_{pocz} [Hz]	ω_{konc} [Hz]	M_{mn} [kg]	C_{mn} [N/m]	Nr łożyska
11	101	112,5	$5,1492 \cdot 10^2$	$3,4678 \cdot 10^8$	Ł1
22	104,67	112,5	$1,3686 \cdot 10^5$	$8,5449 \cdot 10^{10}$	Ł1
	101	112,5	$5,6686 \cdot 10^4$	$4,5392 \cdot 10^{10}$	
33	101	112,5	$1,0359 \cdot 10^3$	$6,3853 \cdot 10^8$	Ł2
44	101	112,5	$6,6855 \cdot 10^4$	$4,6290 \cdot 10^{10}$	Ł2
55	101	112,5	$3,7852 \cdot 10^3$	$2,1362 \cdot 10^9$	Ł3
66	107,33	112,5	$1,4988 \cdot 10^5$	$9,1350 \cdot 10^{10}$	Ł3
Przedział 5					
nr kier	ω_{pocz} [Hz]	ω_{konc} [Hz]	M_{mn} [kg]	C_{mn} [N/m]	Nr łożyska
11	112,5	118,62	$3,1140 \cdot 10^2$	$2,4509 \cdot 10^8$	Ł1
22	112,5	118,62	$1,3845 \cdot 10^5$	$8,6247 \cdot 10^{10}$	Ł1
33	112,5	118,62	$5,3719 \cdot 10^2$	$3,8935 \cdot 10^8$	Ł2
44	112,5	118,62	$8,1664 \cdot 10^4$	$5,3689 \cdot 10^{10}$	Ł2
55	112,5	118,62	$1,5607 \cdot 10^3$	$1,0247 \cdot 10^9$	Ł3
66	112,5	118,62	$1,3767 \cdot 10^5$	$8,5249 \cdot 10^{10}$	Ł3
Przedział 6					
nr kier	ω_{pocz} [Hz]	ω_{konc} [Hz]	M_{mn} [kg]	C_{mn} [N/m]	Nr łożyska
11	118,62	124,25	$2,8568 \cdot 10^2$	$2,3080 \cdot 10^8$	Ł1
22	118,62	124,25	$1,4176 \cdot 10^5$	$8,8083 \cdot 10^{10}$	Ł1
33	118,62	124,25	$4,4692 \cdot 10^2$	$3,3920 \cdot 10^8$	Ł2
44	118,62	124,25	$7,2059 \cdot 10^4$	$4,8354 \cdot 10^{10}$	Ł2
55	118,62	124,25	$1,0219 \cdot 10^3$	$7,2543 \cdot 10^8$	Ł3
66	118,62	124,25	$6,0628 \cdot 10^4$	$4,2450 \cdot 10^{10}$	Ł3

W dotychczasowych rozważaniach pomijaliśmy kwestię tłumienia. Otóż tłumienie $\mathbf{D}_{mn}(\omega)$ jest wyznaczane z macierzy sztywności dynamicznej $\mathbf{K}(\omega)$ w sposób jednoznaczny (roz. 1.3). Zatem dobór adekwatnego tłumienia układu nie stanowi tak złożonego problemu, jak dobór adekwatnych charakterystyk masowo-sztywnościowych.



Rys. 8.29. Sztywność rzeczywista w kierunku poziomym (indeksy nieparzyste) i pionowym (indeksy parzyste) ramy fundamentowej obliczona dla przyjętych przedziałów adekwatności. Skala każdego rysunku jest inna celem wyraźniejszego zilustrowania przedziałów adekwatności. Dokładne wartości sztywności podane są w tab. 8.2

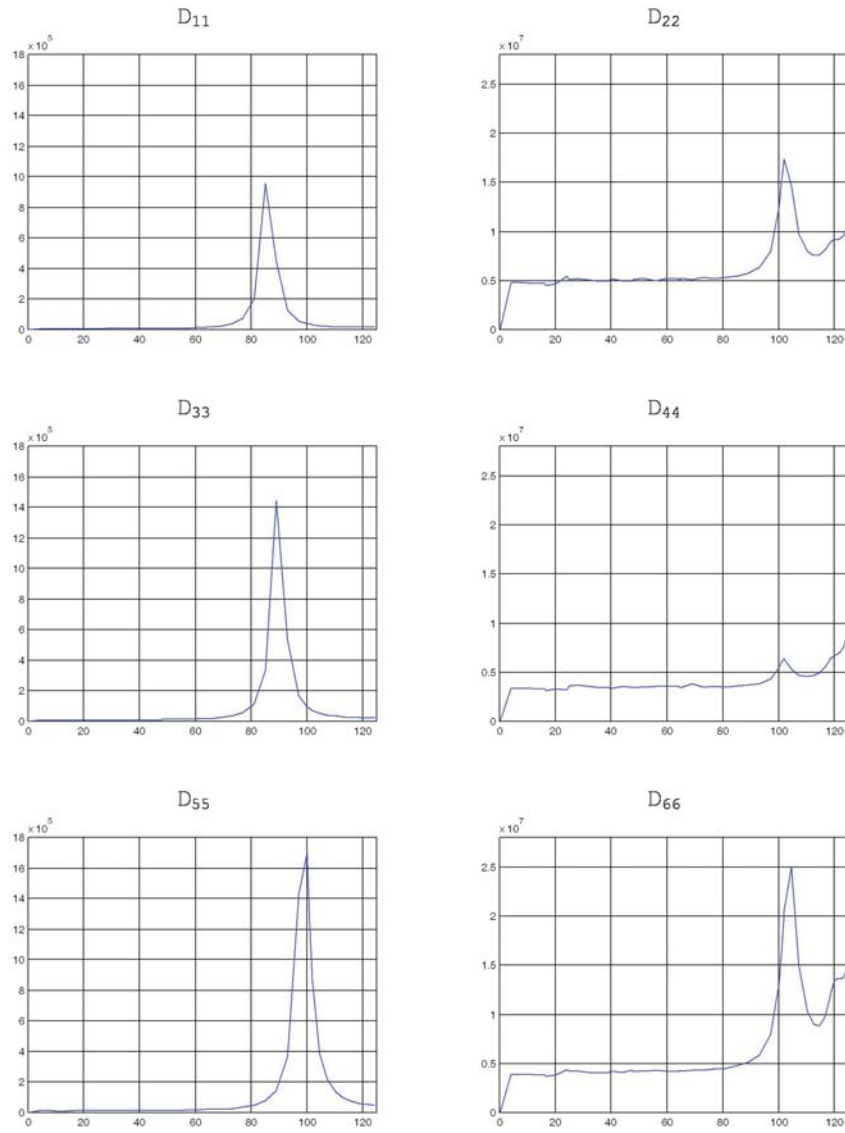


Rys. 8.30. Ujednolicone dla wszystkich kierunków przedziały adekwatności

Tabela 8.3. Wyniki identyfikacji konstrukcji podpierającej wirnika trójpodporowego. Wartości współczynników sztywności dla ujednoliconych przedziałów adekwatności [8.3]÷[8.6]

PRZEDZIAŁ ADEKWATNOŚCI Hz	$C_{11,33,55}$ Kierunek poziomy	$C_{22,44,66}$ Kierunek pionowy
< 0, 0 , 64, 79 >	5,8751E+07 7,5591E+07 9,6584E+07	6,8643E+10 4,8223E+10 5,6184E+10
< 64, 79 , 85, 00 >	2,5956E+08 1,7600E+08 2,3896E+08	6,9707E+10 4,8546E+10 5,7571E+10
< 85, 00 , 93, 00 >	1,0451E+09 1,7060E+09 1,1476E+09	7,5079E+10 4,9529E+10 6,8641E+10
< 93, 00 , 101, 00 >	1,0451E+09 1,7060E+09 1,1476E+09	7,5079E+10 4,9529E+10 6,8641E+10
< 101, 00 , 107, 33 >	3,4678E+08 6,3853E+08 2,1362E+09	8,5449E+10 4,6290E+10 6,8641E+10
< 107, 33 , 112, 50 >	3,4678E+08 6,3853E+08 2,1362E+09	8,5449E+10 4,6290E+10 9,1350E+10
< 112, 50 , 118, 62 >	2,4509E+08 3,8935E+08 1,0247E+09	8,6247E+10 5,3689E+10 8,5249E+10
< 118, 62 , 124, 25 >	2,3080E+08 3,3920E+08 7,2543E+08	8,8083E+10 4,8354E+10 4,2450E+10

Na rys. 8.31 przedstawiono przebiegi tłumienia drgań w poszczególnych więziach. Zauważmy, że współczynniki te mają przeważnie stałe wartości, z wyjątkiem przedziałów nieciągłości sztywności dynamicznej, gdzie mają charakterystyczne



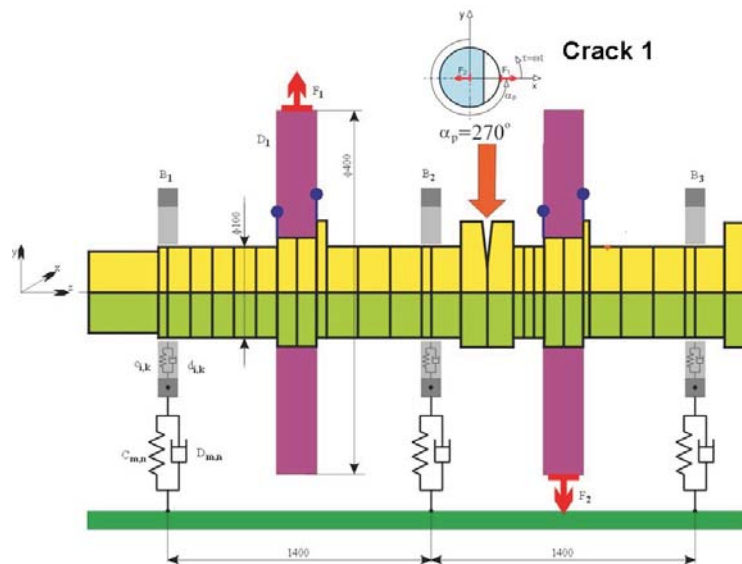
Rys. 8.31. Przebieg wartości współczynników tłumienia ramy fundamentowej [Ns/m^2] dla kierunków poziomych (indeksy nieparzyste) i pionowych (indeksy parzyste) [8.8]÷[8.10]

„piki”. Zauważmy też, że wartości współczynników tłumienia drgań pionowych (więzi parzyste) są o rząd wielkości większe, niż drgań poziomych. Generalnie jednak wartości tłumienia ramy fundamentowej są niewielkie, co jest zgodne z oczekiwaniami.

8.2.4 Metoda funkcji wagowych – przykłady zastosowania

Przedstawimy teraz przykład zastosowania metodologii obliczeń nieliniowych opisaną w rozdziale 1.5. Przedstawiona tu została koncepcja, w myśl której współczynniki sztywności podpór dobierane są w trakcie obliczeń iteracyjnych w sposób proporcjonalny do struktury widma drgań podpór i wartości tych współczynników w zdefiniowanych uprzednio przedziałach. Proporcjonalność ta uzyskiwana jest poprzez wprowadzenie odpowiednich wag określonych jako metoda funkcji wagowych (rozdział 1.5.1).

Punktem wyjścia do naszych rozważań będą wyniki uzyskane w poprzednich podrozdziałach, a zwłaszcza przedziały adekwatności konstrukcji podpierającej przedstawione na rys. 8.30 i wartości współczynników sztywności przedstawione w tabeli 8.3. Współczynniki tłumienia materiałowego konstrukcji podpierającej, z uwagi na ich małe wartości w porównaniu z tłumieniem filmu olejowego, zostały pominięte. Do badań przyjmujemy obiekt przedstawiony na rys. 8.1 oraz na rys. 8.32.

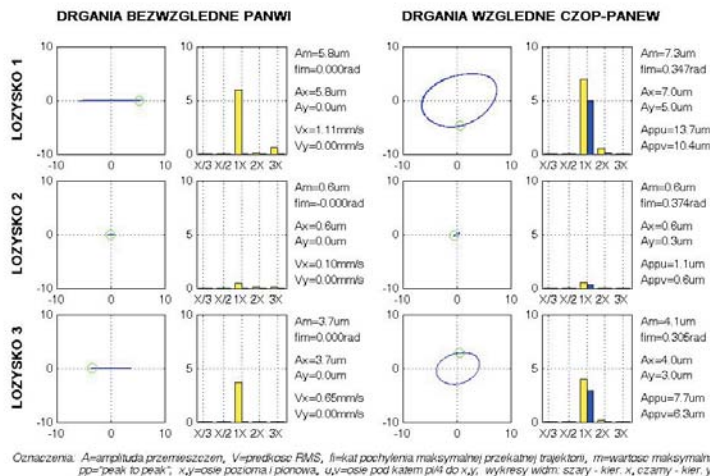


Rys. 8.32. Obiekt badań – wirnik laboratoryjny trójpodporowy. Lokalizacja pęknięcia **crack1** wzdłuż linii wirników i jego położenie w kierunku obwodowym

Aby metoda funkcji wagowych miała sens, konieczny jest taki dobór przypad-

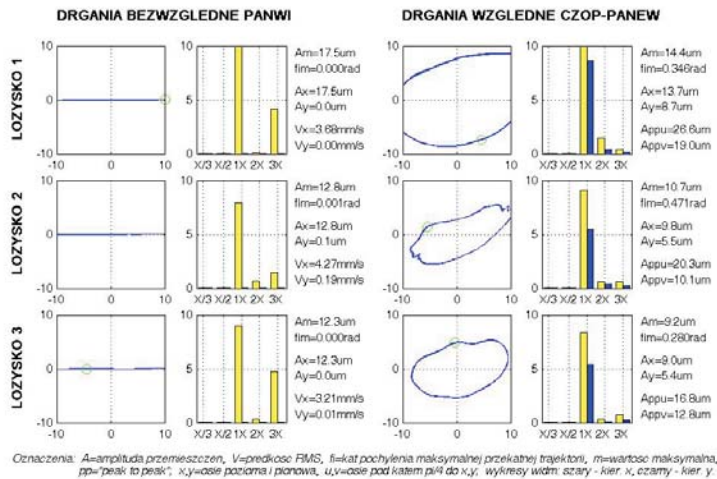
ków, dla których widma drgań w miejscu posadowienia wirnika posiadają składowe mieszczące się przynajmniej w dwóch wyżej określonych przedziałach adekwatności. Z badań przeprowadzonych w rozdziale 6.3 wynika, że realny defekt wirnika w postaci pęknięcia jest w stanie wygenerować składowe superharmoniczne np. typu 3X. Przyjmując prędkość obrotową wirnika równą 2400 obr/min składowe 1X oraz 3X mieszczą się w przedziale do 124 Hz, a więc w zakresie przedziałów określonych na rys. 8.30. Wybrany został przypadek wirnika z pęknięciem **crack1** w sprzęgle o głębokości $W_p = 0,2$ i obwodowym usytuowaniu $\alpha_p = 270^\circ$ – rys. 8.32.

Aby możliwa była ocena wpływu funkcji wagowych, konieczne jest określenie nowego przypadku referencyjnego, czyli zestawu wyników dla wirnika bez pęknięcia i z pęknięciem, ale bez zastosowania koncepcji funkcji wagowych. Zestaw referencyjny możemy otrzymać przyjmując, że w całym analizowanym przedziale częstotliwości (0 – 124, 2 Hz) obowiązują wartości współczynników sztywności z jednego tylko przedziału adekwatności, w naszym przypadku niech to będą wartości z przedziału pierwszego. Założenie to milcząco przyjęliśmy już w rozdziale 6.3, chociaż dla innych wartości współczynników sztywności (uzyskanych z pomiarów eksperymentalnych metodą wymuszeń „statycznych”). Założenie to jest też powszechnie przyjmowane. Wyniki obliczeń dla tak zdefiniowanego przypadku referencyjnego i przyjętego obiektu przedstawiają rys. 8.33 i rys. 8.34.

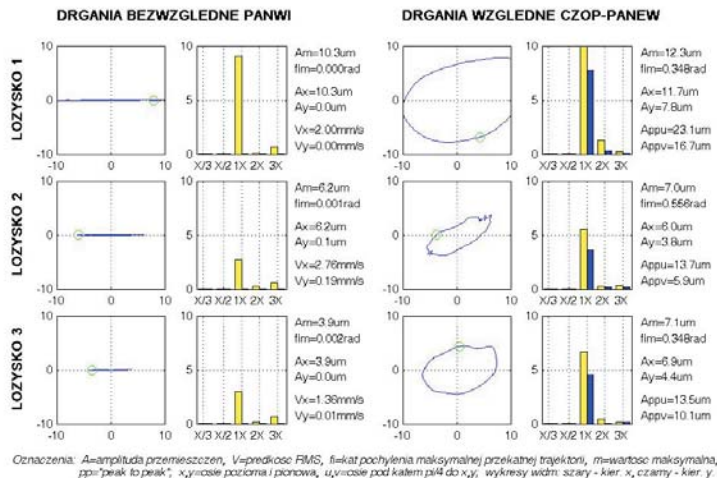


Rys. 8.33. Przypadek referencyjny. Karta diagnostyczna ilustrująca wyniki obliczeń dla wirnika z rys. 8.32 bez pęknięć [8.3]

Celem przeprowadzenia dalszych badań konieczna stała się modyfikacja programu NLDW zgodnie z schematem przedstawionym w rozdziale 1 na rys. 1.13. W efekcie tej modyfikacji powstał nowy program NLDW-WAGI [8.7] uzupełniający środowisko MESWIR. W oparciu o ten program przeprowadzone zostały obliczenia wirnika z pęknięciem i z uwzględnieniem wartości współczynników sztywności z tabeli 8.3 oraz funkcji wagowych w myśl ich definicji podanych w podrozdziale 1.5.1.



Rys. 8.34. Przypadek referencyjny. Karta diagnostyczna ilustrująca wyniki obliczeń dla wirnika z pęknięciem z rys. 8.32 ($W_p = 0, 2$ i $\alpha_p = 270^\circ$) [8.3]



Rys. 8.35. Zastosowanie metody funkcji wagowych. Karta diagnostyczna ilustrująca wyniki obliczeń dla wirnika z pęknięciem z rys. 8.32 ($W_p = 0, 2$ i $\alpha_p = 270^\circ$) [8.3]

Wyniki obliczeń przedstawia rys. 8.35 [8.3]÷[8.6].

Porównując rys. 8.33 z rys. 8.34 stwierdzamy, że obecność pęknięcia zdecydowanie wzmocniła składowe superharmoniczne w podporach łożyskowych (drżania bezwzględne panwi), zwłaszcza w podporze nr 1 i 3, co było zgodne z naszymi

oczekiwaniami. Ocenę wpływu funkcji wagowych umożliwia jednakże dopiero porównanie rys. 8.34 i rys. 8.35. Zauważamy natychmiast, że odpowiedź układu w postaci widm drgań podpór łożyskowych z uwzględnieniem funkcji wagowych stała się „bardziej stonowana”, co oznaczać może, że w rzeczywistości układ zachowuje się bardziej spokojnie niż przewiduje to karta z rys. 8.34, a więc obliczana tradycyjnie bez „ważenia”.

8.3 Duża maszyna energetyczna

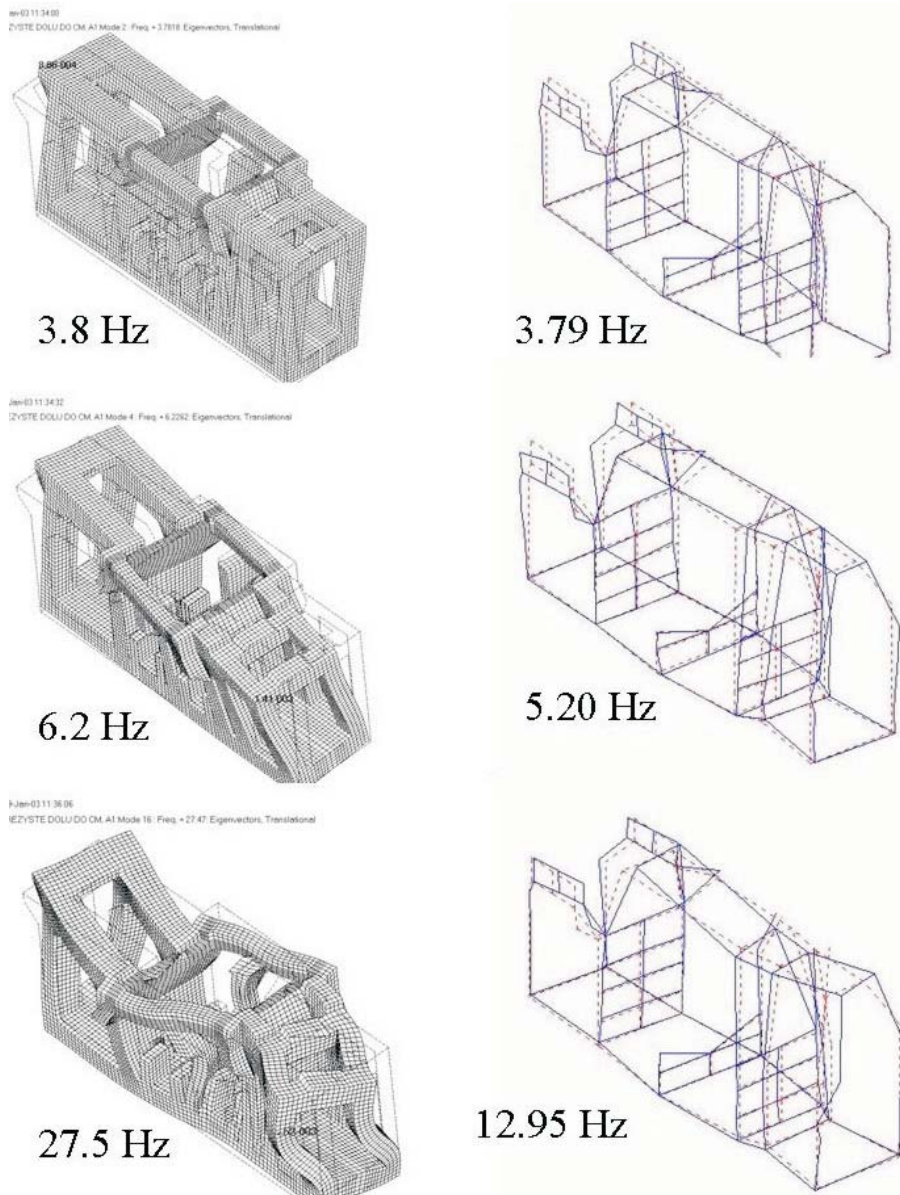
Przyjmijmy do badań dużą maszynę energetyczną opisaną już w rozdziale 3 (rys. 3.3 i 3.4) oraz w rozdziale 6 (rys. 6.20). Jest to turbozespół 13K215 o mocy 200 MW. Podstawowe dane geometryczne tej maszyny przedstawione zostały w podrozdziale 3.3.2.1. Konstrukcja podpierająca tej maszyny jest bardzo złożona i składa się z fundamentu, trzech korpusów i stojaków łożyskowych. Najbardziej newralgiczne pod względem dynamicznym łożyska nr 3,4 oraz 5,6 spoczywają na specjalnych gniazdach korpusu niskoprężnego NP (rys. 7.1). Stąd też, aby wyznaczyć przebiegi sztywności dynamicznej w tych właśnie miejscach, musimy przeprowadzić jednoczesną analizę zarówno fundamentu jak i samego korpusu.

Wyznaczenie macierzy podatności dynamicznej całej konstrukcji podpierającej (z uwzględnieniem pozostałych łożysk) jest zadaniem bardzo trudnym. Z tego też powodu przedstawimy analizę tylko tych elementów, które wydają się mieć największy wpływ. Będzie to fundament oraz korpus NP turbiny, co oznacza, że wyznaczymy charakterystyki dynamiczne tylko podparć łożysk 3,4 oraz 5,6. Tym samym pominiemy oddziaływania pozostałych korpusów (WP, SP) i stojaków łożysk nr 1,2 oraz 7. Jest to oczywiście duże założenie upraszczające. Autorowi niniejszej monografii nie są jednakże znane prace, które w kompleksowy sposób określają potrzebne charakterystyki. Spowodowane to jest niewątpliwie złożonością zagadnienia i dużymi kosztami.

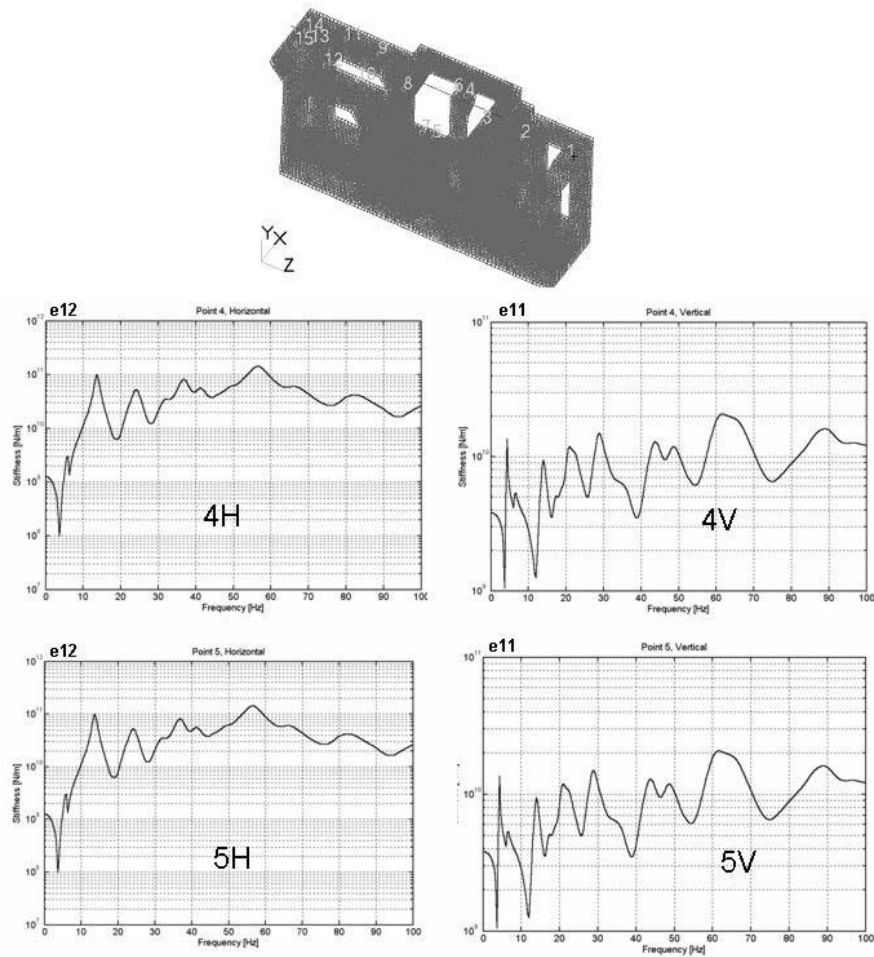
8.3.1 Charakterystyki dynamiczne fundamentu

Przedstawimy tu wybrane fragmenty badań ośrodka krakowskiego (zespół prof. T. Uhla) przeprowadzonych w ramach Projektu Badawczego Zamawianego PBZ K015/T10/2001 i opublikowanych w pracy [8.1]. Przeprowadzona tu została teoretyczna i eksploatacyjna analiza modalna fundamentu turbiny 13K215 oraz analiza teoretyczna charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych obiektu, w efekcie czego zbudowane zostały przebiegi sztywności w funkcji częstotliwości wzbudzenia. Rysunek 8.36 przedstawia kilka pierwszych form drgań własnych fundamentu w zestawieniu z wynikami pomiarów eksperymentalnych jako wynik przeprowadzonej analizy modalnej, natomiast rys. 8.37 przedstawia przykładowe przebiegi sztywności w punktach posadowienia korpusu NP. Zwraca tu uwagę dobra zgodność dwóch pierwszych form i częstości drgań (rys. 8.36).

Uzyskane w ten sposób wyniki stanowiły warunki brzegowe dla prac związanych z określeniem charakterystyk dynamicznych korpusu NP i w efekcie charakterystyk podparć łożysk nr 3 i 4 oraz 5 i 6, co jest naszym celem głównym.



Rys. 8.36. Wybrane formy i częstotliwości drgań własnych fundamentu turbozespołu 13K215. Lewa strona – wyniki symulacji komputerowej, prawa strona – wyniki pomiarów (eksploatacyjna analiza modalna). Wyniki prac ośrodka krakowskiego – zespołu prof. T. Uhla [8.1]

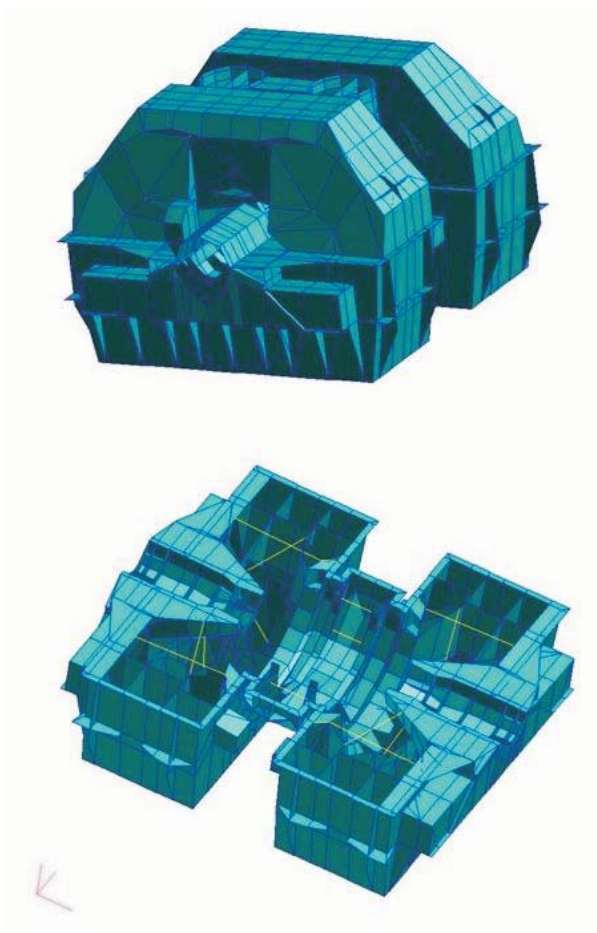


Rys. 8.37. Przebiegi sztywności fundamentu w funkcji częstotliwości wzbudzenia w wybranych punktach 4 i 5 (rysunek górny). Lewa strona – kierunek poziomy, prawa strona – kierunek pionowy. Wyniki prac ośrodka krakowskiego – zespołu prof. T. Uhla [8.1]

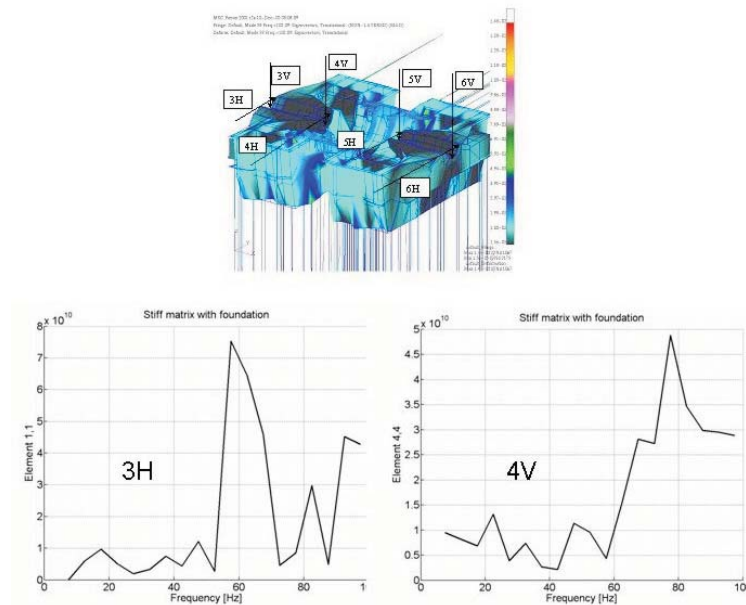
8.3.2 Charakterystyki dynamiczne korpusu NP. Przedziały adekwatności

Obliczenia korpusu NP z uwzględnieniem charakterystyk fundamentu (rys. 8.36 – 8.37) przeprowadzone zostały w ośrodku gdańskim (zespół prof. W. Ostachowicza) w ramach tego samego Projektu Badawczego Zamawianego PBZ K015/T10/2001. Wyniki te opublikowane zostały w [8.1].

Rysunek 8.38 przedstawia siatkę MES korpusu NP a rys. 8.39 przebiegi sztywności w miejscach posadowienia łożysk 3,4 oraz 5,6 wyznaczone dwupunktową metodą transformacji charakterystyk podatnościowych z przedziałem co 5 Hz (rozdział 1.4.2).



Rys. 8.38. Siatka MES korpusu NP turbosespołu 13K215 (powłokowe, izoparametryczne elementy skończone, 41000 stopni swobody). Wyniki prac zespołu prof. W. Ostachowicza [8.1]



Rys. 8.39. Przebiegi sztywności w punktach podparć łożysk oznaczonych jako 3H (kierunek poziomy) i 4V (kierunek pionowy) – na górnym rysunku. Przebiegi wyznaczone zostały za pomocą dwupunktowej metody transformacji charakterystyk podatnościowych z przedziałem co 5 Hz. Wyniki prac zespołu prof. W. Ostachowicza [8.1]

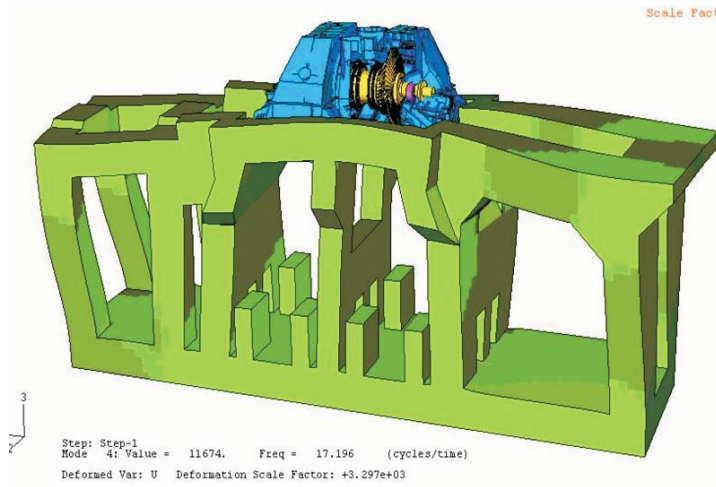
Tabela 8.4. Macierz sztywności dla częstotliwości z zakresu 45 do 50 [Hz]

1.217e+010	1.741e+010	-4.590e+009	4.890e+009	-2.174e+009	-2.796e+009	-4.234e+009	4.293e+009
-1.340e+010	2.392e+010	-1.305e+009	-9.162e+009	5.089e+008	3.292e+009	-1.194e+008	-6.090e+009
-5.701e+009	-3.112e+008	5.497e+009	-1.358e+009	-1.358e+009	-2.020e+008	-5.485e+008	5.040e+008
-2.952e+009	-8.741e+009	-2.813e+008	1.136e+010	8.824e+007	1.821e+009	2.191e+007	-2.120e+009
-4.245e+008	7.276e+009	-1.774e+009	8.454e+008	1.205e+010	-2.576e+009	-6.221e+009	-1.126e+010
2.884e+009	3.035e+009	8.520e+007	1.917e+009	3.102e+008	1.404e+010	5.370e+008	-1.740e+010
-5.134e+009	-9.801e+009	-1.658e+008	-3.174e+009	-5.731e+009	4.588e+009	1.932e+010	3.217e+009
4.681e+009	-5.754e+009	1.206e+009	-1.890e+009	-4.704e+008	-1.695e+010	2.934e+009	8.073e+010

Tabela 8.5. Macierz sztywności dla częstotliwości z zakresu 95 do 100 [Hz]

4.274e+010	-1.687e+010	-2.273e+010	6.293e+010	-5.279e+008	-1.462e+010	-2.813e+010	-4.630e+009
-7.418e+009	1.034e+010	7.585e+009	-3.316e+009	-2.293e+009	2.547e+009	9.070e+009	1.821e+009
-2.277e+010	8.160e+009	2.755e+010	-7.293e+008	1.162e+009	3.932e+009	6.285e+009	3.809e+009
-1.823e+009	1.309e+009	1.026e+009	2.885e+010	2.886e+008	8.824e+009	-7.535e+008	-2.593e+009
1.310e+009	-9.172e+007	5.055e+008	-3.224e+008	1.512e+010	-3.124e+009	5.634e+010	1.244e+010
5.642e+008	5.018e+009	-3.229e+008	8.752e+009	5.323e+008	3.679e+010	-3.218e+008	4.790e+009
-3.206e+010	-4.027e+009	8.733e+009	1.775e+009	5.190e+010	2.434e+010	1.175e+011	-3.526e+010
-1.355e+009	1.704e+009	4.893e+008	-3.038e+009	-8.935e+007	5.250e+009	1.126e+009	1.433e+010

Przykłady pełnej postaci macierzy sztywności dynamicznej przedstawiają tabela nr 8.4 dla przedziałów bliskich 50 Hz (nominalna częstotliwość pracy zespołu) oraz tabela nr 8.5 dla przedziałów bliskich 100 Hz (częstotliwość wymu-



Rys. 8.40. Przyszłościowa koncepcja budowy modeli kompleksowych (spójna siatka MES fundamentu, korpusu i wirnika) i oceny tą drogą charakterystyk dynamicznych układu. Prace studialne zespołu prof. R. Rządkowskiego

szeń magnetycznych w generatorze). Tabele zawierają pełne macierze o wymiarach $8 \cdot 8$ dla czterech łożysk (3 i 4 oraz 5 i 6) w kierunku poziomym oraz pionowym. Przekątna tych macierzy zawiera współczynniki główne C_{33} , C_{44} itd. a pozostałe elementy sztywności przeniesione. Macierze te, poprzez uwzględnienie w modelu MES korpusu odpowiednich warunków brzegowych, uwzględniają też charakterystyki fundamentu, o których wspominaliśmy w poprzednim podrozdziale. Tym samym stanowią one końcowy etap procesu identyfikacji charakterystyk dynamicznych konstrukcji podpierającej w miejscach posadowienia wirnika drogą symulacji komputerowej. Pozostaje jednak pytanie, na ile w ten sposób określone charakterystyki dynamiczne konstrukcji podpierającej są wiarygodne? Wyznaczone one zostały w oparciu o daleko idące założenia upraszczające dotyczące samego obiektu (pominięcie wpływu korpusów WP i SP oraz stojaków łożysk nr 1,2 i 7, pominięcie wpływu podłoża fundamentu) jak i modelu MES (uproszczona z konieczności dyskretyzacja, trudności z opisem połączeń w miejscach kontaktu korpusu i fundamentu). Ponadto przyjęta została koncepcja integracji charakterystyk dynamicznych korpusu z fundamentem poprzez warunki brzegowe, co jest rozwiązaniem gorszym w stosunku do koncepcji jednolitego modelu MES obu tych podukładów. Niestety taki model nie został jeszcze opracowany w kraju (i nie tylko), chociaż prace w tym kierunku trwają, o czym świadczy chociażby przykład zamieszczony na rys. 8.40.

Pierwsze testy z wykorzystaniem danych zamieszczonych w tabelach 8.4 i 8.5 i na rys. 8.39 do analizy stanu dynamicznego turbozespołu za pomocą programów serii NLDW dały wyniki w zasadzie negatywne. Trajektorie drgań podpór łożyskowych (drgania bezwzględne panwi) były rzędu $1-2 \mu\text{m}$, co absolutnie przeczy

pomiaram eksperymentalnym. Oznacza to, że wyliczone sztywności dynamiczne podpór są zbyt duże. Jest to niewątpliwie efekt uproszczeń modelowych o których mówiliśmy wcześniej.

Pozostaje zatem tylko jedna możliwość, a mianowicie badania eksperymentalne na obiekcie rzeczywistym. Na zlecenie koncernu ABB Zamach w Elblągu w IMP PAN w Gdańsku opracowany został wzbudnik drgań dużej mocy [8.25]. Urządzenie to zostało następnie wykorzystane do badań charakterystyk podatnościowych podparć łożyskowych turbozespołu 13K215 w Elektrowni „Kozienice”. Wyniki te zostały skonfrontowane z wynikami pomiarów innych ekip (raport Kowalova) oraz z wynikami pomiarów drgań fundamentów przeprowadzonych przez badaczy ukraińskich [8.24]. W rezultacie tych działań opracowany został zestaw danych eksperymentalnych przedstawiony w tabelach 8.6 i 8.7. Tabele te przedstawiają wartości głównych współczynników sztywności podparć łożyskowych (wartości na przekątnej macierzy). Podobnie jak w przypadku wirnika laboratoryjnego, pomierzone sztywności przeniesione (pozostałe elementy macierzy) zostały pominięte ze względu na zbyt słaby efekt sprzężeń dynamicznych podpór łożyskowych. Niestety, z uwagi na koszt i czas dostępu do obiektu, tabele 8.6 i 8.7 zawierają dane tylko dla wymuszeń 50 Hz i 100 Hz.

Tabela 8.6. Pomierzone współczynniki sztywności podpór dla wymuszeń 50 Hz

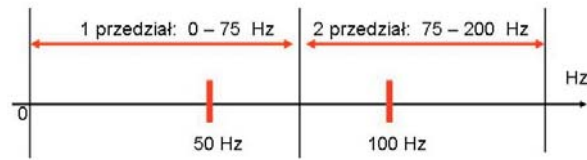
Nr podpory	1	2	3	4	5	6	7
C_{xx} [N/m]·10 ⁹	3,1	4,7	4,7	1,9	2,5	3,1	5,0
C_{yy} [N/m]·10 ⁹	1,7	5,5	3,1	4,5	0,9	3,2	5,0

Tabela 8.7. Pomierzone współczynniki sztywności podpór dla wymuszeń 100 Hz

Nr podpory	1	2	3	4	5	6	7
C_{xx} [N/m]·10 ⁹	3,1	4,7	4,7	2,1	1,0	1,1	5,0
C_{yy} [N/m]·10 ⁹	1,7	5,5	3,1	5,9	5,6	2,3	5,0

Testy obliczeniowe z wykorzystaniem danych zawartych w tabelach 8.6 i 8.7 wykazały zdecydowanie większą zgodność amplitud przemieszczeń dynamicznych podpór łożyskowych z pomiarami eksploatacyjnymi za pomocą systemu DT-200. Przyjęte one zatem zostały jako dane ustalone w procesie strojenia modelu do obiektu i w procesie budowy przypadku referencyjnego/bazowego (rozdział 3.3.3). Przyjmujemy je też do dalszych rozważań w niniejszym rozdziale.

Dysponując ograniczonymi danymi eksperymentalnymi (dla wymuszeń 50 Hz i 100 Hz) zawartymi w tabelach 8.6 i 8.7 zbudować możemy jedynie dwa przedziały adekwatności. Propozycję taką przedstawia rys. 8.41.



Rys. 8.41. Przedziały adekwatności konstrukcji podpierającej przyjęte na podstawie dostępnych pomiarów eksperymentalnych dla wymuszeń 50 Hz i 100 Hz

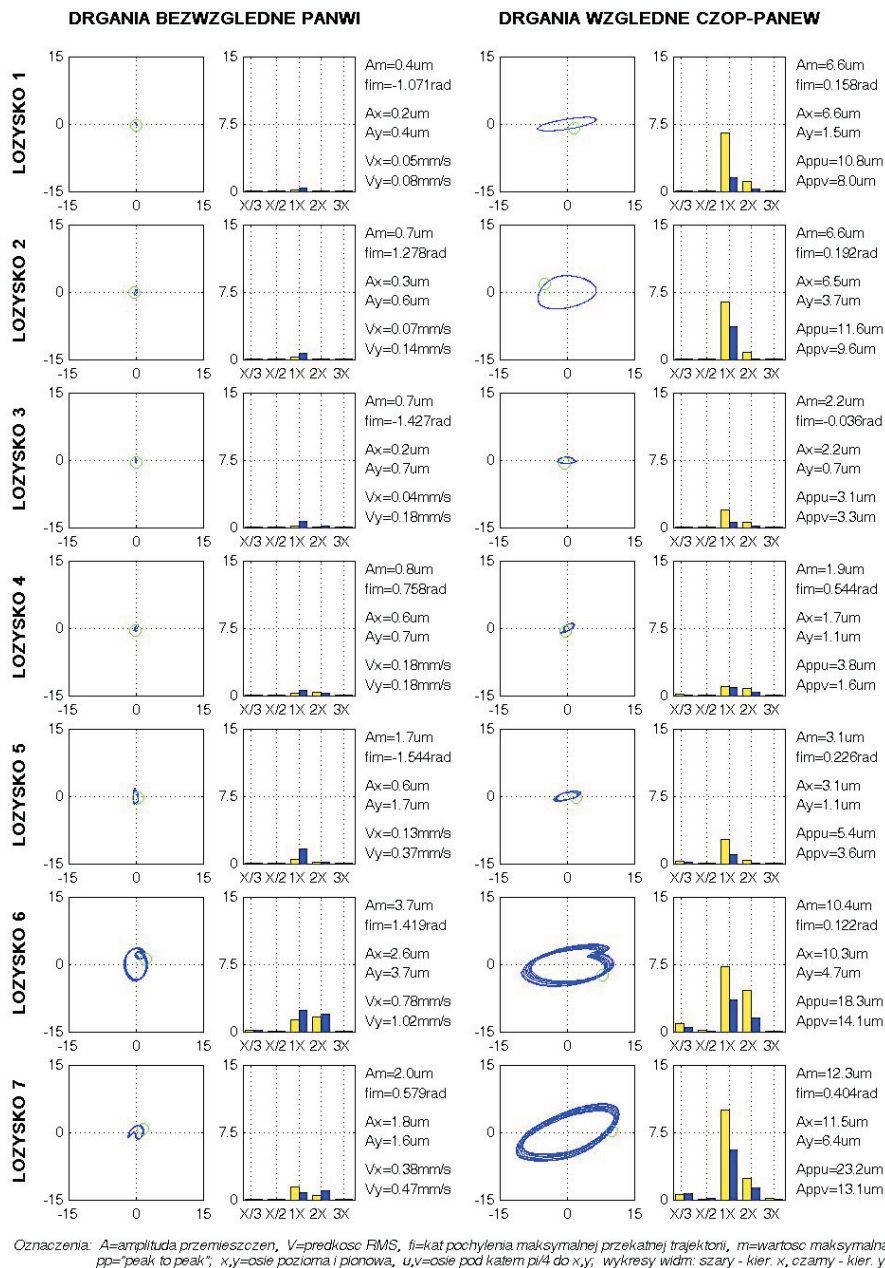
8.3.3 Przykład zastosowania metody funkcji wagowych

Zgodnie z dyskusją przeprowadzoną w poprzednim rozdziale, do dalszych rozważań przyjmijmy przypadek referencyjny/bazowy turbozespołu 13K215 przedstawiony w rozdziale 3.3.3. Oznacza to, że model obiektu został dostrojony do wzorcowych danych eksploatacyjnych pomierzonych na obiekcie rzeczywistym, biorąc za punkt wyjścia zestaw danych przedstawiony w tabeli 8.7 (wymuszenia 100 Hz). Wynik tego dostrojenia przedstawiają rys. 3.53 i rys. 3.54. Przyjmijmy też dwa przedziały adekwatności określone na rys. 8.41 i odpowiadające im wartości sztywności dynamicznych przedstawione w tabelach 8.6 i 8.7.

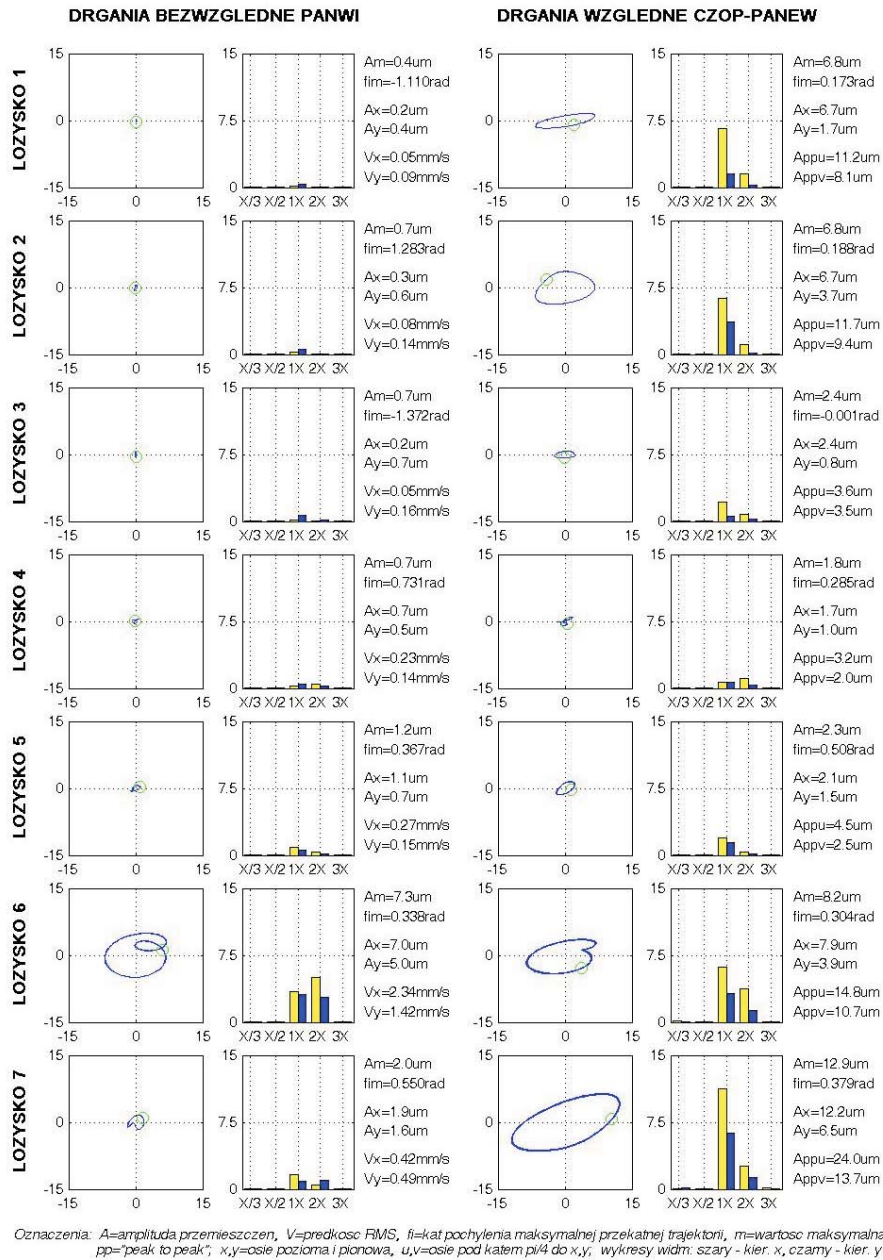
Podobnie jak w przypadku wirnika laboratoryjnego bardzo ważne jest, aby w analizowanych przypadkach składowe widm drgań podpór łożyskowych zawierały się w obu tak wyznaczonych przedziałach adekwatności. Ponieważ przypadek referencyjny opisany w rozdziale 3.3.3 odnosi się do wartości sztywności dynamicznych pozyskanych dla wymuszeń 100 Hz (tabela 8.7), to dla celów związanych z oceną wpływu funkcji wagowych konieczne staje się określenie nowego przypadku referencyjnego dla wymuszeń 50 Hz (a więc dla wartości z tabeli 8.6). Wyniki stosownych obliczeń przedstawione zostały na rys. 8.42 i 8.43.

Procedura „ważenia”, stosownie do koncepcji przedstawionej w rozdziale 1.5.1, przeprowadzona została w oparciu o program NLDW-WAGI [8.7]. Wynik tego postępowania przedstawia rys. 8.44. Jak widać, porównując rys. 8.42÷8.44, wpływ funkcji wagowych jest niewielki. Trzeba jednak zauważyć, że różnice pomiędzy rys. 8.42 i 8.43 również są niewielkie, a wyniki obliczeń zamieszczone na tych rysunkach stanowiły przecież dane wejściowe w procesie „ważenia”. Nic więc dziwnego, że wpływ funkcji wagowych w tym przypadku jest mały. Poza tym analizowaliśmy przypadek maszyny w idealnym stanie dynamicznym.

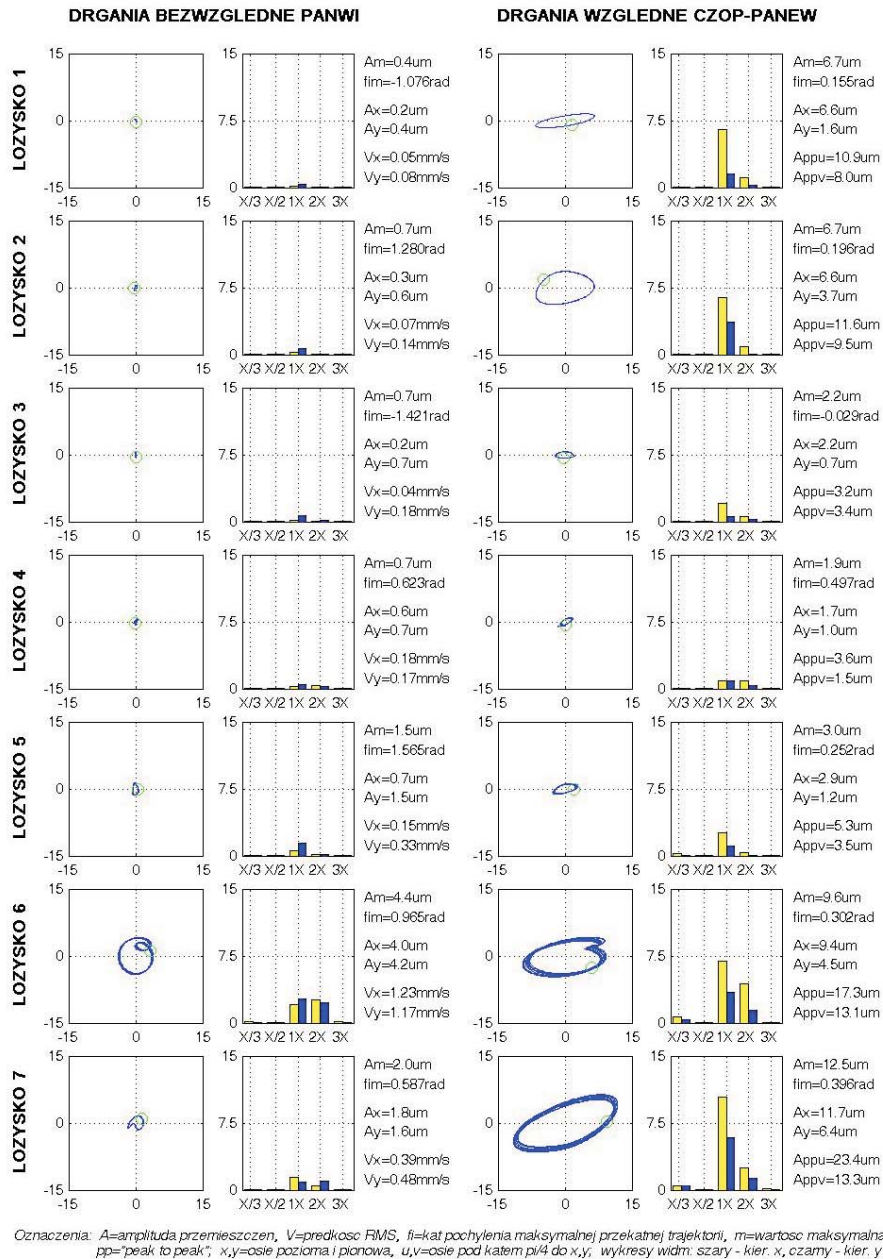
Większego wpływu można się spodziewać w przypadkach, dla których maszyna odbiega znacząco od idealnego stanu dynamicznego. Taki stan można wywołać wprowadzając do układu defekt np. w postaci pęknięcia wirnika. Na podstawie analizy przypadków opisanych w rozdziale 6.4, wybrany został do dalszych badań przypadek turbozespołu z pękniętym wirnikiem generatora, przy czym pęknięcie to, o głębokości 30%, umiejscowione zostało w środku generatora (oznaczone jako CR2) z położeniem w kierunku obwodowym równym $\alpha_p = 0$. Obiekt ten przedstawia rys. 8.45.



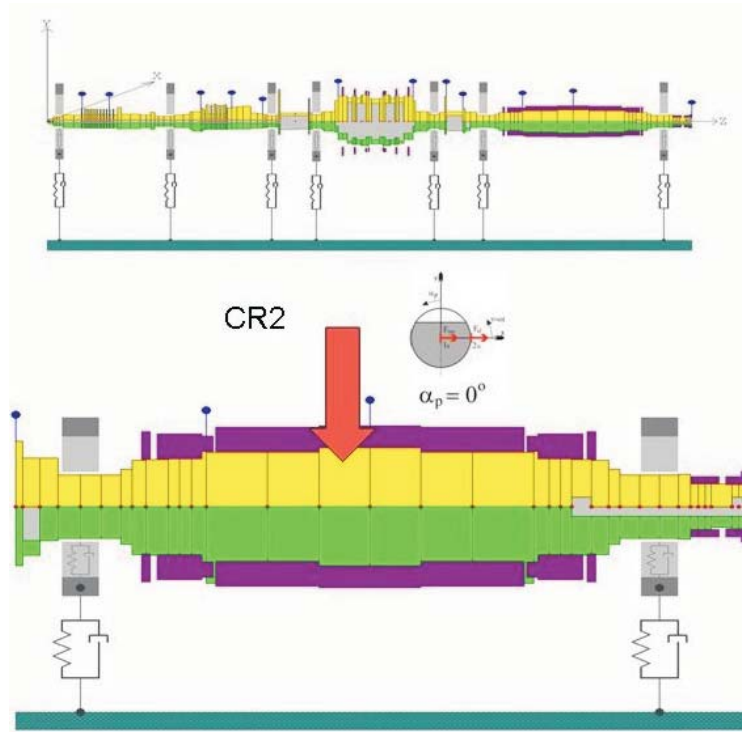
Rys. 8.42. Karta diagnostyczna turboszespolu 13K215 – przypadek referencyjny obliczony dla zestawu współczynników sztywności podparć łożyskowych podanych w tabeli 8.6 (dla wymuszeń 50 Hz) [8.4]



Rys. 8.43. Karta diagnostyczna turboszespołu 13K215 – przypadek referencyjny obliczony dla zestawu współczynników sztywności podparć łożyskowych podanych w tabeli 8.7 (dla wymuszeń 100 Hz) [8.4]



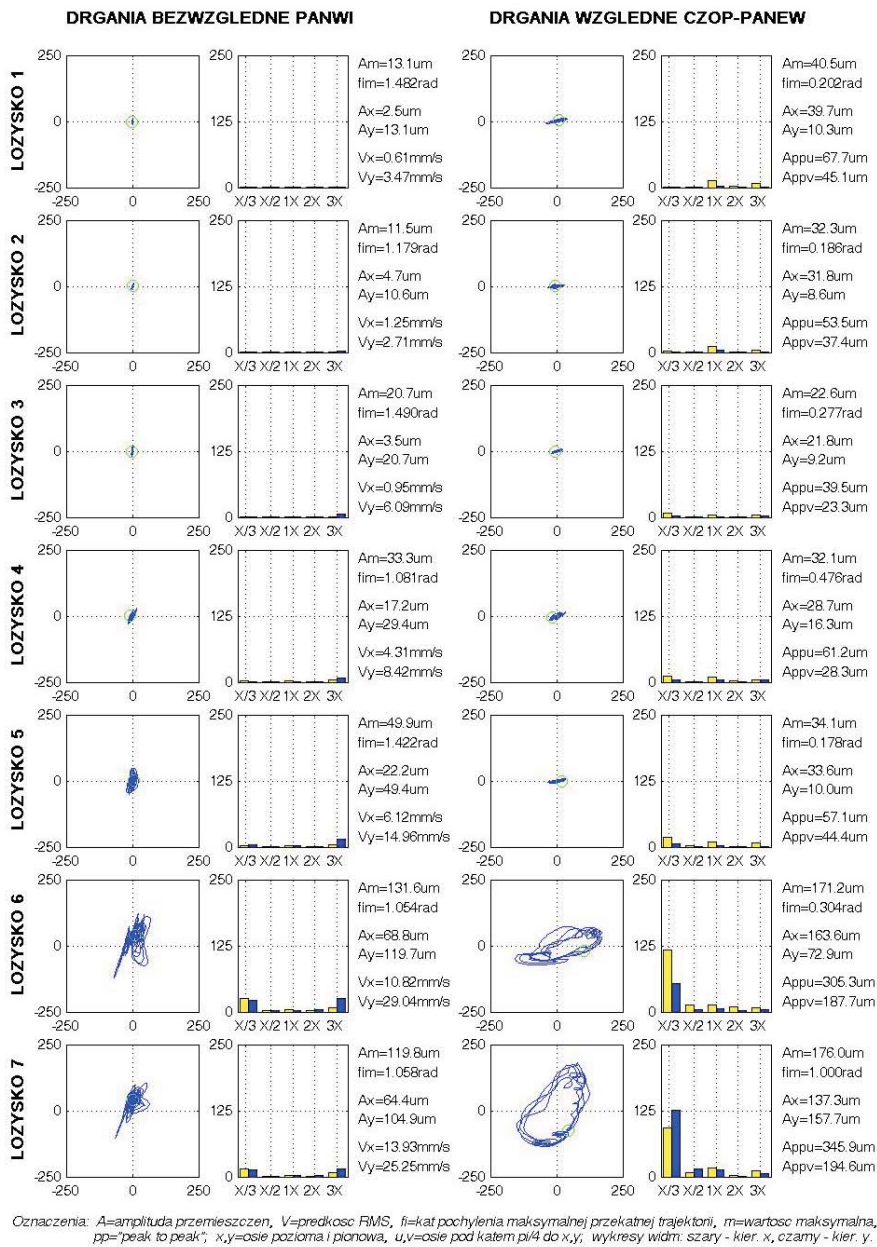
Rys. 8.44. Karta diagnostyczna turboszespołu 13K215 – przypadek referencyjny obliczony przy zastosowaniu metody funkcji wagowych [8.4]



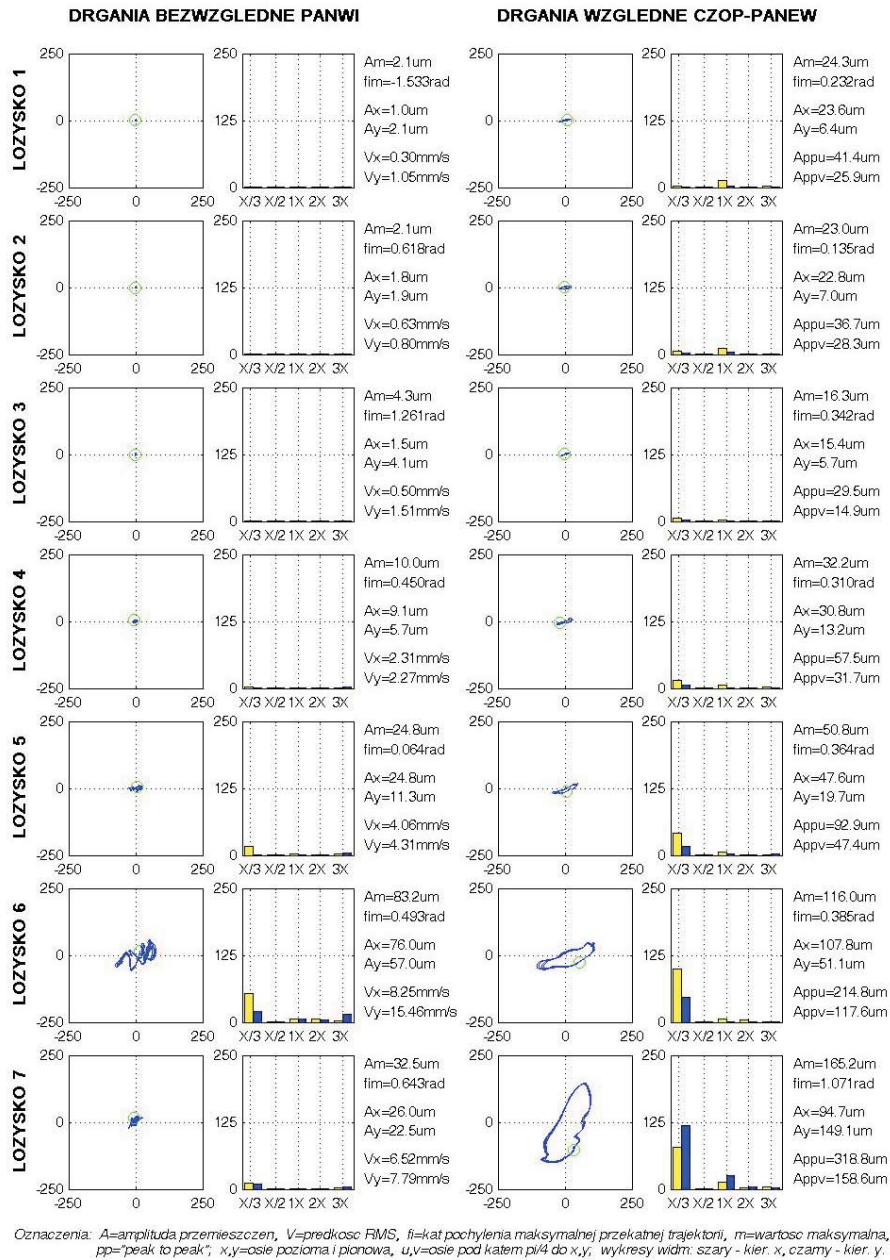
Rys. 8.45. Przyjęty obiekt do badań – turbozespół 13K215 z pękniętym wirnikiem generatora. CR2 – usytuowanie pęknięcia, $\alpha_p = 0$ – położenie pęknięcia w kierunku obwodowym. Głębokość pęknięcia – 30%

Dla przypadku z pękniętym wirnikiem, dla celów umożliwiających porównania, obliczone zostały karty diagnostyczne dla dwóch zestawów danych przedstawionych w tabelach 8.6 i 8.7 oraz dla przypadku uwzględniającego funkcje wagowe z wykorzystaniem programu NLDW-WAGI. Wyniki obliczeń przedstawione zostały na rys. 8.46÷8.48.

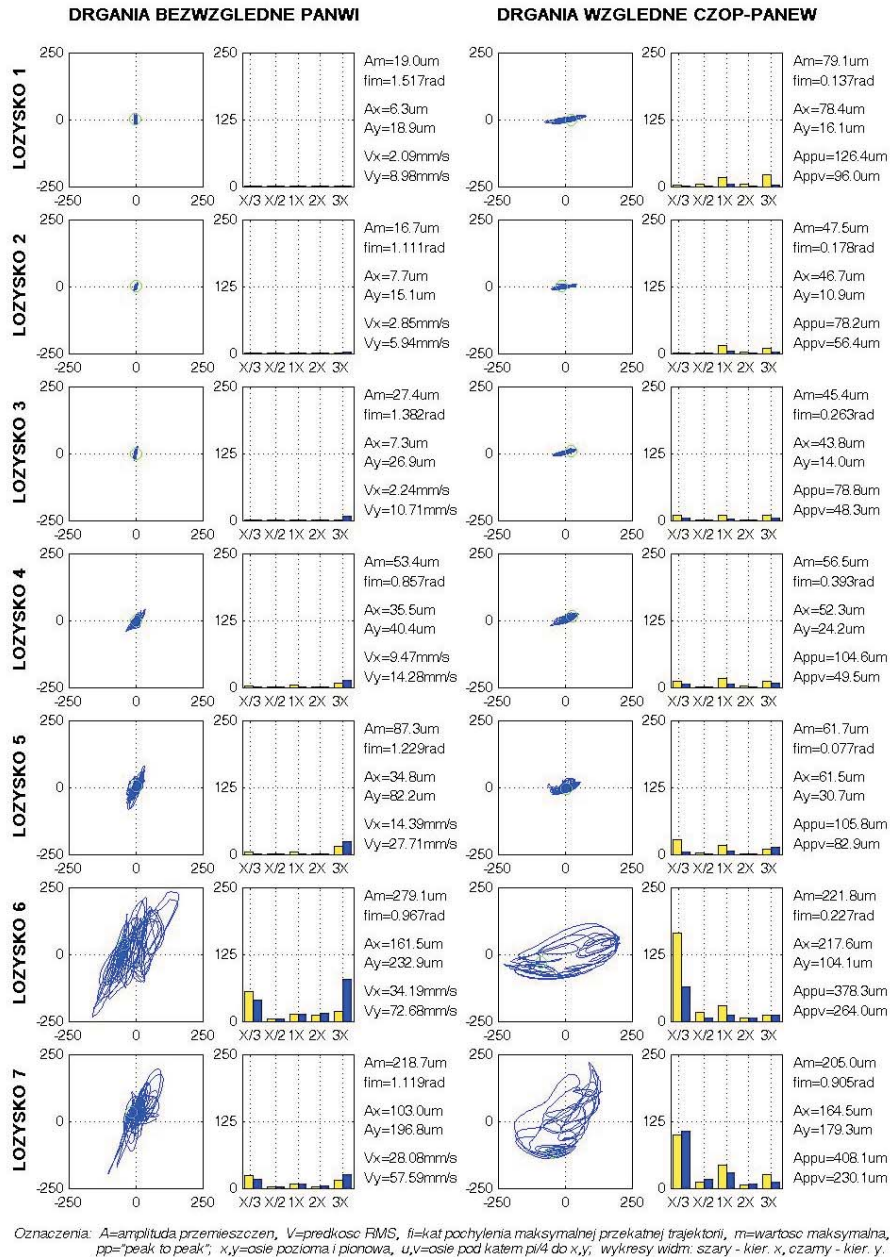
Tym razem, jak wynika to z analizy rys. 8.46÷8.48, wnioski są odmienne. Pęknięcie o tej głębokości i takim usytuowaniu jak na rys. 8.45 spowodowało, że w widmach drgań, zwłaszcza łożysk nr 6 i 7 pojawiły się silne składowe subharmiczne świadczące o niestabilności układu. W takiej sytuacji wyniki przedstawione na rys. 8.48 (uwzględniające funkcje wagowe) są mniej korzystne niż na rys. 8.46 czy 8.48. Oznaczać to może sytuację dość niebezpieczną, w której wyniki oparte na klasycznym opisie (bez funkcji wagowych) mogą być w pewnym sensie zbyt uspokajające jeśli chodzi o stan dynamiczny obiektu. Są to więc wnioski zasadniczo różne w porównaniu z wynikami analizy dotyczącymi wirnika laboratoryjnego.



Rys. 8.46. Karta diagnostyczna turbozespołu 13K215 – przypadek z pęknięciem wg rys. 8.45 obliczony dla zestawu współczynników sztywności podparć łożyskowych podanych w tabeli 8.6 (dla wymuszeń 50 Hz) [8.4]



Rys. 8.47. Karta diagnostyczna turboszespolu 13K215 – przypadek z pęknięciem wg rys. 8.45 obliczony dla zestawu współczynników sztywności podparć łożyskowych podanych w tabeli 8.7 (dla wymuszeń 100 Hz) [8.4]



Rys. 8.48. Karta diagnostyczna turboszespolu 13K215 – przypadek z pęknięciem wg rys. 8.45 obliczony przy zastosowaniu metody funkcji wagowych [8.4]

Bibliografia do rozdziału 8

- [8.1] *Modelowanie i diagnostyka oddziaływań mechanicznych, aerodynamicznych i magnetycznych w turbozespołach energetycznych*, praca zbiorowa pod redakcją Jana Kicińskiego, PAN Wydział IV Nauk Technicznych, Wydawnictwa IMP PAN, Gdańsk 2005, 1326 stron.
- [8.2] Kiciński J.: *Identyfikacja modeli konstrukcji podpierających maszyn wirnikowych*, Opr. wewn. IMP PAN nr arch. 655/2000.
- [8.3] Kiciński J., Prońska A.: *Badanie porównawcze zastosowania metody funkcji wagowych w analizie stanu dynamicznego trójpodporowego wirnika laboratoryjnego z pęknięciem*, Opr. wewn. IMP PAN, Gdańsk 2005.
- [8.4] Kiciński J., Prońska A.: *Analiza przedziałów adekwatności i testowanie koncepcji „ważenia” dla przypadku dużej maszyny energetycznej*, Opr. wewn. IMP PAN, Gdańsk 2005.
- [8.5] Kiciński J., Prońska A., Banaszek S.: *Adaptacja narzędzi badawczych do nieliniowej identyfikacji konstrukcji podpierającej*, Opr. wewn. IMP PAN nr arch. 3085/2003.
- [8.6] Prońska A., Kiciński J., Banaszek S.: *Metoda funkcji wagowych. Badanie przypadków o szczególnej postaci widma drgań dla wirnika trójpodporowego*, Opr. wewn. IMP PAN nr arch. 3303/2003.
- [8.7] Prońska A., Kiciński J.: *Opis programu NLDW-WAGI do nieliniowej dynamiki wirników z uwzględnieniem koncepcji funkcji wagowych*, Opr. wewn. IMP PAN 3783/2003.
- [8.8] Rybczyński J.: *Eksperymentalna identyfikacja charakterystyk podparcia łożysk stanowiska badawczego dynamiki wirników*, Opr. wewn. IMP PAN, nr arch 5274/2005.
- [8.9] Kiciński J., Rybczyński J., Banaszek S.: *Eksperymentalne i symulacyjne określenie wartości współczynników podatności konstrukcji podpierającej*, Opr. wewn. IMP PAN, nr arch. 767/2000.
- [8.10] Rybczyński J., Banaszek S.: *Analiza eksperymentalnych i symulacyjnych macierzy podatności konstrukcji podpierającej wirnika laboratoryjnego*, Opr. wewn. IMP PAN, nr arch. 1199/2001.
- [8.11] Rybczyński J.: *Stanowisko do badań dynamiki wirników i łożysk ślizgowych*, Zeszyty Naukowe IMP PAN, 429/1394/94, Gdańsk 1994.
- [8.12] Rybczyński J., Banaszek S., Łuczak M., Markiewicz-Kicińska A.: *Porównanie wyników pomiarów dynamiki wirnika doświadczalnego na stanowisku badawczym dynamiki wirników z wynikami obliczeń komputerowych programem NLDW*, Opr. wewn. IMP PAN, nr arch. 20/2000.

- [8.13] Gerlach T.: *Analiza wyników eksperymentalnych badań własności drganiowych nośnych konstrukcji maszyn*, Opr.wewn IMP PAN, nr arch. 376/1997.
- [8.14] Banaszek S.: *Eksperymentalne i teoretyczne badania własności ramy fundamentowej wirnika laboratoryjnego*, Opr. wewn. IMP PAN nr arch. 317/2000.
- [8.15] Banaszek S.: *Model modalny wielopodporowej konstrukcji podpierającej wirnika laboratoryjnego*, V Szkoła Analizy Modalnej, Kraków, 12-14 grudnia 2000.
- [8.16] Banaszek S.: *Numeryczna analiza konstrukcji podpierającej w odniesieniu do modelowego układu wirnik-łożyska*, praca doktorska, IMP PAN, 2002.
- [8.17] Łuczak M.: *Experimental modal analysis of support structure incorporating a three-support rotor by means of impact test*, Transactions of the IFFM PASci, Gdańsk 2003.
- [8.18] Sokołowski J., Rządkowski R., Soliński M.: *Analiza drgań własnych nietłumionych układu rama – wał wirnikowy – tarcze*, Opr. wewn. IMP PAN, nr arch. 3566/2003.
- [8.19] Rybczyński J., Łuczak M.: *Badania układu wirnik-fundament metodą eksperymentalnej analizy modalnej i porównanie wyników z analizą teoretyczną MES*, VIII Szkoła Analizy Modalnej, Kraków, 1-2.12.2003.
- [8.20] Łuczak M.: *Experimental and teoretical modal analysis of three support rotor test rig using LMS CADA_X and ABAQUS*, KTAM Book of Abstracts and CD_ROM Proc. SM25L 11273, IPPT PAN Warszawa 2004.
- [8.21] Łuczak M.: *Experimental modal analysis of support structure incorporating a three – support rotor by means of impact test*, LMS User Conference for Physical and Virtual Prototyping, Munich 03.2004.
- [8.22] Łuczak M., Drewczyński M.: *Dostrajanie modelu teoretycznego MES układu wirnik-podpory-fundament przy pomocy wyników eksperymentalnej analizy modalnej*, Opr. wewn., IMP PAN, Gdańsk 2004.
- [8.23] Uhl T.: *Komputerowo wspomagana identyfikacja modeli konstrukcji mechanicznych*, WNT, Warszawa 1997.
- [8.24] Sulzenko N., Worobiew J.: *Czislennyj analiz kolebanij. Systemy turboagregat-fundament*, Akademia Nauk Ukrainy, Kijów, 1991.
- [8.25] Gerlach T.: *Wzbudnik drgań WZB-2.1*, opracow. zewn. IMP PAN nr 152/1997.

